

# Động lực học biển

Phạm Văn Vy



NXB Đại học quốc gia Hà Nội 2005

Từ khoá: Dòng chảy biển, Chất lỏng lý tưởng, Chất lỏng nhớt, Ứng suất Reynolds, Các trường lực, Chuyển động rối, Tính hoàn lưu, Động lực học biển, Dòng chảy ổn định, Dòng chảy gradien, Hoàn lưu ven bờ, Dòng chảy ngược, Đại dương baroclin.

---

*Tài liệu trong Thư viện điện tử ĐH Khoa học Tự nhiên có thể được sử dụng cho mục đích học tập và nghiên cứu cá nhân. Nghiêm cấm mọi hình thức sao chép, in ấn phục vụ các mục đích khác nếu không được sự chấp thuận của nhà xuất bản và tác giả.*

---

## Mục lục

<b>Mở đầu .....</b>	<b>4</b>
<b>Chương 1 Những khái niệm cơ bản về dòng chảy biển .....</b>	<b>5</b>
1.1 Những khái niệm chung về dòng chảy biển.....	5
1.2 Các lực tác dụng lên nước biển .....	7
1.3 Các trường vật lý cơ bản trong biển. Các ngoại lực và các lực thứ sinh .....	7
1.3.1 Các trường lực và sự phân bố của khối lượng trong biển.....	7
1.3.2 Các ngoại lực và các lực thứ sinh.....	10
1.4 Hệ phương trình cơ bản mô tả dòng chảy biển và các điều kiện biên.....	13

1.4.1	Các phương trình chuyển động của chất lỏng lý tưởng và chất lỏng nhớt .....	13
1.4.2	Phương trình liên tục .....	15
1.4.3	Phương trình bảo toàn muối .....	16
1.4.4	Phương trình trạng thái của nước biển.....	17
1.4.5	Chuyển động rối, ứng suất Reynolds.....	19
1.5	Phân loại các quá trình không dừng trong đại dương và một số phép xấp xỉ ứng dụng cho nghiên cứu dòng chảy.....	27
1.5.1	Phân loại các quá trình không dừng.....	27
1.5.2	Một số phép xấp xỉ ứng dụng cho nghiên cứu dòng chảy biển .....	28
1.6	Hoàn lưu chung của đại dương thế giới .....	29
<b>Chương 2 Các lý thuyết dòng chảy biển và đại dương .....</b>		<b>36</b>
2.1	Phương pháp động lực tính hoàn lưu.....	36
2.1.1	Khái niệm chung về hoàn lưu.....	36
2.1.2	Ứng dụng lý thuyết hoàn lưu để nghiên cứu dòng chảy ổn định.....	39
2.2	Lý thuyết dòng chảy gió.....	46
2.2.1	Lý thuyết dòng chảy trôi của Ekman .....	46
2.2.2	Dòng chảy trôi khi gió thay đổi theo thời gian .....	55
2.2.3	Dòng chảy gió ổn định trong biển đồng nhất.....	58
2.2.4	Chuyển động thẳng đứng trong biển .....	70
2.3	Dòng chảy gradien và hoàn lưu ven bờ.....	76
2.3.1	Dòng chảy gradien.....	76
2.3.2	Hoàn lưu ven bờ.....	80
2.4	Lý thuyết dòng toàn phần.....	84
2.4.1	Một số nhận xét chung .....	84
2.4.2	Lý thuyết dòng toàn phần ổn định trong biển không đồng nhất của Stocman.....	86
2.4.3	Lý thuyết của Sverdrup .....	92

2.4.4	Lý thuyết tổng quát của Mank.....	94
2.5	Sự cường hoá dòng chảy ở bờ tây các đại dương - lý thuyết của Stommel .....	98
2.6	Ảnh hưởng của địa hình đáy đến hoàn lưu .....	104
2.7	Lý thuyết dòng chảy ngược .....	107
2.7.1	Lý thuyết dòng chảy ngược xích đạo .....	107
2.7.2	Dòng chảy ngược dưới sâu trong đại dương baroclin .....	113
2.8	Tính toán và dự báo dòng chảy trong điều kiện tự nhiên, lý thuyết của Xarkixian .....	117
2.8.1	Các phương trình xuất phát và những điều kiện biên .....	117
2.8.2	Đơn giản hoá các phương trình và các điều kiện biên đối với các dòng chảy dừng quy mô lớn hay các dòng chảy mùa.....	119
2.8.3	Phương trình các hàm phụ .....	124
2.8.4	Đánh giá bậc đại lượng trong phương trình đối với các hàm phụ .....	131
2.8.5	Các hệ thức để tính mực nước trên biên của biển .....	134
	<b>Tài liệu tham khảo .....</b>	<b>136</b>

## Mở đầu

Dòng chảy biển cùng với sóng và thủy triều là ba yếu tố động lực quan trọng của môi trường biển. Những hiểu biết về hệ thống dòng chảy đại dương vừa có ý nghĩa khoa học vừa có ý nghĩa thực tiễn to lớn đối với mọi lĩnh vực hoạt động liên quan đến biển.

Giáo trình dòng chảy biển đề cập đến những vấn đề cơ bản của hệ thống dòng chảy trong Đại dương Thế giới.

Chương 1 trình bày cách phân loại dòng chảy, cơ sở cho việc thiết lập hệ phương trình ứng dụng cho nghiên cứu dòng chảy.

Chương 2 xét các mô hình lý thuyết về các loại dòng chảy biển, từ các mô hình cổ điển đến các mô hình hiện đại về dòng chảy gió, dòng chảy nhiệt muối, các hiện tượng đặc biệt xảy ra trong biển như sự cường hoá dòng chảy ở bờ tây các đại dương, nước trời - nước chìm, dòng chảy ngược trên mặt, dưới sâu... Trong mỗi mô hình đều trình bày cách đặt vấn đề, hệ phương trình cơ bản, cách giải và biện luận để người đọc có thể hiểu vấn đề một cách rõ ràng. Phần phương pháp tính dòng chảy sẽ được trình bày trong giáo trình Tính toán hải dương học.

Vì vấn đề lý thuyết dòng chảy hiện nay đang được nghiên cứu hoàn thiện, giáo trình chắc chắn còn chưa đầy đủ, rất mong các đồng nghiệp góp ý để lần sau tái bản sẽ được hoàn chỉnh hơn.

**Tác giả**

# Chương 1

## Những khái niệm cơ bản về dòng chảy biển

### 1.1 Những khái niệm chung về dòng chảy biển

Dòng chảy là sự chuyển động có hướng của các hạt nước. Vận tốc của dòng chảy ngang thường được biểu diễn bằng nút (nút = hải lý/giờ). Đối với các dòng chảy có vận tốc nhỏ người ta sử dụng đơn vị hải lý/ngày. Trong các nghiên cứu lý thuyết người ta quy ước dùng đơn vị cm/s.

Hướng dòng chảy là hướng mà dòng chảy đó sẽ đến, ví dụ: dòng chảy biển chảy về phía đông được gọi là dòng chảy hướng đông...

Việc nghiên cứu chuyển động của các hạt nước trong tự nhiên có thể thực hiện theo 2 cách:

1. Theo Oler: Xét vận tốc ngang của hạt nước tại một điểm hình học cố định.
2. Theo Lagrange: Xét quỹ đạo của một hạt nước xác định ở vị trí cho trước tại thời điểm được chọn làm thời điểm ban đầu.

Các phương pháp đo dòng chảy tương ứng với 2 cách mô tả trên là đo véc tơ vận tốc dòng chảy tại một điểm cố định nhờ các hải lưu kế (Oler) và đo vận tốc của phao trôi (Lagrange).

Ở đại dương, các dòng chảy ngang có vận tốc lớn hơn nhiều so với các dòng chảy thẳng đứng, vì kích thước theo phương ngang của các đại dương lớn hơn nhiều so với độ sâu của chúng. Các dòng chảy thẳng đứng chỉ đáng kể ở những vùng địa lý rất hẹp.

Dòng chảy biển có thể được phân loại theo các đặc tính cơ bản sau đây:

- Theo các nhân tố hay các lực gây nên dòng chảy.
- Theo độ ổn định.
- Theo độ sâu phân bố.
- Theo tính chất chuyển động.
- Theo tính chất hoá lý của khối nước.

Trong các lý thuyết dòng chảy biển thì việc phân loại dòng chảy theo các nhân tố hay các lực gây nên dòng chảy được xem là cách phân loại chính.

1. Theo các lực gây nên dòng chảy thì dòng chảy có thể chia thành 3 nhóm chính:

a) Dòng chảy gradien, là dòng chảy gây nên bởi gradien ngang của áp suất thủy tĩnh xuất hiện khi mặt biển nằm nghiêng so với mặt đẳng thế. Tùy thuộc vào nguyên nhân gây nên độ nghiêng của mặt biển có thể chia các dòng chảy gradien thành: Dòng chảy dâng rút, là dòng chảy gây nên bởi sự dâng và rút nước dưới tác dụng của gió. Dòng chảy gradien áp lực, là dòng chảy gây nên bởi thay đổi áp suất khí quyển. Dòng chảy bờ, là dòng chảy gây nên bởi sự dâng mực nước ven bờ và các vùng cửa sông do nước sông chảy ra. Dòng chảy mật độ, là dòng chảy gây nên bởi gradien ngang của mật độ nước. Nếu sự phân bố không đều của mật độ nước biển chỉ là do sự phân bố không đều của nhiệt độ nước và độ muối gây nên, thì dòng chảy sinh ra sẽ được gọi là dòng chảy nhiệt muối.

b) Dòng chảy gió và dòng chảy trôi: Dòng chảy trôi do tác động kéo theo của gió gây nên, còn dòng chảy gió thì do tác động của nguyên nhân nói trên và độ nghiêng mặt biển tạo nên dưới tác dụng trực tiếp của gió và sự phân bố lại mật độ do dòng chảy trôi.

c) Dòng triều là dòng chảy do lực tạo triều gây nên.

Dòng chảy quan trắc thấy sau khi các lực gây nên chúng đã ngừng tác động được gọi là dòng chảy quán tính.

2. Theo độ ổn định người ta chia ra: dòng chảy cố định, dòng chảy tuần hoàn và dòng chảy tạm thời.

a) Dòng chảy có hướng và vận tốc ít biến đổi trong mùa hay trong năm được gọi là dòng chảy cố định. Ví dụ: Dòng chảy tín phong ở các đại dương, dòng Gơnxtrim... Tuy nhiên, nói một cách chặt chẽ thì không có dòng chảy cố định, tất cả các dòng chảy đều biến đổi. Vì vậy người ta thường xem dòng chảy cố định là dòng chảy luôn luôn quan trắc được ở một vùng nào đó của đại dương. Dòng chảy này phụ thuộc vào tính chất phân bố của mật độ và phân bố ưu thế của trường gió.

b) Dòng chảy tuần hoàn, là dòng chảy biến đổi định kỳ. Dòng triều thuộc loại dòng chảy này.

c) Dòng chảy tạm thời (không tuần hoàn), là dòng chảy biến đổi không có tính chất định kỳ. Dòng chảy này trước tiên được gây nên bởi gió. Về phương diện tính toán thì đây là loại dòng chảy phức tạp nhất.

3. Theo độ sâu phân bố có thể chia thành:

a) Dòng chảy mặt là dòng chảy quan trắc được trong lớp nước hàng hải, tức lớp nước tương ứng với phần chìm dưới nước của tàu (0 - 10 m).

b) Dòng chảy tầng sâu là dòng chảy quan trắc được ở độ sâu giữa dòng chảy mặt và dòng chảy sát đáy.

c) Dòng chảy sát đáy là dòng chảy quan sát được ở lớp nước sát đáy. Ma sát đáy ảnh hưởng mạnh đến loại dòng chảy này.

4. Theo tính chất chuyển động người ta chia dòng chảy thành: dòng uốn khúc, dòng chảy thẳng và dòng chảy cong. Các dòng chảy cong có thể phân chia thành các dòng chảy xoáy thuận ( chuyển động ngược chiều kim đồng hồ ở Bắc Bán cầu và cùng chiều kim đồng hồ ở Nam Bán cầu), và các dòng chảy xoáy nghịch chuyển động theo hướng ngược lại.

5. Theo tính chất hoá lý của khối nước trong dòng chảy người ta chia thành: các dòng chảy nóng và lạnh, mặn và nhạt. Tính chất của dòng chảy được xác định qua tương quan giữa nhiệt độ hay độ muối của khối nước tham gia chuyển động và nước xung quanh. Nếu như nhiệt độ của nước trong dòng chảy cao hơn nhiệt độ của nước xung quanh thì dòng chảy đó được gọi là dòng chảy nóng, nếu thấp hơn thì gọi là dòng chảy lạnh. Các dòng chảy mặn và nhạt cũng được xác định bằng cách tương tự.

## 1.2 Các lực tác dụng lên nước biển

Ở đây chúng ta không xét đến lực tạo triều. Loại lực này gây nên các chuyển động tuần hoàn và có thể loại trừ được bằng cách lấy trung bình dãy số liệu quan trắc đủ dài.

Người ta quy ước chia các lực tác dụng thành nội lực và ngoại lực. Hai loại này tương ứng với hai loại năng lượng mà biển thu và mất: năng lượng nhiệt (nội lực) do hấp thụ năng lượng Mặt Trời và năng lượng cơ học. Loại năng lượng thứ nhất ảnh hưởng đến tính chất bên trong của môi trường, tức là đến nhiệt độ, độ muối và mật độ của nước biển. Loại năng lượng thứ hai làm xuất hiện các lực có quan hệ với năng lượng cơ học của gió tác dụng lên mặt biển. Cả hai loại năng lượng đều được tiếp nhận từ bên ngoài. Nếu bỏ qua một vài nguồn năng lượng thứ yếu thì hầu như toàn bộ năng lượng đều được thu nhận qua mặt biển.

Ngoài ra, các đặc trưng của nước biển còn phụ thuộc vào sự bốc hơi và mưa, các dòng chảy sông, sự tạo và tan băng. Các hiện tượng này làm thay đổi cả nhiệt độ, độ muối và mật độ nước biển. Đó là các đại lượng cơ bản có được từ các phép đo đặc thủy văn và chúng ta cho là đã biết trước trong Hải dương học. Việc phân biệt giữa sự tác dụng của các nội lực và ngoại lực không phải bao giờ cũng xác định được chính xác. Vì nếu ngoại lực không có tác dụng trực tiếp đến mật độ thì chúng cũng tạo nên các dòng chảy, mà các dòng chảy này lại làm biến đổi ngay sự phân bố bên trong của mật độ. Chính điều đó cho phép sử dụng các phương pháp gián tiếp để tính toán dòng chảy.

Ngoài các nội lực và ngoại lực - các lực đặt trực tiếp vào các phần tử nước, còn có hai lực khác liên quan đến tốc độ chuyển động và sự thay đổi không gian của nó. Loại lực thứ hai này có ảnh hưởng đáng kể đến hoàn lưu của đại dương thế giới:

a) Lực Koriolis xuất hiện do sự quay của Quả Đất. Thực ra lực Koriolis không có khả năng tạo ra chuyển động và chỉ được xuất hiện khi có chuyển động tương đối. Lực này sẽ làm thay đổi chuyển động ngay sau khi chuyển động bắt đầu có.

b) Các lực ma sát trong hay lực nhớt, lực này sẽ làm san bằng vận tốc trong môi trường.

## 1.3 Các trường vật lý cơ bản trong biển. Các ngoại lực và các lực thứ sinh

### 1.3.1 Các trường lực và sự phân bố của khối lượng trong biển

a) Trường trọng lực

Gia tốc  $g$  của trường trọng lực tại tất cả các điểm của biển đều xác định bằng lực trọng trường tác dụng lên một đơn vị khối lượng tại điểm đã cho. Nó là lực tổng hợp của lực hấp dẫn và lực hướng tâm do sự quay của Quả Đất. Gia tốc  $g$  ở xích đạo nhỏ hơn ở cực, thường người ta lấy giá trị trung bình  $g = 9,81\text{m/s}^2$ , càng gần tâm trái đất  $g$  càng tăng.

Hướng của  $g$  tại mỗi điểm có chiều thẳng đứng từ trên xuống dưới. Mặt phẳng pháp tuyến với đường thẳng đứng đó được gọi là mặt đẳng thế hay mặt mực.

Thế của lực trọng trường hay địa thế vị ở độ cao  $z$  bằng công thực hiện để chuyển dời một đơn vị khối lượng lên cao  $h$  (m) và bằng:

$$G = - \int_0^h g dz . \quad (1.1)$$

Nếu coi  $g = \text{const}$  thì có:

$$G = - gh. \quad (1.2)$$

Như vậy,  $G$  là hàm của độ cao.

Nếu  $h$  tính bằng  $m$ ,  $g$  tính bằng  $\text{m/s}^2$  thì  $G$  tính bằng  $\text{m}^2/\text{s}^2$ :

$$G = - gh = - 10D \quad (1.3)$$

$D$  tính bằng  $\text{din.m}$  và gọi  $\text{din.m}$  là mét động lực, do đó:

$$D = 0,1.g.h. \quad (1.4)$$

Như vậy, 1 mét động lực sẽ tương ứng với  $\frac{1}{9,81} \approx 1,02$  mét hình học.

Trong hải dương học người ta còn dùng các đơn vị nhỏ hơn mét động lực là đêxi mét động lực và milimét động lực.

b) Trường áp suất thủy tĩnh

Người ta thường lấy đặc trưng cho áp lực thủy tĩnh trong biển bằng hệ thống các mặt đẳng áp. Mặt đẳng áp là mặt trên đó có cùng một giá trị áp lực. Nếu không tính đến áp lực khí quyển tác động trên biển, coi mặt biển là mặt “đẳng áp không”, thì áp suất ở độ sâu  $h$  là trọng lượng của cột nước có thiết diện bằng đơn vị:

$$P = \int_0^h g \rho dh \quad (1.5)$$

nếu  $h$  tính bằng  $m$ ;  $g$  tính bằng  $\text{m/s}^2$ ;  $\rho$  tính bằng  $\text{g/cm}^3$  thì:

$$P = \int_0^h \rho g dh \cdot 10^4 \frac{\text{din}}{\text{cm}^2}. \quad (1.6)$$

Trong Hải dương học thường dùng đơn vị áp lực là dēxiba (dbar): 1 dbar =  $10^5 \text{ din/cm}^2$  như vậy 1 bar =  $10^6 \text{ din/cm}^2$ .

Cột thuỷ ngân có chiều cao 76 cm tương ứng với áp suất bằng:

$$1,013 \cdot 10^6 \text{ din/cm}^2 = 1,013 \text{ bar} = 1013 \text{ m.bar.}$$

Nếu h tính bằng m, g tính bằng  $\text{m/s}^2$  thì áp suất P được tính theo đơn vị mới là:

$$P = \bar{\rho} \frac{gh \cdot 10^4}{10^5} \text{ dbar} = \bar{\rho} \cdot D \cdot \text{din} \cdot \text{m} . \quad (1.7)$$

Ở đây  $\bar{\rho}$  là giá trị trung bình của khối lượng riêng giữa mặt và độ sâu h. Nếu có thể tích riêng trung bình:

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{\bar{\rho}}$$

thì ta có:

$$D = \bar{\alpha} P. \quad (1.8)$$

Ta có tương quan giữa h, P và D như sau:

$$D = 0,1 \cdot g \cdot h = \bar{\alpha} P_{(\text{dbar})} = \frac{P_{(\text{dbar})}}{\bar{\rho}}, \quad (1.9)$$

$$P_{(\text{dbar})} = 0,1 g \bar{\rho} h = 0,1 \frac{gh}{\bar{\alpha}} = \frac{D}{\bar{\alpha}} = D \bar{\rho}, \quad (1.10)$$

$$h = \frac{10D}{g} = \frac{10\bar{\alpha}}{g} P_{(\text{dbar})}. \quad (1.11)$$

Nếu không dùng các đại lượng  $\bar{\alpha}, \bar{\rho}$  thì ta có mối liên hệ giữa P và D như sau:

$$P = \int_0^D \rho dD \quad \text{và} \quad D = \int_0^P \alpha dp. \quad (1.12)$$

Với  $\rho$  là mật độ in situ,  $\alpha$  là thể tích riêng in situ, đó là mật độ và thể tích riêng được xác định ở điều kiện quan trắc.

Phương trình (1.12) cho phép ta xác định được:

- Áp lực tại độ sâu động lực D din.m nếu biết được sự phụ thuộc của  $\rho$  vào D mà  $\rho(z)$  khác  $\rho(D)$  rất ít.

- Độ sâu động lực tại đó có áp lực  $P_{dbar}$ , nếu biết sự phụ thuộc của  $\alpha$  vào  $P$ , mà  $\alpha(z)$  khác  $\alpha(D)$  rất ít.

Trong thực tế thường phải tính hiệu độ cao động lực giữa hai mặt đẳng áp  $P_1$  và  $P_2$ , từ (1.12) có:

$$D = \int_{P_1}^{P_2} \alpha dp. \quad (1.13)$$

Do tác dụng của ngoại lực: sự biến đổi của áp suất khí quyển, gió... nên mặt biển thực không phải là mặt đẳng áp và nó bị lệch khỏi vị trí nằm ngang. Do đó trường áp lực toàn phần trong biển là tổng hợp của trường áp lực tương đối (trường áp lực tính được từ mật độ nước biển) và trường áp lực tuyệt đối (trường áp lực có liên quan đến độ nghiêng của mặt biển), thông thường trường áp lực toàn phần này rất khó xác định.

c) Trường khối lượng là đặc trưng phân bố của mật độ hay thể tích riêng trong biển. Trong hải dương học người ta lấy đặc trưng cho trường khối lượng bằng các mặt đẳng mật độ hay các mặt đẳng thể tích riêng (mặt đẳng tỷ dung). Trường khối lượng nhận được từ việc chỉnh lý các tài liệu đo đạc của các trạm thủy văn.

### 1.3.2 Các ngoại lực và các lực thứ sinh

#### a) Lực ma sát tiếp tuyến gió

Gió thổi trên mặt biển, do ma sát với nước biển mà tạo nên trong lớp nước lực ma sát  $\tau$ . Lực ma sát  $\tau$  phụ thuộc vào profin của tốc độ gió, độ ổn định của không khí ...

Trường ma sát tiếp tuyến gió được biểu diễn qua vận tốc gió trên mặt nước theo công thức:

$$\tau = k \cdot \rho_a \cdot W^2 \quad (1.14)$$

với  $k$  là hệ số gió,  $\rho_a$  là mật độ không khí,  $W$  là vận tốc gió.

- Theo Ecmán (1905):

$$\tau = 3,25 \cdot 10^{-2} \cdot W^2 \left( \frac{1}{\text{cm.s}} \text{ hay } \frac{\text{din}}{\text{cm}^2} \right) \quad (1.15)$$

với vận tốc gió đo bằng cm/s.

- Theo Môngômeri (1947)

$$\tau = k \cdot \rho_a \cdot W^2 \quad (1.16)$$

với  $a = 1,28 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^3$

$k = 0,8 \cdot 10^{-3}$  khi  $W < 5 \text{ m/s}$

$k = 2,3 \cdot 10^{-3}$  khi  $W > 5\text{m/s}$

- Theo Phenzenbaum (1960)

$$\tau = \gamma \cdot W^2 \quad (1.17)$$

và  $\tau_x = \gamma W \cdot W_x$ ;  $\tau_y = \gamma \cdot W \cdot W_y$

với  $\tau$  và  $\tau_x, \tau_y$  là môđun và các thành phần của ma sát tiếp tuyến gió;  $W$  và  $W_x, W_y$  là môđun và các thành phần của tốc độ gió,  $\gamma$  là hệ số tỷ lệ.

- Lực ma sát tiếp tuyến gió còn được xác định trực tiếp qua trường áp suất khí quyển:

- Theo Akerblôm:

$$\begin{aligned} \tau_x &= -\sqrt{\frac{v'}{2f}} \left( \frac{\partial P_a}{\partial x} + \frac{\partial P_a}{\partial y} \right) \\ \tau_y &= \sqrt{\frac{v'}{2f}} \left( \frac{\partial P_a}{\partial x} - \frac{\partial P_a}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (1.18)$$

với  $P_a$  là áp suất khí quyển,  $v'$  là hệ số nhớt rối của không khí;  $f$  là tham số Koriolis.

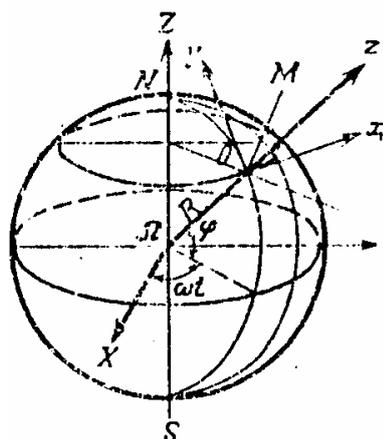
*b) Lực gradien áp lực*

Do hiệu ứng nước dôn, nước rút của gió hoặc do những nhân tố khác tạo nên sự bất đồng nhất của mật độ nước biển và làm cho mặt biển bị nghiêng đi so với mặt nằm ngang, do đó xuất hiện gradien áp lực nằm ngang. Lực gradien áp lực nằm ngang là lực rất quan trọng trong động lực học dòng chảy, nó có dạng:

$$F_n = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial n} \quad (1.19)$$

*c) Lực Koriolis*

Do Trái Đất quay xung quanh mình nó với vận tốc góc  $\omega = 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ 1/s}$ , cho nên mọi chất điểm chuyển động trên mặt Trái Đất đều chịu tác dụng của lực Koriolis; lực này được biểu thị dưới dạng vectơ như sau:



Hình 1.1

Lực Koriolis

$$\vec{f} = -2m\vec{\omega} \times \vec{V} \quad (1.20)$$

với  $m$  là khối lượng chất điểm,  $\vec{V}$  là vận tốc chuyển động của chất điểm. Ta có:

$$\vec{f} = f(f_x, f_y, f_z); \quad \vec{V} = V(u, v, w);$$

$$\vec{\omega} = \omega(0, \omega \cos \varphi, \omega \sin \varphi);$$

$$\vec{f} = -2 \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & \omega \cos \varphi & \omega \sin \varphi \\ u & v & w \end{vmatrix}. \quad (1.21)$$

Như vậy các thành phần của gia tốc Koriolis là:

- Theo trục Ox  $f_x = 2\omega.v.\sin\varphi - 2\omega.w.\cos\varphi$

(về phía đông)

- Theo trục Oy  $f_y = -2\omega.u.\sin\varphi$

(lên phía bắc)

- Theo trục Oz  $f_z = 2\omega.u.\cos\varphi$ .

(thẳng lên trên)

Nếu lấy thành phần Oz hướng xuống dưới thì phải thay đổi dấu của  $W$  và thành phần gia tốc theo Oz:

$$f_x = 2\omega.v.\sin\varphi + 2\omega.w.\cos\varphi, \quad (1.22)$$

$$f_y = -2\omega u \sin\varphi,$$

$$f_z = -2\omega u \cos\varphi.$$

Khi bỏ qua các đại lượng nhỏ như:  $2\omega \cdot w \cdot \cos\varphi$  vì  $w$  rất nhỏ so với  $u$  và  $v$ , và  $f_z$  vì nhỏ so với lực trọng trường thì chỉ còn:

$$f_x = 2\omega \cdot v \cdot \sin\varphi, \quad (1.23)$$

$$f_y = -2\omega \cdot u \cdot \sin\varphi.$$

Trong lý thuyết các dòng chảy biển người ta thường chỉ xét hai thành phần này. Ở Bắc Bán cầu lực Koriolis hướng về bên phải chuyển động, ở Nam Bán cầu thì hướng về bên trái chuyển động.

#### d) Lực ma sát trong

Ma sát trong là tính chất chung của tất cả các chất lỏng. Giữa các chất lỏng có tốc độ chuyển động khác nhau sẽ xuất hiện lực ma sát trong, nó có tác dụng làm chậm lớp có tốc độ lớn và làm chuyển động nhanh lớp có tốc độ nhỏ.

Thường với chất lỏng nhớt người ta biểu thị lực ma sát trong theo công thức:

$$f_n = \mu \frac{du}{dz} \quad (1.24)$$

với  $f_n$  là lực ma sát trong,  $\mu$  là hệ số ma sát (hệ số nhớt),  $u$  là tốc độ chuyển động.

Việc xác định lực ma sát trong rất phức tạp, hiện nay người ta vẫn chưa nghiên cứu được một cách đầy đủ về loại lực này.

## 1.4 Hệ phương trình cơ bản mô tả dòng chảy biển và các điều kiện biên

### 1.4.1 Các phương trình chuyển động của chất lỏng lý tưởng và chất lỏng nhớt

Nghiên cứu động lực các dòng chảy biển, tức là phải nghiên cứu chuyển động của nước biển và các lực gây nên chuyển động ấy. Trạng thái của chất lỏng hoàn toàn được xác định, nếu như tại mỗi điểm của chất lỏng ở thời điểm bất kỳ hoàn toàn xác định được: áp suất  $P(x,y,z,t)$ ; mật độ  $\rho(x,y,z,t)$ , tốc độ  $V$  với các thành phần  $u(x,y,z,t)$ ,  $v(x,y,z,t)$ ,  $w(x,y,z,t)$ .

Trong trường hợp chung thì một hạt nước chịu tác dụng của các lực:

- Lực quán tính ( $-\gamma = -dV/dt$  đối với một đơn vị khối lượng);
- Ngoại lực  $F$  (như lực Koriolis) đối với một đơn vị khối lượng và có các thành phần  $X, Y, Z$ .
- Các lực tương hỗ (áp lực pháp tuyến, ứng lực nhớt):  $R$ .



$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \Delta v, \quad (1.28)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \Delta w.$$

Phương trình (1.28) là phương trình Navie - Stốc đối với chất lỏng nhớt. Đối với chất lỏng lý tưởng ta có:

$$\nu \Delta u = \nu \Delta v = \nu \Delta w = 0.$$

Các phương trình trên là các phương trình phi tuyến. Ta sẽ tuyến tính hoá chúng, nếu bỏ qua gia tốc không gian. Chuyển động được xem là ổn định (hay là dừng) nếu như vận tốc tại một thời điểm bất kỳ không phụ thuộc vào thời gian hay gia tốc địa phương bằng không:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial w}{\partial t} = 0.$$

## 1.4.2 Phương trình liên tục

Xét phương trình liên tục của chất lỏng, tức là ta xét tính chất liên tục của chất lỏng đó. Trong quá trình chuyển động không xuất hiện khoảng trống trong chất lỏng. Giả sử có yếu tố thể tích chất lỏng  $\delta x \delta y \delta z$ , xét khối lượng chất lỏng đi vào và đi ra khỏi thể tích này trong khoảng thời gian  $\delta t$ .

Theo hướng trục Ox, khối lượng chất lỏng đi vào thể tích đó là:

$$(\rho u)_x \delta t \delta y \delta z$$

và khối lượng chất lỏng đi ra khỏi thể tích đó là:

$$(\rho u)_{x+\delta x} \delta t \delta y \delta z.$$

Như vậy, sau thời gian  $\delta t$  chuyển động theo trục Ox sẽ làm tăng lượng chất lỏng trong yếu tố thể tích  $\delta x \delta y \delta z$  là:

$$(\rho u)_x \delta z \delta y \delta t - (\rho u)_{x+\delta x} \delta z \delta y \delta t = - \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} \delta x \delta y \delta z \delta t$$

Tương tự, theo hướng trục Oy và trục Oz ta cũng có:

$$- \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} \delta x \delta y \delta z \delta t; - \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial z} \delta x \delta y \delta z \delta t$$

Theo định luật bảo toàn khối lượng, tổng đại số của khối lượng chất lỏng đi vào và đi ra khỏi thể tích  $\delta x \delta y \delta z$  phải bằng sự thay đổi khối lượng chất lỏng trong thời gian đó:

$$\begin{aligned} & \left( \rho + \frac{\partial \rho}{\partial t} \delta t \right) \delta x \delta y \delta z - \rho \delta x \delta y \delta z = \frac{\partial \rho}{\partial t} \delta t \delta x \delta y \delta z \\ & = - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \delta x \delta y \delta z \delta t - \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \delta x \delta y \delta z \delta t - \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \delta x \delta y \delta z \delta t \\ & \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \end{aligned}$$

hay

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \cdot \mathbf{V}) = 0. \quad (1.29)$$

Phương trình (1.29) là phương trình liên tục của chất lỏng chịu nén. Trong tính toán thực tế người ta thường xem chất lỏng là không chịu nén  $\rho = \text{const}$ :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0.$$

Khi đó phương trình liên tục có dạng:

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (1.30)$$

### 1.4.3 Phương trình bảo toàn muối

Xét lượng muối đi qua giới hạn của một yếu tố thể tích  $\delta x \delta y \delta z$  theo hướng dương của trục  $Ox$  tại một thời điểm có hoành độ  $x$  trong khoảng thời gian  $\delta t$  là  $(S \cdot \rho \cdot u)_x \delta y \delta z \delta t$ , lượng muối đi qua mặt đối diện là  $(S \cdot \rho \cdot u)_{x+\delta x} \delta y \delta z \delta t$ . Do đó chuyển động theo hướng trục  $Ox$  có lượng muối dư ra là:

$$- \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot S)}{\partial x} \delta x \delta y \delta z \delta t$$

theo hướng các trục  $Oy$  và  $Oz$  cũng có:

$$- \frac{\partial(\rho \cdot u \cdot S)}{\partial y} \delta x \delta y \delta z \delta t \quad ; \quad - \frac{\partial(\rho \cdot w \cdot S)}{\partial z} \delta x \delta y \delta z \delta t$$

Gọi lượng muối ban đầu trong thể tích  $\delta x \delta y \delta z$  là  $\rho S \cdot \delta x \delta y \delta z$ , thì sau thời gian  $\delta t$  lượng muối trong yếu tố thể tích là:

$$\left( \rho \cdot S + \frac{\partial(\rho \cdot S)}{\partial t} \delta t \right) \delta x \delta y \delta z.$$

Theo định luật bảo toàn ta có:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho.S) + \frac{\partial}{\partial t}(\rho.u.S) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho.v.S) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho.w.S) = 0. \quad (1.31)$$

Khi sử dụng phương trình liên tục (1.29) ta có:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + u \frac{\partial S}{\partial x} + v \frac{\partial S}{\partial y} + w \frac{\partial S}{\partial z} = 0. \quad (1.32)$$

Khi  $S(x,y,z) = \text{const}$  thì sự thay đổi địa phương  $\frac{\partial S}{\partial t} = 0$ , do đó:

$$u \frac{\partial S}{\partial x} + v \frac{\partial S}{\partial y} + w \frac{\partial S}{\partial z} = 0. \quad (1.33)$$

Phương trình bảo toàn nhiệt cũng nhận được bằng cách tương tự:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = 0. \quad (1.34)$$

#### 1.4.4 Phương trình trạng thái của nước biển

Nước biển là loại chất lỏng nén được, tức là mật độ của nó thay đổi. Sự phụ thuộc của thể tích riêng  $\alpha$  và mật độ  $\rho$  của nước vào các thông số trạng thái: nhiệt độ  $T$ , độ mặn  $S$  và áp suất  $P$  được biểu thị bằng phương trình trạng thái. Dạng chung của phương trình trạng thái như sau:

$$\rho = \rho(T,S,P); \quad (1.35)$$

$$\alpha = \alpha(T,S,P). \quad (1.36)$$

Xác định sự thay đổi thể tích riêng của nước biển dưới dạng hàm của các thông số trạng thái:

$$d\alpha = \left(\frac{\partial \alpha}{\partial T}\right)_{SP} dT + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial S}\right)_{TP} dS + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial P}\right)_{TS} dP. \quad (1.37)$$

Nếu chia tất cả các thành phần của (1.37) cho thể tích riêng đơn vị nào đó  $\alpha_0$  thì các hệ số trước các vi phân của nhiệt độ, độ muối và áp suất sẽ là:

- Hệ số dẫn nở nhiệt:

$$K_T = \frac{1}{\alpha_0} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial T}\right)_{S,P}; \quad (1.38)$$

- Hệ số nén muối:  $K_S = -\frac{1}{\alpha_0} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial S}\right)_{T,P};$

- Hệ số chịu nén của mật độ:  $K_p = -\frac{1}{\alpha_0} \left( \frac{\partial \alpha}{\partial P} \right)_{T,S}$ .

Khi đó biểu thức (1.37) thường được gọi là phương trình trạng thái dưới dạng vi phân của nước biển:

$$\frac{d\alpha}{\alpha_0} = K_T dT - K_S dS - K_P dP. \quad (1.39)$$

Mặc dù phương trình trạng thái dưới dạng vi phân có dạng khá đơn giản, song nó không thuận tiện để ứng dụng thực tiễn vì các hệ số  $K_T$ ,  $K_S$ ,  $K_P$  còn được nghiên cứu ít.

Trong lý thuyết các dòng chảy biển thường sử dụng các hệ thức đơn giản hơn. Trong đó đơn giản nhất là phép xấp xỉ Businessq ( sự phụ thuộc tuyến tính của mật độ vào nhiệt độ ):

$$\frac{\rho}{\rho_0} = C_1 + C_2 \frac{T}{T_0} \quad (1.40)$$

và sự phụ thuộc tuyến tính của mật độ vào nhiệt độ và độ muối (Linheikin, Robinson và Stommel, Bryan và Kox ...):

$$\frac{\rho}{\rho_0} = C_3 + C_4 \frac{T}{T_0} + C_5 \frac{S}{S_0}. \quad (1.41)$$

Ở đây T là nhiệt độ, S là độ muối,  $\rho_0$  là mật độ trung bình của nước biển;  $T_0$  và  $S_0$  là giá trị trung bình của nhiệt độ và độ muối. Khi áp suất khí quyển bằng 1 at,  $T_0=17,5^{\circ}\text{C}$ ,  $S_0 = 35^{\circ}/_{00}$ ,

$\rho_0 = 1,02541 \text{ g/cm}^3$  thì các hệ số có giá trị:  $C_1 = 1,00266$ ;  $C_2 = C_4 = -0,00317$ ;  $C_3 = 0,97529$ ;  $C_5 = 0,02737$ .

Sự phụ thuộc chính xác hơn của mật độ vào nhiệt độ và độ muối:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = C_6 + C_7 \frac{T}{T_0} + C_8 \frac{S}{S_0} + C_9 \left( \frac{T}{T_0} \right)^2 \quad (1.42)$$

với các giá trị  $T_0$ ,  $S_0$ ,  $\rho_0$  và áp suất khí quyển như trên thì  $C_6 = 0,97529$ ,  $C_7 = -0,00006$ ,  $C_8 = 0,02737$ ,  $C_9 = -0,0014$ .

Nếu tính đến sự chịu nén của chất lỏng, tức là sự biến đổi của mật độ và xem là tỷ lệ với áp suất thì có:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left[ C_6 + C_7 \frac{T}{T_0} + C_8 \frac{S}{S_0} + C_9 \left( \frac{T}{T_0} \right)^2 + C_{10} \frac{T}{T_0} \frac{S}{S_0} \right] \times \left[ 1 + \frac{P-P_0}{P_0} C_{11} \right] \quad (1.43)$$

Ở đây  $P_0$  là áp suất bằng 1 at,  $C_{11}$  là đại lượng không đổi và là hệ số chịu nén, có thể lấy:  $C_{10} = -0,00119$ ,  $C_{11} = 0,428.10^{-4}$ .

Nếu xem áp suất tỷ lệ với độ sâu thì từ (1.43) có:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left[ C_6 + C_7 \frac{T}{T_0} + C_8 \frac{S}{S_0} + C_9 \left( \frac{T}{T_0} \right)^2 + C_{10} \frac{T}{T_0} \frac{S}{S_0} \right] \times \left[ 1 + C_{12} \frac{Z}{Z_0} \right] \quad (1.44)$$

và sự phụ thuộc đơn giản hơn (1.44) là:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left[ C_6 + C_7 \frac{T}{T_0} + C_8 \frac{S}{S_0} + C_9 \left( \frac{T}{T_0} \right)^2 + C_{10} \frac{T}{T_0} \frac{S}{S_0} \right] + C_{13} \frac{Z}{Z_0} \quad (1.45)$$

Khi  $Z_0 = 1\text{km}$ , có thể lấy  $C_{12} = 0,00428$ ,  $C_{13} = 0,0043$ ; (1.44) và (1.45) do Linheikin, Mamaev, Vaxilev đưa ra.

Các phương trình (1.44) và (1.45) mặc dù không cho phép tính toán chính xác được mật độ nhưng đã được dùng để giải hầu hết các bài toán về lý thuyết dòng chảy biên có liên quan đến việc xét mối tương tác phi tuyến của các trường vận tốc dòng chảy, mật độ, nhiệt độ và độ muối.

### 1.4.5 Chuyển động rối, ứng suất Reynolds

Hệ các phương trình chuyển động, liên tục, trạng thái và bảo toàn nhiệt muối đã khép kín: 7 phương trình (1.28-1.29; 1.33-1.34; 1.45) với 7 ẩn số. Nhưng để nhận được kết quả chính xác từ việc giải hệ các phương trình đó thì không thể được vì chuyển động của chất lỏng thực luôn luôn có đặc trưng rối. Do đó ta phải xét đến đặc trưng rối trong các phương trình đó.

Biểu diễn chuyển động thực dưới dạng chuyển động trung bình và chuyển động thăng giáng:

$$u = \bar{u} + u'; \quad v = \bar{v} + v'; \quad w = \bar{w} + w';$$

$$\text{tương tự có } P = \bar{P} + P'; \quad T = \bar{T} + T'; \quad s = \bar{s} + s'; \quad \rho = \bar{\rho} + \rho'.$$

Theo quan điểm thủy nhiệt động hiện đại thì các trường thực của: tốc độ dòng chảy, áp suất, nhiệt độ và độ muối cần phải xét như các trường ngẫu nhiên, còn phép lấy trung bình cần phải hiểu như phép trung bình lý thuyết xác suất theo các tập hợp thống kê tương ứng. Đòi hỏi chung đối với phép lấy trung bình là thực hiện 5 điều kiện của Reynold cho các hàm bất kỳ:

$$q_1 = \bar{q}_1 + q_1'; \quad q_2 = \bar{q}_2 + q_2';$$

$$\overline{q_1 + q_2} = \bar{q}_1 + \bar{q}_2 \quad (1.46)$$

$$\overline{aq_1} = a\bar{q}_1, \text{ khi } a = \text{const} \quad (1.47)$$

$$\bar{a} = a, \text{ khi } a = \text{const} \quad (1.48)$$

$$\overline{\frac{\partial q_1}{\partial x_i}} = \frac{\partial \overline{q_1}}{\partial x_i}; \quad \overline{\frac{\partial q_1}{\partial t}} = \frac{\partial \overline{q_1}}{\partial t}; \quad (1.49)$$

$$\overline{\overline{q_1 \cdot q_2}} = \overline{q_1 \cdot q_2} \quad (1.50)$$

từ đó có các hệ quả:

$$\overline{\overline{q_1}} = \overline{q_1}; \quad (1.51)$$

$$\overline{q_1'} = 0; \quad (1.52)$$

$$\overline{\overline{q_1 \cdot q_2}} = \overline{q_1 \cdot q_2}; \quad (1.53)$$

$$\overline{\overline{q_1 \cdot q_2'}} = 0. \quad (1.54)$$

Khi xét cho trường vận tốc ta có giá trị trung bình của các xung tốc độ trong khoảng thời gian nào đó sẽ bằng không:

$$\overline{u'} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u' dt = 0. \quad (1.55)$$

a) Xét phương trình chuyển động trong chuyển động rối

Vào thời điểm bất kỳ và tại một điểm bất kỳ, các thành phần tốc độ phải thỏa mãn phương trình Navie - Stoc, do đó theo trục Ox ta có:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{u}}{\partial t} + \frac{\partial u'}{\partial t} + (\overline{u} + u') \left( \frac{\partial \overline{u}}{\partial x} + \frac{\partial u'}{\partial x} \right) + (\overline{v} + v') \left( \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} + \frac{\partial u'}{\partial y} \right) + \\ + (\overline{w} + w') \left( \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} + \frac{\partial u'}{\partial z} \right) = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P}}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P'}{\partial x} + \nu \Delta \overline{u} + \nu \Delta u'. \end{aligned} \quad (1.56)$$

Theo các hệ thức Reynold và các hệ quả ta có:

$$\overline{u'} = 0; \quad \overline{\frac{\partial u'}{\partial x}} = 0; \quad \overline{\frac{\partial u'}{\partial t}} = 0. \quad (1.57)$$

Khi lấy trung bình phương trình (1.56) trong khoảng thời gian T, ta có:

$$\frac{\partial \overline{u}}{\partial t} + \overline{u} \frac{\partial \overline{u}}{\partial x} + \overline{v} \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} + \overline{w} \frac{\partial \overline{u}}{\partial z} + \overline{u' \frac{\partial u'}{\partial x}} + \overline{v' \frac{\partial u'}{\partial y}} + \overline{w' \frac{\partial u'}{\partial z}} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P}}{\partial x} + \nu \Delta \overline{u} \quad (1.58)$$

hay

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} - \nu \Delta \bar{u} - \overline{u' \frac{\partial u'}{\partial x}} - \overline{v' \frac{\partial u'}{\partial y}} - \overline{w' \frac{\partial u'}{\partial z}} =$$

$$X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \nu \Delta \bar{u} - \overline{\frac{\partial u'^2}{\partial x}} - \overline{\frac{\partial u' v'}{\partial y}} - \overline{\frac{\partial u' w'}{\partial z}} + u' \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \frac{\partial v'}{\partial y} + w' \frac{\partial w'}{\partial z}.$$

Khi sử dụng phương trình liên tục cho chuyển động trung bình và chuyển động xung và xem chất lỏng là không chịu nén thì ta có:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0$$

do đó

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} = \nu \Delta \bar{u} - \overline{\frac{\partial u'^2}{\partial x}} - \overline{\frac{\partial u' v'}{\partial y}} - \overline{\frac{\partial u' w'}{\partial z}}$$

$$X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left( \varepsilon \Delta \bar{u} - \rho \overline{\frac{\partial u'^2}{\partial x}} - \rho \overline{\frac{\partial u' v'}{\partial y}} - \rho \overline{\frac{\partial u' w'}{\partial z}} \right). \quad (1.59)$$

Như vậy phương trình Navie -Stoc với chuyển động rối đã được lấy trung bình khác với phương trình trước đây là có thêm các thành phần phi tuyến:

$$-\overline{\frac{\partial (u'^2)}{\partial x}} - \overline{\frac{\partial (u' v')}{\partial y}} - \overline{\frac{\partial (u' w')}{\partial z}} \quad \text{theo trục Ox;}$$

$$-\overline{\frac{\partial (u' v')}{\partial x}} - \overline{\frac{\partial (v'^2)}{\partial y}} - \overline{\frac{\partial (v' w')}{\partial z}} \quad \text{theo trục Oy;}$$

$$-\overline{\frac{\partial (u' w')}{\partial x}} - \overline{\frac{\partial (v' w')}{\partial y}} - \overline{\frac{\partial (w'^2)}{\partial z}} \quad \text{theo trục Oz.}$$

Tương tự như trường hợp nhớt phân tử ta có:

$$\begin{aligned}
-\overline{\rho u'^2} &= 2\varepsilon \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = \tau_{xx} \\
-\overline{\rho u'v'} &= \overline{\rho v'u'} = \varepsilon \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) = \tau_{yx} = \tau_{xy} \\
-\overline{\rho u'w'} &= \overline{\rho w'u'} = \varepsilon \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right) = \tau_{zx} = \tau_{xz} \\
-\overline{\rho v'^2} &= 2\varepsilon \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = \tau_{yy} \\
-\overline{\rho v'w'} &= \overline{\rho w'v'} = \varepsilon \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right) = \tau_{zy} = \tau_{yz} \\
-\overline{\rho w'^2} &= 2\varepsilon \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = \tau_{zz}.
\end{aligned} \tag{1.60}$$

với  $\varepsilon = \nu \rho$ .

Đó là thành phần của tenxơ Reynolds hay tenxơ rối của chuyển động rối:

$$\begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \tau_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \tau_{zz} \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{theo trục Ox,} \\ \text{theo trục Oy,} \\ \text{theo trục Oz.} \end{array}$$

Nếu xét chuyển động phẳng là chuyển động không đổi  $\left( \frac{du}{dt} = 0 \right)$  có tốc độ  $u$  song song với trục Ox và chỉ phụ thuộc vào  $z$  thì có:

$$\begin{aligned}
0 &= X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \frac{1}{\partial} \left( \varepsilon \frac{d^2 \bar{u}}{dz^2} - \rho \frac{d\overline{u'w'}}{dz} \right) \\
0 &= X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \frac{1}{\partial} \frac{d}{dz} \left( \varepsilon \frac{d\bar{u}}{dz} - \rho \overline{u'w'} \right). \tag{1.61}
\end{aligned}$$

Tương tự như ma sát phân tử, để tìm hệ số nhớt rối  $\mu$  ta viết ứng lực dưới dạng:

$$F = \mu \frac{d\bar{u}}{dZ} = \varepsilon \frac{d\bar{u}}{dz} - \rho \overline{u'w'}.$$

Vì trong chuyển động rối  $\varepsilon \frac{d\bar{u}}{dz}$  rất nhỏ so với  $\rho \overline{u'w'}$  nên ta có thể bỏ qua và xem gần đúng:

$$F = \mu \frac{d\bar{u}}{dz} = -\rho \overline{u'w'}$$

do đó

$$\mu = -\rho \frac{\overline{u'w'}}{\left(\frac{du}{dx}\right)}. \quad (1.62)$$

Đó là công thức tính hệ số nhớt rối. Theo Businessq thì hệ số  $\mu$  phụ thuộc chủ yếu vào cường độ rối. Nếu biết profin của tốc độ trung bình thì từ kết quả đo đạc các thăng giáng rối của tốc độ  $u'$ ,  $w'$  có thể tính được  $\mu$ .

Từ kết quả đo đạc của nhiều tác giả cho thấy hệ số nhớt rối  $\mu$  có bậc  $10^1 - 10^3$  CGS.

Việc khẳng định  $u'v'$ ,  $u'w'$ ,  $v'w'$  trong dòng trung bình khác không cho phép nói rằng phải có sự tương quan nào đó giữa các thăng giáng  $u'$ ,  $v'$ ,  $w'$ . Khi không có tương quan thì  $u'v'$ ,... bằng không. Hệ số tương quan được tính như sau:

$$K = \frac{\overline{u'v'}}{\sqrt{\overline{u'^2}} \cdot \sqrt{\overline{v'^2}}}. \quad (1.63)$$

Người ta đã xác định được rằng khi mật độ có độ ổn định lớn thì hệ số nhớt rối nhỏ. Vì vậy khi khối nước có độ ổn định lớn thì ứng suất Reynold có chứa thành phần  $w'$  phải nhỏ hơn ứng suất Reynold không có  $w'$ , do đó hệ số nhớt rối theo phương ngang và thẳng đứng là khác nhau

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= 2\mu_v \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = -\rho \overline{u'^2} \\ \tau_{yy} &= 2\mu_v \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = -\rho \overline{v'^2} \end{aligned} \quad (1.64)$$

$$\tau_{zz} = 2\mu_h \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = -\rho \overline{w'^2}$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu_v \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) = -\rho \overline{u'v'}$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu_h \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \mu_v = -\rho \overline{u'v'}$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu_v \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) = -\rho \overline{u'v'}$$

-  $\mu_h$  là hệ số nhớt rối của gradien tốc độ ngang.

-  $\mu_v$  là hệ số nhớt rối của gradien tốc độ thẳng đứng.

Nếu lấy vi phân các ứng lực tác dụng lên một yếu tố thể tích chất lỏng  $\delta x \delta y \delta z$ , với giả thiết  $\mu_h$  và  $\mu_v$  là không đổi và xét đến phương trình liên tục cho chuyển động trung bình thì có:

$$\delta x \delta y \delta z \left( \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) = \delta x \delta y \delta z \left( \mu_h \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \mu_h \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} + \mu_h \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \right).$$

Khi đó phương trình chuyển động trung bình được viết lại dưới dạng:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{u}}{dt} &= \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\mu_v}{\rho} \left( \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \right) + \frac{\mu_h}{\rho} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \\ \frac{d\bar{v}}{dt} &= \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} = Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \frac{\mu_v}{\rho} \left( \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} \right) + \frac{\mu_h}{\rho} \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} \\ \frac{d\bar{w}}{dt} &= \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \frac{\mu_v}{\rho} \left( \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} \right) + \frac{\mu_h}{\rho} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial z^2} \quad (1.65) \end{aligned}$$

Các hệ số  $\mu_h$  và  $\mu_v$  được xác định từ ứng suất Reynolds. Prandtl đưa ra công thức tính ứng suất Reynolds như sau:

$$\tau_{zx} = -\rho \overline{u'w'} = \rho l \left| \frac{d\bar{u}}{dz} \right| \frac{d\bar{u}}{dz} \quad (1.66)$$

với  $l$  là quãng đường xáo trộn và

$$\mu = \rho l^2 \frac{d\bar{u}}{dz}. \quad (1.67)$$

Như vậy hệ số  $\mu$  tỷ lệ với bình phương của quãng đường xáo trộn.

*b) Xét phương trình bảo toàn muối trong chuyển động rối*

Ta có:

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + (\bar{u} + u') \frac{\partial}{\partial x} + (\bar{v} + v') \frac{\partial}{\partial y} + (\bar{w} + w') \frac{\partial}{\partial z} \right] (\bar{S} + S') = 0. \quad (1.68)$$

Khi xem chất lỏng là không chịu nén thì:

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0$$

và lấy trung bình phương trình (1.68) ta có:

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial}{\partial z} \right) \bar{S} + \frac{\partial}{\partial x} \bar{u}' S' + \frac{\partial}{\partial y} \bar{v}' S' + \frac{\partial}{\partial z} \bar{w}' S' = 0 \quad (1.69)$$

Ta đưa ra khái niệm hệ số khuếch tán rối:  $A_x, A_y, A_z$  của độ muối theo các hướng  $Ox, Oy, Oz$ . Các hệ số này được tính theo các biểu thức:

$$\bar{u}' s' = -\frac{A_x}{\rho} \frac{\partial \bar{S}}{\partial x}; \bar{v}' s' = -\frac{A_y}{\rho} \frac{\partial \bar{S}}{\partial y}; \bar{w}' s' = -\frac{A_z}{\rho} \frac{\partial \bar{S}}{\partial z}; \quad (1.70)$$

do đó có

$$\frac{\partial \bar{S}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{S}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{S}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{S}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{A_x}{\rho} \frac{\partial \bar{S}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{A_y}{\rho} \frac{\partial \bar{S}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{A_z}{\rho} \frac{\partial \bar{S}}{\partial z} \right). \quad (1.71)$$

Phương trình (1.71) là phương trình khuếch tán muối trong biển. Tương tự ta cũng tìm được phương trình khuếch tán nhiệt.

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{A_{Tx}}{\rho} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{A_{Ty}}{\rho} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{A_{Tz}}{\rho} \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \right). \quad (1.72)$$

### c) Các điều kiện biên

Hệ các phương trình chuyển động xét trong 1.4 là các phương trình vi phân, để giải được các phương trình đó phải có các điều kiện trên biên hay các điều kiện giới hạn.

Các điều kiện biên thường được chia thành ba loại:

#### 1. Các điều kiện biên động lực học

Đó là các điều kiện biểu thị tính liên tục của tenxơ ứng suất tại biên phân chia giữa khí quyển và đại dương.

Khi  $z = -\zeta(x, y, t)$ , tức là tại mặt tự do của đại dương:

$$P = P_a. \quad (1.73)$$

trong đó  $P_a$  là áp suất khí quyển và

$$\mu_h \frac{\partial u}{\partial z} = -\tau_x; \mu_h \frac{\partial v}{\partial z} = -\tau_y \quad (1.74)$$

trong đó  $\tau_x, \tau_y$  là ứng suất tiếp tuyến gió trên mặt biển.

Vì độ hạ thấp của mực nước đại dương  $\zeta$  thường rất nhỏ so với độ sâu của biển nên các điều kiện này đôi khi cho tại mặt không nhiễu động của biển:  $z = 0$ .

## 2. Các điều kiện biên động học

Điều kiện này biểu thị tính không thấm đối với chất lỏng tại mặt tự do

$z = -\zeta(x, y, t)$ , tại đáy  $z = H(x, y)$  và tại các đường biên.

- Khi  $z = -\zeta(x, y, t)$

$$W = -\frac{d\xi}{dt} = -\left(\frac{d\xi}{dt} + u \frac{d\xi}{dx} + v \frac{d\xi}{dy}\right) \quad (1.75)$$

Khi  $z = H(x, y)$  thì điều kiện biên động học có thể có 2 dạng:

a)  $W = u \frac{\partial H}{\partial x} + v \frac{\partial H}{\partial y}$  điều kiện trượt không ma sát (1.76)

b)  $u = v = 0, w = 0$  điều kiện dính và không thấm. (1.77)

Việc chọn điều kiện a) hay b) là phụ thuộc vào tính đến ma sát với đáy. Điều kiện trượt không xét đến lớp biên sát đáy.

- Tại các phần biên cứng:

$u = v = 0$  điều kiện biên dính và không thấm (1.78)

- Tại biên lỏng thì cho trước sự phân bố của vectơ tốc độ

$$V_L = V_L(x, y, z). \quad (1.79)$$

## 3. Các điều kiện nhiệt, muối

Các điều kiện này biểu thị ảnh hưởng của sự vận chuyển nhiệt và muối qua các mặt phân chia.

- Tại mặt tự do của đại dương:

Khi  $z = -\zeta(x, y, t)$  thì dạng chung của các điều kiện đó là:

$$\gamma T + \delta \frac{\partial T}{\partial z} = G_T \quad (1.80)$$

$$\gamma S + \delta \frac{\partial S}{\partial z} = G_S \quad (1.81)$$

nếu  $\delta = 0$  thì điều kiện là cho các giá trị của chính hàm đó, còn nếu  $\gamma = 0$  thì cho các gradien của hàm đó.

- Tại đáy và tại các đoạn biên cứng bên, cho điều kiện không có dòng nhiệt và muối theo phương pháp tuyến với biên:

$$\frac{\partial T}{\partial n} = \frac{\partial S}{\partial n} = 0. \quad (1.82)$$

- Tại các đoạn biên lỏng bên, cần phải xác định được các giá trị của dòng nhiệt và muối hay gradien của nhiệt và muối tương ứng theo phương pháp tuyến với mặt cắt qua biên đó:

$$\frac{\partial T}{\partial n} = G_{Tn} \quad ; \quad \frac{\partial S}{\partial n} = G_{Sn} \quad (1.83)$$

Các điều kiện ban đầu phản ánh trạng thái nhiệt động của đại dương tại thời điểm ban đầu  $t = 0$ . Thông thường phải cho trước trường của các đặc trưng hải dương tại thời điểm ban đầu:

$$u = u^{(0)}, v = v^{(0)}, w = w^{(0)}, p = p^{(0)},$$

$$T = T^{(0)}, s = s^{(0)}, \rho = \rho^{(0)}. \quad (1.84)$$

Khi giải các bài toán dừng thì các điều kiện ban đầu không có.

## 1.5 Phân loại các quá trình không dừng trong đại dương và một số phép xấp xỉ ứng dụng cho nghiên cứu dòng chảy

### 1.5.1 Phân loại các quá trình không dừng

Khi nghiên cứu hải dương, ta thấy hiện tượng dao động theo thời gian của các trường hải dương như trường vận tốc dòng chảy  $V$ , trường nhiệt độ  $T^0$ , trường độ muối  $S^{0/00}$ , trường mật độ  $\rho$ ..., chúng tạo nên các quá trình vật lý rất đa dạng trong biển. Để phân loại các quá trình đó theo thời gian và không gian, tương tự như việc phân loại sự thay đổi của các trường khí hậu, người ta xuất phát từ phổ của chu kỳ mà chia chúng thành 7 khoảng thời gian.

#### 1. Các hiện tượng quy mô nhỏ:

Chu kỳ từ vài giây đến hàng chục phút. Những hiện tượng thuộc loại này có: sóng mặt, sóng trong, rối và các quá trình tiến triển về cấu trúc vi mô thẳng đứng của đại dương.

#### 2. Các hiện tượng quy mô trung bình:

Chu kỳ từ vài giờ đến hàng ngày. Đó là các dao động triều và dao động quán tính, chúng xuất hiện do tác dụng của lực hấp dẫn của Mặt Trăng và Mặt Trời và lực quán tính khi có chuyển động quay của các hành tinh (có thể như thủy triều chu kỳ dài nhưng với biên độ rất nhỏ). Có thể bao gồm cả những dao động ngày có nguồn gốc nhiệt, tức là những thay đổi gây ra do bức xạ mặt trời.

#### 3. Thay đổi quy mô synopt:

Chu kỳ một vài ngày đến hàng tháng. Đó là sự thành tạo các xoáy không chu kỳ trong đại dương với quy mô bậc xấp xỉ 100 km nhờ tác động tích lũy của những dao động khí quyển (như tác động của gió thay đổi trên mặt đại dương và những tác động nhiệt của khí

quyển) và các quá trình thủy nhiệt động không ổn định của các dòng chảy đại dương với quy mô lớn.

#### 4. Những dao động mùa:

Chu kỳ năm và lớn hơn, chúng biểu hiện rõ ràng nhất ở các vĩ độ cao, như ở vùng gió mùa ở Ấn Độ Dương.

#### 5. Sự thay đổi giữa các năm:

Tức là những thay đổi phù hợp với trạng thái của các vùng biển lớn và của toàn bộ khí quyển từ năm này sang năm khác.

Ví dụ: có thể là sự tự dao động của một nhánh phía bắc của Gostrom với chu kỳ 3,5 năm, hiện tượng gần như 2 năm "En - Nino" ở vùng biển ven bờ Peru của Thái Bình Dương, sự dịch chuyển các dị thường nhiệt theo các vòng hoàn lưu nước trong Đại dương Thế giới ...

#### 6. Sự thay đổi trong thế kỷ:

Chu kỳ vài chục năm. Đó là việc nghiên cứu mối liên hệ giữa đại dương với những thay đổi trong thế kỷ của khí hậu.

#### 7. Thay đổi giữa các thế kỷ:

Chu kỳ hàng trăm năm và lớn hơn. Đó là việc nghiên cứu mối liên hệ giữa đại dương với những dao động giữa các thế kỷ của khí hậu.

### 1.5.2 Một số phép xấp xỉ ứng dụng cho nghiên cứu dòng chảy biển

Khi nghiên cứu các quá trình trong đại dương người ta thường xuất phát từ các quy luật cơ bản về thủy nhiệt động lực học của đại dương: các định luật của Niuton về chuyển động, phương trình bảo toàn khối lượng, phương trình khuếch tán nhiệt và muối. Những đặc điểm cơ bản trong các chuyển động của đại dương là các đặc trưng rối của chúng, do đó các phương trình xuất phát cần phải là các phương trình trung bình và thay cho việc tìm các trường tức thời của các đặc trưng hải dương, ta sẽ xét các bài toán xác định các trường trung bình (với nghĩa thống kê) của chúng. Đối với các chuyển động trung bình thì các phép xấp xỉ sau đây là đúng:

#### 1. Xấp xỉ tựa tĩnh

Khi nghiên cứu các quá trình với quy mô trung bình và lớn trong đại dương (quy mô thẳng đứng  $H \approx 100 \text{ m} \div 1 \text{ km}$  và các quy mô ngang  $L \approx 100 \div 1000 \text{ km}$ ) thì vận tốc thẳng đứng nhỏ hơn rất nhiều so với vận tốc ngang. Xét bậc đại lượng trong phương trình bảo toàn khối lượng (phương trình liên tục):

$$W = H.U/L \text{ suy ra } W = 10^{-3}U \quad (1.85)$$

với  $W$ ,  $U$  là các đại lượng đặc trưng của tốc độ theo phương thẳng đứng và nằm ngang.

Do vận tốc theo phương thẳng đứng trong đại dương rất nhỏ mà cho phép ta viết phương trình chuyển động theo phương thẳng đứng dưới dạng:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = g \cdot \rho \quad (1.86)$$

như phương trình tĩnh học

### 2. Xấp xỉ *Businessq*

Ta biết rằng mật độ nước trong đại dương thay đổi rất nhỏ:  $\frac{\partial \rho}{\rho} \approx 10^{-3}$  ( $\delta \rho$  là dị thường mật độ), do đó mật độ  $\rho$  có thể thay bằng  $\rho_0$  (mật độ trung bình), khi đó phương trình bảo toàn khối lượng được viết dưới dạng:

$$\overrightarrow{\text{div}} \mathbf{V} = 0 \quad (1.87)$$

(điều kiện không chịu nén của nước biển).

### 3. Phép xấp xỉ đối với lực Koriolis

- Khi nghiên cứu chuyển động quy mô trung bình và quy mô lớn trong đại dương như đã biết  $|W| \ll |U|$ , nên ta có thể bỏ qua số hạng có hệ số  $2\omega \cos \varphi$  trong thành phần của lực Koriolis theo trục Ox. Nhưng có thể phải tính đến số hạng này trong dải hẹp ở xích đạo.

### 4. Hệ thức địa chuyển

Trong biển khơi lực ma sát và gia tốc của hạt nước thường rất nhỏ, khi đó gradien theo phương ngang của áp lực sẽ cân bằng với lực Koriolis. Phương trình chuyển động có thể viết dưới dạng xấp xỉ (xấp xỉ địa chuyển):

$$\begin{aligned} -2\omega \cdot v \cdot \sin \varphi &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \\ 2\omega \cdot u \cdot \sin \varphi &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} \end{aligned} \quad (1.88)$$

Phương trình (1.88) được gọi là hệ thức địa chuyển.

Phép xấp xỉ này không ứng dụng được cho vùng gần mặt tự do và vùng biển ven bờ của đại dương, đôi khi cả ở một số vùng của đại dương có xuất hiện các lớp biên, vì ở đó lực ma sát và gia tốc hạt nước khá lớn.

## 1.6 Hoàn lưu chung của đại dương thế giới

Các dòng chảy trên mặt đại dương hình thành do tương tác phức tạp giữa đại dương và khí quyển cũng như do lực tạo triều gây nên.

Như chúng ta đã biết, Mặt Trời mang nhiệt tới bề mặt Trái Đất, là nguồn năng lượng chính của đại dương và khí quyển. Lớp nước mặt và lớp không khí dưới bị đốt nóng không đều ở các vĩ độ. Vùng xích đạo nhận nhiệt nhiều nhất còn vùng cực - ít nhất. Vì vậy nhiệt độ nước và không khí ở vùng xích đạo cao hơn ở các vĩ độ khác. Điều đó dẫn đến sự khác biệt về mật độ và làm xuất hiện dòng chảy mật độ trong đại dương và khí quyển. Khi không khí chuyển động trên mặt đại dương xuất hiện ma sát giữa không khí và nước làm phát sinh dòng chảy gió.

Nếu như không có lực quay của Trái Đất và nội lực ma sát tác động lên dòng chảy và đại dương bao phủ toàn bộ Trái Đất, thì có thể dễ dàng xác định được hướng và tốc độ dòng chảy theo phân bố của mật độ và gió. Thế nhưng các nguyên nhân trên với sự tồn tại của các lực địa đã làm phức tạp bức tranh chung của dòng chảy đến nỗi phải phân tích thật kỹ mới có thể xác lập được sự tương ứng giữa các lực tác dụng đến dòng chảy. Việc phân tích đó vô cùng phức tạp và trong nhiều trường hợp chưa thể thực hiện được. Điều này lại đặc biệt dễ hiểu, nếu chúng ta nhớ rằng, dòng chảy biển và đại dương về phía mình, cũng lại tác động đến dòng chảy trong khí quyển (gió), làm phức tạp hơn nữa tính chất các mối liên hệ tương hỗ giữa các hiện tượng.

Nguồn năng lượng thứ hai gây nên chuyển động các khối nước là lực hút vũ trụ của Mặt Trăng và Mặt Trời tạo nên dòng triều. Khác với dòng chảy mật độ và dòng chảy gió, dòng triều là tuần hoàn, và như đã thấy ở trên, dễ dàng dự tính được nếu như có số liệu quan trắc thời hạn đủ dài. Tuy nhiên, dòng triều cũng chịu tác dụng của lực quay của Trái Đất, lực ma sát và phụ thuộc vào các điều kiện địa lý tự nhiên (kích thước và độ sâu của biển, đặc điểm bờ, v.v...).

Dòng triều trong đại dương còn ít được nghiên cứu. Nhưng trên cơ sở những tài liệu mới nhất, có thể cho rằng dòng triều ở ngoài khơi của đại dương khá lớn (đến 50 cm/s) và có tính chất bán nhật.

Dòng triều trong các biển được nghiên cứu đầy đủ hơn nhiều. Về tốc độ, dòng triều ở một số vùng có thể đạt tới 300 cm/s.

Do thiếu tài liệu về dòng triều ở đại dương, dưới đây chỉ xét những dòng chảy chiếm ưu thế trên mặt đại dương, là tổng của dòng chảy mật độ và dòng chảy gió (dòng trôi và dòng gradien).

Dòng chảy mật độ ở chừng mực nào đó có thể xem là cố định. Chúng chỉ biến đổi chủ yếu theo biến trình mùa của bức xạ mặt trời.

Dòng chảy gió có đặc tính biến đổi mạnh cũng như hoàn lưu khí quyển, nhân tố gây nên dòng chảy này. Các dòng chảy tương đối ổn định thường thấy ở các vĩ độ nhiệt đới, thuộc khu vực tín phong ổn định. Ở các vĩ độ trung bình và cao, hoàn lưu khí quyển không ổn định, nên dòng chảy cũng kém ổn định hơn. Tuy nhiên, các kết quả nghiên cứu gần đây cho thấy rằng, ngay ở các vĩ độ nhiệt đới, các dòng chảy cũng không ổn định. Thí dụ, V.G. Corotôm đã xác định được là, trong đới dòng chảy tín phong Bắc Đại Tây Dương tồn tại dòng chảy ngược, gọi là dòng chảy ngược Antin - Ghinê.

Độ ổn định hay độ bất biến của dòng chảy về hướng được xác định bằng tỷ số giữa vận tốc trung bình hình học và vận tốc trung bình số học của dòng chảy quan trắc được ở điểm đã cho tính bằng phần trăm.

Bởi vậy, các bản đồ dòng chảy mặt của đại dương và biển càng được xem như những sơ đồ phản ánh những nét tổng quát hay tính ưu thế của các dòng chảy.

Dòng chảy thực ở những thời điểm cụ thể có thể khác xa so với dòng chảy biểu diễn trên bản đồ và sự khác biệt này ngày càng lớn nếu độ ổn định của dòng chảy càng nhỏ. Để phản ánh tốt hơn bức tranh dòng chảy thực cần phải xây dựng bản đồ dòng chảy từng tháng và tốt nhất là xây dựng bản đồ dòng chảy theo các loại hoàn lưu khí quyển.

Trong vùng xích đạo của Đại dương thế giới, nơi có đới tín phong Đông - Bắc (ở Bắc Bán Cầu) và Tây Nam (ở Nam Bán Cầu) ổn định xuất hiện các dòng chảy tín phong mạnh và ổn định, hướng về phía tây. Đến bờ đông của lục địa, các dòng chảy gây nên hiện tượng dâng nước và chảy ngoặt về bên phải ở Bắc Bán Cầu và về bên trái ở Nam Bán Cầu. Ở gần vĩ độ  $40^0$  trên đại dương ngự trị hệ thống gió tây, một bộ phận của hoàn lưu xoáy nghịch do các vùng áp cao nhiệt đới gây nên. Dưới tác động của hệ thống gió này, dòng chảy quay về phía đông và đông bắc, đến bờ tây của lục địa thì quay sang hướng nam ở Bắc Bán Cầu và hướng bắc ở Nam Bán Cầu, tạo nên dòng hoàn lưu khép kín giữa xích đạo và vĩ độ  $40 - 50^0$ . Ở Bắc Bán Cầu hoàn lưu hướng theo chiều kim đồng hồ, còn ở Nam bán cầu thì ngược chiều kim đồng hồ. Đồng thời, một phần của dòng chảy đông ở Bắc bán cầu quay lên phía bắc, làm thành một nhóm hoàn lưu vĩ độ trung bình.

Ở giữa các dòng chảy của đới tín phong Bắc và Nam bán cầu, tức giữa các dòng chảy tín phong, trong vùng xích đạo xuất hiện dòng chảy nghịch, hướng về phía đông. Người ta giải thích nguyên nhân của các dòng chảy này là do sự không đồng đều của trường gió ở vùng nhiệt đới gây ra.

Chỉ có cảnh tượng dòng chảy ở vùng nhiệt đới Bắc Ấn Độ Dương là khác so với sơ đồ miêu tả ở trên. Ở đây, bán đảo Ấn Độ nhô sâu xuống phía nam và lục địa châu Á rộng lớn tạo điều kiện thuận lợi để phát triển hoàn lưu gió mùa. Do đó, ở Bắc Ấn Độ Dương dòng chảy có biến trình năm phù hợp với biến trình năm của hoàn lưu khí quyển.

Ở các vĩ độ trung bình  $45^0 - 65^0$  ở các phần bắc của Đại Tây Dương và Thái Bình Dương dòng chảy tạo nên dòng hoàn lưu ngược chiều kim đồng hồ. Nhưng do sự bất ổn định của hoàn lưu khí quyển ở các vĩ độ này mà dòng chảy cũng ít ổn định, trừ những nhánh được tạo nên bởi độ nghiêng cố định của mực đại dương từ xích đạo đến cực. Thí dụ như các dòng chảy nóng Bắc Đại Tây Dương và Bắc Thái Bình Dương. Độ nghiêng cố định này của mực đại dương được gây nên không những bởi nước dâng ở bờ Tây lục địa do dòng chảy tín phong mà còn bởi phân bố chung của nhiệt độ nước (và do đó, của mật độ). Mật độ nước tăng từ xích đạo đến cực gây nên độ nghiêng của mực nước đại dương làm tăng cường dòng chảy gió không những chỉ ở vùng vĩ độ trung bình mà còn ở những vùng nhiệt đới các đại dương.

Cần phải xem sơ đồ dòng chảy nói trên như là kết quả tổng cộng của dòng chảy gió và dòng chảy mật độ, trong đó dòng chảy gió giữ vai trò cơ bản.

Ở những vĩ độ cao (vùng cực) có thể hình dung dòng chảy dựa trên quá trình băng trôi.

Quan trắc băng trôi cho thấy rằng ở Bắc Băng Dương dòng chảy mặt xuất phát từ bờ châu Á, đi qua cực đến bờ đông Grinlen. Tính chất đó của dòng chảy, một mặt là do hệ thống gió Đông gây nên, mặt khác là để bù trừ dòng nước từ Bắc Đại Tây Dương đến.

Ở dọc bờ Nam cực, dòng chảy chủ yếu có hướng tây và tạo nên dải hoàn lưu hẹp hướng từ đông sang tây. Xa bờ một chút tồn tại dòng chảy hướng đông, do có gió tây chiếm ưu thế ở vĩ độ trung bình.

Cảnh tượng chung của dòng chảy mặt đại dương thế giới nói trên thực tế còn phức tạp hơn nhiều do các đặc điểm địa lý của từng đại dương.

Trên cơ sở sơ đồ dòng chảy mặt nói trên và phân bố vận tốc theo phương thẳng đứng có thể quy ước chia Đại dương thế giới thành các vùng như sau:

1) Vùng dòng chảy mặt cố định: ở đó luôn có thể quan trắc được vận tốc dòng chảy khoảng 100cm/s và hơn nữa.

2) Vùng dòng chảy yếu cố định, có vận tốc chảy không quá 25 - 40 cm/s.

3) Vùng dòng chảy cục bộ, với vận tốc không quá 15 - 25 cm/s, nhưng trong những điều kiện synóp đặc biệt có thể đạt 100 cm/s.

4) Vùng dòng chảy xích đạo đặc trưng bởi các dòng chảy nghịch tầng sâu;

5) Vùng dòng triều chiếm ưu thế, trong đó dòng triều chiếm hơn 50% dòng chảy quan trắc được.

Vùng thứ nhất bao gồm các dòng Gônxtريم, dòng Curôxiô, dòng Brazin, dòng Caribê, dòng ngược Nam xích đạo, dòng Antin và các dòng tương tự khác.

Đặc điểm của dòng Curôxiô và Gônxtريم là trên mặt vận tốc đạt cực đại đến 200 - 250 cm/s, giảm theo độ sâu đến 150 - 125 cm/s ở tầng 200 m và đến 100 - 75 cm/s ở tầng 500 m.

Thường ở độ sâu 800 - 1200 m dòng chảy có hướng ngược lại. Ở vùng Gônxtريم tại độ sâu đó tồn tại dòng chảy ngược, gọi là “Dòng đối Gônxtريم”, vận tốc khoảng 15 - 25 cm/s có khi tới 50 cm/s.

Đặc điểm nổi bật của vùng thứ nhất là ở đó, vào thời gian dòng chảy trên mặt đạt vận tốc cực đại, tức khi dòng chảy có độ ổn định nhỏ nhất, có hình thành các đoạn uốn khúc. Những đoạn uốn khúc nhiều khi tách ra khỏi dòng chính, tạo thành xoáy nước đường kính vài chục hải lý cách trục của dòng chảy vài trăm hải lý.

Trong tầng mặt 200 mét, ở biên của các dòng chảy cố định mạnh người ta quan sát thấy những dải hẹp với dòng chảy nghịch vận tốc đến 50 - 75 cm/s.

Đặc điểm của các dòng chảy mạnh là có độ biến thiên lớn theo không gian. Phương sai trung bình đạt 10 cm/s trên khoảng cách 0,1 hải lý và 25 cm/s trên khoảng cách 0,5 hải lý. Phương sai cực đại có thể đạt tới 100 - 150 cm/s trên khoảng cách 0,1 hải lý.

Hệ thống dòng chảy cố định mạnh kiểu dòng Antin có một vài đặc tính khác. Ở đây vận tốc cực đại ít khi vượt quá 100 - 125 cm/s, có lẽ điều đó làm cho phân bố địa lý của nó ổn định hơn và không tạo thành các đoạn uốn khúc tầng sâu. Phương sai trung bình của vận tốc dòng chảy là 10 cm/s trên một hải lý và 25 cm/s trên 7 - 8 hải lý. Đương nhiên, dòng chảy có độ biến thiên lớn nhất trên phương vuông góc với luồng chảy chính, đặc biệt trên biên của dòng.

Vận tốc cực đại 100 - 125 cm/s nói trên đạt được trong lớp nước từ mặt đến độ sâu 200 m. Vận tốc dòng chảy giảm từ từ theo độ sâu, và ở tầng 700 - 800 m thì giá trị trung bình của nó đạt 10 - 15 cm/s. Giá trị cực đại không quá 25 cm/s. Sâu hơn nhận thấy sự thay đổi từ từ hướng dòng chảy mà từ độ sâu lớn hơn 1000 m sẽ ngược hướng dòng mặt. Vận tốc dòng chảy ở đây bằng 10 - 15 cm/s, giá trị cực đại đến 25 cm/s.

Vùng thứ hai - vùng dòng chảy yếu cố định, khác với dòng thứ nhất ở chỗ chúng chịu ảnh hưởng rõ rệt của hoàn lưu khí quyển, nhưng vẫn giữ được hướng chung của dòng. Đặc điểm của vùng này là vận tốc dòng chảy trung bình vào khoảng 25 - 40 cm/s, song vận tốc cực đại trong lớp 100 m có thể đạt 100 - 125 cm/s. Vùng này bao gồm các dòng Labrado, Bắc Đại Tây Dương, Irminger, Canada, Oiaxiô, Camtratca, California.

Đặc điểm vùng dòng chảy cục bộ là tính phi trật tự trong phân bố dòng chảy theo phương thẳng đứng. Trong một số trường hợp, vận tốc cực đại quan trắc được thấy không những chỉ ở lớp mặt mà cả ở các tầng 100 - 300, 500 - 700 và thậm chí 1000 - 1500m. Với vận tốc lớn nhất gặp ở độ sâu không quá 500 m. Vùng này bao gồm những biển với những dòng triều yếu và một số vùng đại dương nơi không có những dòng chảy cố định thể hiện tương đối rõ.

Vùng xích đạo được đặc trưng bởi hệ dòng chảy khá đặc thù vì thế lôi cuốn sự chú ý của nhiều nhà nghiên cứu. Người ta đặc biệt quan tâm tới vùng này trong mấy chục năm gần đây, sau khi khám phá ra (năm 1951) dòng chảy mạnh hướng đông gọi là dòng Crômven, ở dưới lớp dòng chảy tín phong nam thuộc Thái Bình Dương. Năm 1959 trong một chuyến đi của tàu nghiên cứu khoa học "Mikhain Lômônôxốp" người ta đã phát hiện ra một dòng chảy tương tự ở dưới lớp dòng chảy tín phong nam Đại Tây Dương và gọi là dòng chảy ngược xích đạo Lômônôxốp. Năm 1962 trong một chuyến điều tra ở Mỹ người ta phát hiện có dòng chảy tương tự ở Ấn Độ Dương. Các dòng chảy nghịch dưới lớp mặt này trong cả ba đại dương đều hướng dọc theo xích đạo cắt các đại dương từ tây sang đông bằng một dải tương đối hẹp từ 2° vĩ nam đến 2° vĩ bắc. Trục của dòng chảy nằm giữa lớp đột biến nhiệt độ. Chiều dày theo phương thẳng đứng của lớp nước chứa dòng chảy này bằng khoảng 200 - 250 mét. Dòng chảy ổn định về hướng, độ lệch so với hướng tổng thể không lớn. Các thành phần dòng chảy theo phương kinh tuyến nhỏ và không ổn định về hướng. Các thành phần theo vĩ tuyến ít biến đổi theo thời gian.

Dòng chảy ngược xích đạo tồn tại quanh năm, mặc dù trong các đại dương có thể có sự dao động theo mùa của cường độ dòng chảy do sự biến đổi theo mùa của trường gió gây nên.

Do có gradien vận tốc thẳng đứng lớn gây ra xáo trộn rối, nên trong vùng dòng chảy ngược dưới lớp mặt, lớp đột biến nhiệt độ có phần bị yếu đi. Do đó, trong đới xích đạo của các đại dương có sự khác biệt các đường đẳng trị nhiệt độ nước, lượng ô xi hoà tan, phốt phát và silic. Độ sâu của lớp đột biến nhiệt độ giảm từ tây sang đông, vận tốc cực đại trong toàn tuyến dòng chảy thường quan trắc thấy ở vị trí giữa lớp đột biến nhiệt độ. Như vậy trục của dòng chảy càng về phía đông càng được nâng lên gần mặt. Độ dày theo phương thẳng đứng của dòng chảy ở phía đông các đại dương cũng giảm đi.

Những nét tổng quát của dòng chảy ngược xích đạo dưới tầng mặt của Thái Bình Dương, Đại Tây Dương và Ấn Độ Dương là như vậy. Ngoài những nét chung đó còn có sự khác nhau căn bản về tính chất của các dòng chảy cũng như về phân bố của các yếu tố thủy văn. Trước hết là sự khác nhau về giá trị vận tốc cực đại ở trục dòng chảy. Ở Thái Bình Dương vận tốc dòng chảy lớn nhất đo được là 150 cm/s, ở Đại Tây Dương - 119cm/s, ở Ấn Độ Dương - không quá 60 cm/s.

Sự khác biệt này có lẽ một mặt do quy mô chuyển động khác nhau (bề rộng của Thái Bình Dương ở vùng xích đạo 2,5 lần lớn hơn của Đại Tây Dương), mặt khác do tính chất các trường gió khác nhau. Các vùng xích đạo của Đại Tây Dương chịu tác dụng của gió tín phong. Do đó ở đây cả mùa đông lẫn mùa hè, thành phần gió theo vĩ tuyến luôn có hướng đông. Riêng ở vùng ven bờ tây châu Phi và vịnh Ghinê thuộc Đại Tây Dương gió thường yếu đi không ổn định về hướng, trường gió hình thành dưới tác dụng của xoáy thuận châu Phi. Dòng hướng đông tồn tại quanh năm duy trì dòng chảy ổn định về hướng và vận tốc khá lớn.

Ở Ấn Độ Dương có chế độ gió mùa ngự trị. Gió mùa đông bắc thổi từ tháng 11 đến tháng 3, gió mùa tây nam từ tháng 5 đến tháng 9. Sự chuyển tiếp gió mùa xảy ra vào tháng 4 và tháng 10. Hoàn lưu gió mùa của khí quyển gây ra sự chuyển tiếp đều đặn dòng chảy theo mùa ở phía bắc  $8^{\circ}$  vĩ nam. Về mùa đông quan trắc thấy dòng chảy gió mùa hướng tây ở xích đạo và bắc xích đạo. Do đó trong mùa này hướng của dòng chảy mặt trong đới xích đạo trùng với hướng của dòng chảy này ở các đại dương khác. Cũng trong mùa này, dòng chảy ngược xích đạo tầng mặt phát triển, nhưng khác với dòng chảy ngược ở Thái Bình Dương và Đại Tây Dương, nó không nằm ở phía bắc mà lại ở phía nam xích đạo giữa  $3^{\circ}$  và  $8^{\circ}$  vĩ nam trong đới phân cách gió mùa và tín phong.

Vào mùa hè, dòng chảy gió mùa hướng tây đổi sang hướng đông, còn dòng chảy ngược xích đạo thì chuyển thành dòng chảy yếu và kém ổn định.

Điều lý thú là dòng chảy hướng đông dưới tầng mặt ở xích đạo quan trắc thấy cả khi có gió mùa đông bắc lẫn khi có gió mùa đông nam tuy cường độ của nó khác nhau. Dòng chảy phát triển mạnh nhất vào cuối mùa gió mùa đông bắc, nghĩa là vào thời kỳ mà điều kiện gió tương tự như ở Thái Bình Dương và Đại Tây Dương. Khi có gió mùa đông nam dòng chảy đó yếu hơn, tốc độ của nó không vượt quá 50 cm/s.

Có sự khác nhau đáng kể cả trong phân bố độ muối của nước ở vùng xích đạo các đại dương. Ở Ấn Độ Dương cũng như Đại Tây Dương trong lớp đột biến nhiệt độ dọc theo xích đạo tồn tại một lõi độ muối cao. Lõi này duy trì quanh năm và là dấu hiệu của sự vận chuyển nước theo hướng đông trong đó độ muối giảm từ tây sang đông. Độ muối cực đại của lõi dòng chảy Ấn Độ Dương nhỏ hơn nhiều so với Đại Tây Dương (gần  $35,2^{\circ}/_{00}$ ). Vùng nước rộng lớn có độ muối cao Tây Ấn Độ Dương và Đại Tây Dương là nguồn gốc độ muối cao của nước chảy dọc theo xích đạo. Ở Đại Tây Dương có hai vùng như vậy ở phía bắc và phía nam xích đạo; một vùng từ mũi Xanrôc về phía nam, vùng khác từ quần đảo Antin về phía đông bắc. Độ muối cực đại ở đây đạt  $35,5^{\circ}/_{00}$ . Ở Tây Ấn Độ Dương giá trị độ muối cực đại thấp hơn ở Đại Tây Dương và không vượt quá  $35,6^{\circ}/_{00}$ . Cực đại độ muối đó có liên quan đến sự truyền bá nước dưới tầng mặt cận nhiệt đới Nam bán cầu và nước dưới tầng mặt của biển Arập. Điều này giải thích vì sao độ muối ở lõi dòng chảy ngược dưới lớp mặt ở đây thấp hơn ở lõi dòng Lômônôxốp.

Ở Thái Bình Dương không quan trắc thấy lõi độ muối cao trong lớp đột biến nhiệt độ ở xích đạo. Vùng độ muối cao trong lớp dưới mặt ở đại dương này nằm về phía nam xích đạo trong vùng trung tâm đại dương. Độ muối cực đại quan trắc được ở giữa  $10^{\circ}$  và  $20^{\circ}$  vĩ nam đạt đến  $36,5^{0}/_{00}$ . Ở phía tây của đại dương, nơi hình thành dòng Crômven độ muối cũng gần như ở phía đông. Do đó dòng chảy Crômven không có gì đặc biệt về mặt phân bố độ muối.

Những nét chung của các dòng chảy xích đạo dưới tầng mặt của Thái Bình Dương, Đại Tây Dương và Ấn Độ Dương chứng tỏ rằng chúng được gây nên và duy trì bởi cùng những lực như nhau. Tuy nhiên điều kiện hình thành các dòng chảy này trong mỗi đại dương có những đặc điểm riêng, gây nên một số khác biệt trong cấu trúc dòng chảy.

Cần phải công nhận rằng, nguyên nhân cơ bản tạo nên các dòng chảy này là tính chất hoàn lưu khí quyển vùng xích đạo, sự triệt tiêu lực quay của Trái Đất ở xích đạo và sự tăng nhanh lực này ở các vĩ độ xa xích đạo (hiệu ứng  $\beta$ ), hình dạng đường bờ, địa hình đáy. Phân bố nhiệt độ và độ muối theo phương thẳng đứng liên quan đến cân bằng nhiệt (cân bằng nhiệt) cũng có một vai trò nhất định.

Những khu vực có dòng chảy triều chiếm ưu thế là những vùng thềm lục địa các đại dương và các biên ven, ở đây vận tốc dòng chảy đạt 25 - 40 cm/s. Trong các eo biên vận tốc có thể đạt tới 600cm/s. Ở ngoài khơi đại dương, tốc độ dòng triều không vượt quá 10 - 15 cm /s.

## Chương 2

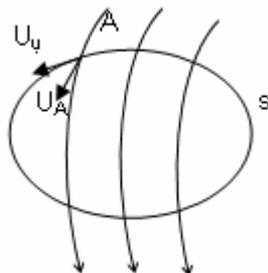
# Các lý thuyết dòng chảy biển và đại dương

## 2.1 Phương pháp động lực tính hoàn lưu

### 2.1.1 Khái niệm chung về hoàn lưu

Năm 1903 Henlan và Xanstrem đã ứng dụng lý thuyết hoàn lưu của Tomson, Bécnhéc để tính toán dòng chảy trong đại dương. Sau đây ta sẽ nghiên cứu lý thuyết hoàn lưu đó.

Giả sử có một dòng chất lỏng chuyển động. Xét hoàn lưu dọc theo đường cong kín  $s$  trong chất lỏng này. Giả sử có hạt chất lỏng  $A$  nằm trên đường cong  $S$  chuyển động với vận tốc  $U$ .



Hình 2.1

Sơ đồ hoàn lưu

Hình chiếu của  $U$  lên yếu tố đường cong  $ds$  là  $U_\tau$ . Tích phân của  $U_\tau$  dọc theo đường cong kín gọi là hoàn lưu tốc độ dọc theo đường cong kín:

$$\begin{aligned} C &= \oint \vec{U} \cdot d\vec{s} \\ C &= \oint U \cos(\vec{U}, d\vec{s}) ds \end{aligned} \quad (2.1)$$

hay 
$$C = \oint U_\tau ds$$

các thành phần của  $U$  là:  $u, v, w$ ; các thành phần của  $ds$  là  $dx, dy, dz$ .

Giả sử chất lỏng chuyển động dưới tác dụng cân bằng của gradien áp lực và lực quán tính, khi đó chỉ có ngoại lực duy nhất là trọng lực tác dụng lên chất lỏng. Từ hệ phương trình chuyển động có:

$$\begin{aligned}\frac{du}{dt} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{dv}{dt} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} \\ \frac{dw}{dt} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + g.\end{aligned}\quad (2.2)$$

Nhân lần lượt các phương trình (2.2) với  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  rồi cộng lại:

$$\frac{du}{dt} dx + \frac{dv}{dt} dy + \frac{dw}{dt} dz = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial P}{\partial x} dx + \frac{\partial P}{\partial y} dy + \frac{\partial P}{\partial z} dz \right) + g dz. \quad (2.3)$$

Ta có:

$$\begin{aligned}\frac{\partial P}{\partial x} dx + \frac{\partial P}{\partial y} dy + \frac{\partial P}{\partial z} dz &= dP \\ \frac{du}{dt} dx + \frac{dv}{dt} dy + \frac{dw}{dt} dz &= \frac{dU_{\tau}}{dt} ds\end{aligned}$$

Thay cả biểu thức này vào (2.3) và tích phân:

$$\frac{d}{dt} \oint U_{\tau} ds = -\frac{dP}{\rho} + \oint g dz \quad (2.4)$$

mà  $\oint g dz = 0$

do đó (2.4) có dạng:

$$\frac{dC}{dt} = -\oint \alpha dP \quad (2.5)$$

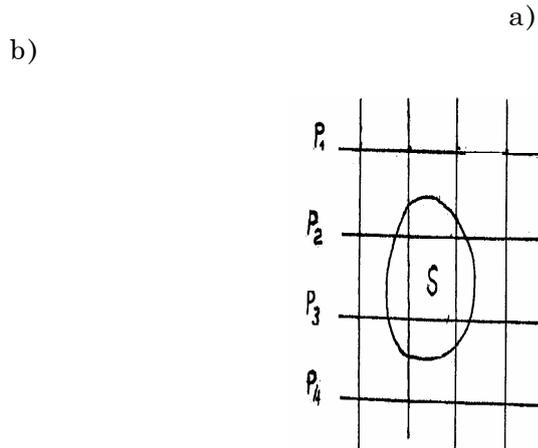
với  $\alpha = \frac{1}{\rho}$ .

Becnhec đã xét cụ thể vế phải của (2.5).

Do bốc hơi, giáng thủy, bức xạ mặt trời... không đồng đều mà làm cho mặt đẳng áp trong nước biển nghiêng đi so với mặt nằm ngang. Do đó trong đại dương hình thành một loạt các ống lực tạo bởi mặt đẳng áp và mặt đẳng tích cắt nhau. Các ống lực đó gọi là các Xôlênôit. Số Xôlênôit phụ thuộc vào góc cắt của các mặt đẳng áp và đẳng tích, cũng như vào gradien của chúng.

Tổng thiết diện ngang của các ống Xôlênôit nằm trong đường cong kín  $s$  là như trên hình 2.2a:

$$\oint \alpha dp = S \quad (2.6)$$



**Hình 2.2**

Sơ đồ đường dòng

Để đơn giản ta xét trường hợp đường cong tích phân là chu vi của hình chữ nhật ABCD (hình 2.2b): AB trùng với đường đẳng áp  $P_0$ , CD trùng với đường đẳng áp  $P_1$ , hai cạnh AD và BC là đường thẳng đứng. Khi đó

$$\begin{aligned}
 \oint \alpha dp &= \int_A^D \alpha dp + \int_D^C \alpha dp + \int_C^B \alpha dp + \int_B^A \alpha dp \\
 &= \int_{P_0}^{P_1} \alpha dp + \int_{P_1}^{P_0} \alpha dp + \int_{P_1}^{P_0} \alpha dp + \int_{P_0}^{P_1} \alpha dp \quad (2.7) \\
 &= \int_{P_0}^{P_1} \alpha_a dp - \int_{P_0}^{P_1} \alpha_b dp = D_A - D_B
 \end{aligned}$$

Từ (2.5) có:

$$\frac{dC}{dt} = -\oint \alpha dp = D_B - D_A \quad (2.8)$$

với

$$D_A = \int_{P_0}^{P_1} \alpha_a dp; \quad D_B = \int_{P_0}^{P_1} \alpha_b dp.$$

Trong thực tế do Quả Đất còn tự quay quanh trục của nó với vận tốc góc  $\omega$ , nên ngoài hoàn lưu gia tốc tuyệt đối  $C$ , còn có hoàn lưu gia tốc địa chuyển  $C_3$ . Như vậy hoàn lưu gia tốc tương đối là:

$$C_0 = C - C_3. \quad (2.9)$$

Hoàn lưu gia tốc địa chuyển  $C_3$  liên hệ với vận tốc góc quay  $\omega$  của Quả Đất và diện tích hình bao của đường cong kín  $s$  là  $F$ , do đó có:

$$C_3 = 2\omega F. \quad (2.10)$$

Nếu đường cong kín  $s$  không nằm trong mặt phẳng song song với mặt phẳng xích đạo thì ta phải chiếu  $F$  lên mặt phẳng song song với mặt phẳng xích đạo, được  $F_E$ , khi đó:

$$C_3 = 2\omega F_E. \quad (2.11)$$

suy ra 
$$\frac{dC_3}{dt} = 2\omega \frac{dF_E}{dt}. \quad (2.12)$$

Nếu tính cả ảnh hưởng của lực ma sát trong đến hoàn lưu thì có:

$$\frac{dC_0}{dt} = \frac{dC}{dt} - \frac{dC_3}{dt} - R$$

hay 
$$\frac{dC_0}{dt} = -\oint \alpha dp - 2\omega \frac{dF_E}{dt} - R. \quad (2.13)$$

### 2.1.2 Ứng dụng lý thuyết hoàn lưu để nghiên cứu dòng chảy ổn định

B. Henlan - Hanxen và V.Xanstrem đã ứng dụng lý thuyết hoàn lưu đối với đại dương, đưa ra phương pháp động lực để tính toán dòng chảy biển ổn định. Phương pháp này chỉ tính đến sự phân bố của mật độ, tức là chỉ có nội lực và lực Koriolis gây ra dòng chảy.

Các tác giả đưa ra một số giả thiết:

- Chuyển động của nước biển là ổn định :  $\frac{dC_0}{dt} = 0.$

- Đường cong kín qua 2 trạm thủy văn và 2 đường đẳng áp trên đường cong kín nằm trong mặt phẳng vuông góc với dòng chảy ổn định.

- Lực ma sát trong xem như không đáng kể:  $R = 0.$

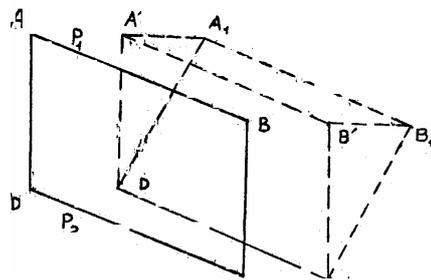
Với những giả thiết đó thì (2.13) được viết lại dưới dạng:

$$0 = -\oint \alpha dp - 2\omega \frac{dF_E}{dt}$$

hay 
$$2\omega \frac{dF_E}{dt} = -\oint \alpha dp. \quad (2.14)$$

Giả sử có đường cong kín ABCD (hình 2.3) ở thời điểm ban đầu nằm trong mặt phẳng thẳng đứng AB và CD và nằm trong 2 mặt đẳng áp  $P_1$  và  $P_2$ , giả sử AB chuyển động với vận tốc  $U_1$ ; CD chuyển động với vận tốc  $U_2$ . Sau thời gian 1 giây thì đường cong kín ABCD chuyển động tới vị trí A'B'C'D'. Ở vị trí ban đầu diện tích hình chiếu của ABCD lên mặt phẳng nằm ngang bằng không. Sau thời gian 1 s thì diện tích hình chiếu A'B'C'D' lên mặt phẳng nằm ngang là diện tích của  $A_1B_1B'A' = dF_n$ . Gọi độ dài  $AB = l$ , thì có:

$$dF_n = (U_1 - U_2)l \quad (2.15)$$



Hình 2.3

Sơ đồ đường cong s và hình chiếu của nó

Sau thời gian dt thì hình chiếu của đường cong kín nên mặt phẳng nằm ngang là:

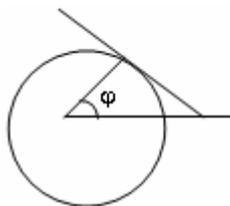
$$dF_n = (U_1 - U_2)l.dt.$$

Gọi hình chiếu của  $dF_n$  (diện tích) lên mặt phẳng xích đạo là  $dF_{XD}$  thì: (Hình 2.4)

$$dF_{XD} = dF_n \cdot \sin \varphi$$

do đó 
$$dF_{XD} = (U_1 - U_2)l.dt \cdot \sin \varphi$$

với  $dt = 1s$ .



Hình 2.4

Sơ đồ hình chiếu đường cong s lên mặt phẳng xích đạo

Từ (2.14) ta có:

$$l(U_1 - U_2)2\omega \sin \varphi = -\oint \alpha dp \quad (2.16)$$

Do 
$$-\oint \alpha dp = D_B - D_A = \Delta D$$

nên 
$$l(U_1 - U_2) \cdot 2\omega \sin \varphi = \Delta D$$

$$\text{hay} \quad U_1 - U_2 = \frac{\Delta D}{2\omega l \sin \varphi}. \quad (2.17)$$

Đây là công thức tính vận tốc dòng chảy tương đối giữa mặt đẳng áp  $P_1$  đối với mặt đẳng áp  $P_2$ . Nếu vận tốc dòng chảy trên mặt đẳng áp  $P_2$  bằng không thì có công thức tính vận tốc tuyệt đối của dòng chảy:

$$U_1 = \frac{\Delta D}{2\omega l \sin \varphi} \quad (2.18)$$

trong đó:  $l$  là khoảng cách giữa 2 trạm thủy văn nằm trên đường vuông góc với hướng dòng chảy.

Nếu  $\Delta D$  tính bằng deximet động lực,  $l$  tính bằng mét thì  $U_1, U_2$  tính bằng cm/s theo công thức:

$$U_1 - U_2 = \frac{10\Delta.D}{2\omega l \sin \varphi}. \quad (2.19)$$

Người ta cũng có thể đi đến công thức của Henlan - Hansen bằng cách khác: thông qua phương pháp tính dòng chảy địa chuyển.

Như vậy từ số liệu đo đạc về nhiệt độ và độ muối có thể xác định được khoảng cách động lực giữa hai mặt đẳng áp  $P_1$  và  $P_2$  tại các trạm thủy văn. Nếu chọn một mặt đẳng áp làm mặt tính toán (còn gọi là mặt đẳng áp không) thì có thể đánh giá được độ nghiêng của mặt đẳng áp kia ở giữa hai mặt thủy văn lân cận so với mặt không. Cộng độ nghiêng tương đối với độ nghiêng của mặt tính toán (mặt đẳng áp không) thì có độ nghiêng của mặt đẳng áp đó. Trong thực tế không có phương pháp trực tiếp xác định độ nghiêng địa thế tuyệt đối của mặt đẳng áp không đó, nhưng người ta có thể xác định nó bằng cách gián tiếp.

Ta thấy  $U_1$  là thành phần vận tốc dòng chảy thực vuông góc với AB, nếu  $U_2=0$  tức là mặt đẳng áp  $P_2$  nằm ngang. Khi có mạng lưới các trạm thủy văn của một vùng biển và tìm được mặt đẳng áp nằm ngang, thì các đường đẳng độ sâu động lực tại những mặt đẳng áp khác nhau là những đường dòng trên các độ sâu tương ứng. Khoảng cách giữa các đường đẳng độ sâu động lực tỷ lệ nghịch với vận tốc dòng chảy.

Xác định hướng dòng chảy: ở Bắc bán cầu nếu người ta quan trắc nhìn theo hướng dòng chảy, thì thấy ở bên phải của mình là vùng có độ cao động lực lớn hơn, còn ở Nam bán cầu thì ngược lại.

*Xây dựng bản đồ động lực và dòng chảy mật độ:*

Như đã biết, việc biến đổi áp suất  $dp$  trong biển tỷ lệ với sự biến đổi trọng lượng cột nước, tức là:

$$dp = -g\rho dz.$$

hay biểu diễn thể tích riêng  $\alpha = \frac{1}{\rho}$

$$\alpha dp = -gdz.$$

Tích phân biểu thức này ta nhận được:

$$\int_{P_1}^{P_2} \alpha dp = - \int_Z^0 g dz = D = g.Z$$

ở đây  $z$  - khoảng cách giữa các mặt đẳng áp. Tích phân được thay bằng tổng:

$$\int_{P_1}^{P_2} \alpha dp = \sum_{P_1}^{P_2} \alpha \Delta P = D. \quad (2.20)$$

Khi tính độ cao động lực, người ta sử dụng thể tích riêng quy ước:

$$v_t = (\alpha - 0,9) \cdot 10^3 \quad (2.21)$$

từ đó có:  $\alpha = v_t \cdot 10^{-3} + 0,9 \quad (2.22)$

và công thức (2.20) có dạng

$$D = \sum_{P_1}^{P_2} v_t \cdot 10^{-3} \cdot \Delta P + \sum_{P_1}^{P_2} 0,9 \cdot \Delta P. \quad (2.23)$$

Vì muốn tính dòng chảy cần phải xác định hiệu độ cao động lực giữa các mặt đẳng áp đã cho, nên trong thành phần thứ hai ở vế phải không cần tính đến và công thức có dạng:

$$\Delta D = \sum_{P_1}^{P_2} v_t \cdot 10^3 \cdot \Delta P. \quad (2.24)$$

Nếu áp suất  $P$  ở độ sâu nhất định tính bằng đêxibar thì thực tế, về trị số nó bằng độ sâu tính bằng mét. Điều đó làm đơn giản việc tính toán rất nhiều.

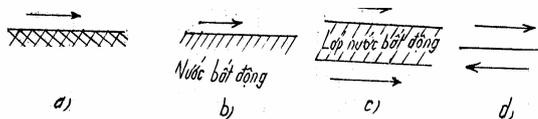
Thể tích riêng được tính toán theo giá trị đo đặc nhiệt độ và độ muối ở các trạm hải dương. Người ta đã lập thành bảng để tính toán độ cao động lực tại các trạm đó.

Sau khi tính độ cao động lực trên các trạm hải dương chúng ta ghi giá trị lên bản đồ vùng nghiên cứu và vẽ các đường đồng mức động lực (thường cách nhau 5 milimét động lực). Các mũi tên trên đường đồng mức động lực cần vẽ sao cho giá trị độ sâu động lực nhỏ hơn luôn luôn ở bên trái chúng (cho Bắc bán cầu). Chúng ta sẽ nhận được bản đồ động lực đặc trưng cho dòng chảy mật độ.

Muốn tính vận tốc dòng chảy ở một điểm bất kỳ, cần xác định khoảng cách  $l$  giữa 2 đường đẳng trị động lực gần nhất. Vì hiệu số độ cao động lực giữa các đường đồng mức động lực đã biết, nên khi thay hiệu số đó, khoảng cách  $R$  và vĩ độ địa lý  $\varphi$  vào công thức (2.19) ta sẽ nhận được giá trị vận tốc dòng chảy thực cần tìm, nếu  $U_2 = 0$ ; hay nhận được vận tốc dòng chảy tương đối giữa hai mặt đẳng áp, nếu  $U_2 \neq 0$ .

*Phương pháp xác định mặt không động lực:*

Để nhận được bản đồ tuyệt đối của vận tốc dòng chảy bằng phương pháp động lực thì cần phải tìm được độ sâu không có dòng chảy. Độ sâu này trong Hải dương học gọi là mặt không động lực. Mặt không tuyệt đối có thể quan trắc được trong những trường hợp sau (Hình 2.5).



**Hình 2.5**

Sơ đồ phân bố mặt không động lực

a - Ở đáy biển, khi dòng chảy có phân bố từ mặt tới đáy.

b - Tại mặt phân cách giữa hệ dòng chảy và nước bất động.

c - Trong lớp nước bất động giữa hai hệ dòng chảy.

d - Trên mặt phân cách giữa hai hệ dòng chảy hướng ngược nhau.

Thời kỳ đầu, khi ứng dụng phương pháp động lực người ta cho rằng mặt không luôn luôn nằm ngang. Nhưng qua nhiều tính toán và quan trắc, người ta thấy mặt không thực thay đổi độ sâu từ điểm này sang điểm khác, tức là nó không phải là nằm ngang, do đó việc xác định độ sâu thực của mặt không là rất khó khăn. Việc xác định mặt không động lực chỉ là tương đối. Trong thực tế người ta chọn mặt không quy ước có  $v \approx 0$ , sau tính toán nhiều lần thì tìm được vị trí  $v = 0$ . Có khá nhiều phương pháp xác định mặt không động lực:

Đitorich đề nghị lấy mặt có hàm lượng ôxy cực tiểu ở tầng sâu làm mặt không động lực.

Hidaca cho rằng có thể xác định mặt không động lực một cách tương đối chính xác trên cơ sở tính sự khuếch tán muối ở các tầng sâu. Ông kiến nghị lấy lớp nước, trong đó khuếch tán độ muối nhỏ hay bằng không làm mặt không động lực.

Khi xác định mặt không động lực Paro xuất phát từ giả thuyết rằng, chuyển động của nước xảy ra dọc theo các mặt đẳng mật độ cho nên ở lớp nước, nơi có vận tốc dòng chảy cực tiểu (hoặc bằng không), thực tế không có độ nghiêng của các mặt đẳng mật độ và do đó, khoảng cách giữa chúng không đổi.

Sverdrup đề nghị xác định vị trí mặt không động lực trên cơ sở tính lưu lượng nước qua mặt cắt từ biên này đến biên kia của biển.

Defan đề ra phương pháp xác định vị trí của mặt không động lực bằng cách chỉ sử dụng số liệu về độ cao động lực của các mặt đẳng áp tiêu chuẩn. Thực chất của phương pháp là xác định hiệu số độ cao động lực của các trạm hải dương lân cận. Mặt đi qua điểm giữa của lớp nước, nơi mà hiệu số này không đổi, được lấy làm mặt không động lực. Phương pháp của Defan là một trong những phương pháp khách quan nhất.

Phát triển ý đồ của Defan, Mamaev xác định mặt không động lực theo số liệu thể tích riêng chứ không theo hiệu số độ cao động lực. Đặc biệt trong trường hợp khó xác định lớp nước có hiệu số độ cao động lực không đổi. Sự đơn giản đó thực tế rất lợi. Mamaev cũng đưa ra phương pháp xác định mặt không động lực trên cơ sở phân tích phân bố thẳng đứng của mật độ nước biển. Thực chất của phương pháp là xác định mối liên hệ giữa vị trí mặt không động lực và độ ổn định của các lớp nước trong cột nước từ mặt biển đến độ sâu phân bố mặt không động lực. Phương pháp của Mamaev có thể được xem là phương pháp có triển vọng và khách quan.

Các kết quả tính toán và quan trắc cho thấy rằng, vị trí trung bình của mặt không động lực trong các đại dương nằm ở độ sâu khoảng 1000 - 1500 dbar. Ở biển độ sâu này nhỏ hơn, ví dụ như ở Hắc Hải, độ sâu của mặt động lực khoảng 300 dbar.

Trong thực tế nhiều khi độ sâu của biển nhỏ, cho nên không xác định được mặt không động lực, lúc đó người ta tạm coi đáy biển là mặt không động lực. Nhưng trên cùng một mặt cắt thì độ sâu của biển cũng thay đổi, cho nên phải tính hiệu chỉnh cho các trạm về cùng độ sâu mặt không.

Những hạn chế của phương pháp động lực:

Phương pháp động lực tính dòng chảy theo tài liệu quan trắc về nhiệt độ và độ muối. Trong thực tế hay dùng phương pháp này để tính dòng chảy dưới sâu, vì việc đo đạc dòng chảy ở các độ sâu lớn là rất khó khăn. Song phương pháp này có một số hạn chế sau:

1 - Việc chọn mặt không động lực là việc làm thiếu chính xác và khó khăn.

2 - Phương pháp động lực không tính đến tác dụng của ngoại lực, tức là không tính đến ảnh hưởng của gió trên biển.

3 - Dòng chảy biển nói chung không phải là dừng.

4 - Ảnh hưởng của sóng trong: Sóng trong thay đổi có chu kỳ nhỏ, nó tạo nên những nhiễu động có chu kỳ của các yếu tố thủy văn. Sự nhiễu động của trường thủy văn ở những độ

sâu lớn thể hiện như sau: dao động của nhiệt độ và độ muối có biên độ thay đổi. Rõ ràng là nếu hình thể động lực được thể hiện khá yếu và không có sự đổi hướng dòng chảy do các dao động này thì các dòng chảy nhận được bằng phương pháp động lực tính từ số liệu đo đạc sẽ không có ý nghĩa. Do đó cần phải đánh giá được biên độ thay đổi của nhiệt độ và độ muối do sóng trong để thấy được góc nghiêng trung bình của hình thể động lực và giá trị thay đổi tương đối của độ nghiêng động lực. Việc tính dòng chảy bằng phương pháp động lực chỉ có ý nghĩa nếu giá trị thay đổi tương đối của độ nghiêng động lực là nhỏ.

Defan đã nghiên cứu ảnh hưởng của thủy triều đến nhiệt độ và độ muối và thấy rằng khi có đo đạc dài ngày thì loại trừ được sự ảnh hưởng đó.

### 5. Phương trình liên tục

Giả thiết xuất phát của phương pháp động lực là dòng chảy thẳng đứng bằng không. Từ phương trình liên tục có:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Trong trường hợp chung thì:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial w}{\partial z}$$

Ở mặt không:  $u = v = 0$  nên:  $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} = 0$ , tức là trong lớp đó  $W$  có cực đại hay cực tiểu.

Từ hệ thức địa chuyển ta có:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{2\omega \sin \varphi} \frac{\partial}{\partial x} \left( \alpha \frac{\partial P}{\partial y} \right) = -\frac{\alpha}{2\omega \sin \varphi} \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y}$$

vì  $\alpha$  biến đổi trong phạm vi rất nhỏ, và

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\alpha}{2\omega \sin \varphi} \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y} + \alpha \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{2\omega \sin \varphi} \right)$$

$$\text{mà :} \quad \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{2\omega \sin \varphi} \right) = -\frac{\cos \varphi}{2\omega \sin^2 \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{1}{2\omega \sin \varphi \cdot R \cdot \text{tg} \varphi}$$

với  $\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{1}{R}$ ,  $R$  là bán kính Trái Đất.

do đó:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{v}{R \cdot \operatorname{tg} \varphi} = \operatorname{div} v$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{v}{R \operatorname{tg} \varphi} = \frac{\beta v}{2\omega \sin \varphi}$$

với  $\beta = \frac{d}{dy}(2\omega \sin \varphi)$ .  $\beta$  là sự thay đổi của tham số Koriolis theo vĩ độ. Như vậy, khi dòng địa chuyển có thành phần theo phương kinh tuyến, theo phương trình liên tục phải có thành phần vận tốc thẳng đứng, như vậy sẽ trái với giả thiết ban đầu. Với  $v$  xác định thì thành phần  $w$  càng lớn ở vĩ độ càng thấp.

Ta thấy phương trình liên tục không thực hiện được vì  $\operatorname{div}$  ngang chỉ bằng không khi dòng kinh tuyến bằng không. Điều đó có nghĩa là hoàn lưu địa chuyển chỉ là gần đúng.

## 6. Vai trò của ma sát và nhớt:

Khi có ma sát thì giá trị của vận tốc dòng chảy sẽ nhỏ hơn giá trị địa chuyển của nó. Lực Koriolis sẽ không cân bằng với gradien áp lực và hạt nước sẽ chuyển động về phía có áp lực nhỏ hơn. Xu thế này càng thể hiện rõ đối với những vùng ở gần xích đạo. Để ma sát có thể gây ra chuyển động rối, thì đòi hỏi phải có sự trao đổi. Việc bỏ qua độ nhớt như trong phương pháp động lực tức là đã bỏ qua sự trao đổi. Việc bỏ qua trao đổi trong chuyển động dừng, khi đó xem chuyển động chỉ có thể xảy ra theo phương song song với các đường đẳng trị của mật độ, nhiệt độ và độ muối với điều kiện nếu môi trường không bị mất mát năng lượng nhiệt, ví dụ như trao đổi nhiệt với khí quyển. Nếu có sự trao đổi thì dòng chảy dừng có thể cắt các đường đẳng trị hoặc các mặt đẳng trị dưới một góc bất kỳ.

Mặc dù có những hạn chế trên đây nhưng trong một số trường hợp phương pháp này vẫn cho kết quả khá tốt. Trong khi chưa có phương pháp đáng tin cậy hơn và kinh tế hơn để đo đạc trực tiếp các dòng chảy ở các độ sâu lớn thì phương pháp động lực là phương pháp duy nhất cho phép chúng ta tính toán định lượng vận tốc dòng chảy dưới lớp mặt. Ở một mức độ nào đó thì phương pháp phân tích khối nước (trong đó có chú ý đến sự trao đổi) là bổ xung đáng kể cho phương pháp động lực.

## 2.2 Lý thuyết dòng chảy gió

### 2.2.1 Lý thuyết dòng chảy trôi của Ecmán

Bài toán đầu tiên nghiên cứu về dòng chảy trôi đã được Ecmán giải vào 1905. Hiện nay nó đã trở thành bài toán kinh điển. Bài toán của Ecmán được giải với các điều kiện và giả thiết sau:

- Mật độ nước là không đổi, hệ số nhớt không thay đổi theo chiều sâu.
- Chuyển động theo phương ngang, thành phần thẳng đứng của vận tốc  $W=0$ .

- Chuyển động ổn định (vận tốc không thay đổi theo thời gian) còn trường gió là đều. Như vậy, các thành phần vận tốc dòng chảy thoả mãn:

$$\frac{du}{dt} = \frac{dv}{dt} = 0$$

- Biển rộng vô hạn, quay, không diễn ra hiện tượng dâng và rút nước, mặt biển nằm ngang. Như vậy gradien toàn phần của áp suất  $\frac{dP}{dn}$  chỉ có thành phần thẳng đứng, các thành phần nằm ngang bằng không.

Lấy hệ trục tọa độ Oxyz sao cho mặt phẳng Oxy trùng với mặt biển không nhiễu động, trục Oz hướng thẳng xuống dưới, Ox về phía đông, Oy lên phía bắc. Các tính toán được tiến hành cho Bắc bán cầu, ở Nam bán cầu sẽ tính được tương tự. Với các điều kiện và giả thiết trên thì hệ phương trình chuyển động có dạng:

$$\begin{aligned} \alpha\mu \frac{d^2u}{dz^2} + 2\omega \sin \varphi .v &= 0 \\ \alpha\mu \frac{d^2v}{dz^2} - 2\omega \sin \varphi .u &= 0 \end{aligned} \quad (2.25)$$

hay

$$\begin{aligned} \frac{d^2u}{dz^2} + 2a^2 .v &= 0 \\ \frac{d^2v}{dz^2} - 2a^2 .u &= 0 \end{aligned} \quad (2.26)$$

với 
$$a = \sqrt{\frac{\omega \sin \varphi}{\alpha\mu}}$$

trong đó  $\omega$  là vận tốc góc quay của Trái Đất,  $\varphi$  là vĩ độ địa lý; các ký hiệu khác đã biết.

Ta giải bài toán cho hai trường hợp:

### 1. *Biển sâu vô hạn*

Các điều kiện:

- Trên mặt biển

$$\begin{aligned} -\mu \frac{du}{dz} &= 0 \\ -\mu \frac{dv}{dz} &= \tau \end{aligned} \quad (2.27)$$

tức là gió thổi theo hướng trục Oy.

- Khi  $z \rightarrow \infty$

$$u = v = 0. \quad (2.28)$$

Ta sẽ giải phương trình (2.26) với các điều kiện biên (2.27) và (2.28).

Nếu đưa ra khái niệm vận tốc phức theo công thức:  $W = u + iv$  thì phương trình (2.26) và các điều kiện biên (2.27) và (2.28) có dạng:

$$\frac{d^2 W}{dz^2} = 2a^2 i W = 0 \quad (2.29)$$

$$\frac{dW}{dz} /_{z=0} = -\frac{i\tau}{\mu} \quad (2.30)$$

$$W /_{z \rightarrow \infty} = 0. \quad (2.31)$$

Phương trình đặc trưng của (2.29) là:

$$r^2 - 2ia^2 = 0$$

$$r = \pm a\sqrt{2i} = \pm(1+i)a. \quad (2.32)$$

Như vậy nghiệm tổng quát của (2.29) là:

$$W = C_1 e^{-(1+i)aZ} + C_2 e^{(1+i)aZ}. \quad (2.33)$$

Để thỏa mãn điều kiện (2.31) thì  $C_2 = 0$  do đó (2.33) có dạng mới:

$$W = C_1 e^{-(1+i)aZ}. \quad (2.34)$$

Hằng số tích phân  $C_1$  tìm được từ điều kiện (2.30)

$$C_1 = \frac{i\tau}{(1+i)a\mu}. \quad (2.35)$$

Thay giá trị  $C_1$  vào (2.34) thì kết quả cuối cùng là:

$$W = \frac{\tau e^{-aZ}}{a\mu\sqrt{2}} \left[ \cos\left(az + \frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(az + \frac{\pi}{4}\right) \right] \quad (2.36)$$

Tách phần thực và ảo của (2.36) ta tìm được các thành phần vận tốc:

$$\begin{aligned} u &= \frac{\tau}{a\mu\sqrt{2}} e^{-az} \cos\left(az + \frac{\pi}{4}\right) \\ v &= \frac{\tau}{a\mu\sqrt{2}} e^{-az} \sin\left(az + \frac{\pi}{4}\right) \end{aligned} \quad (2.37)$$

Nếu ký hiệu  $U_0$  là vận tốc dòng chảy tại mặt biển  $z = 0$  thì

$$U_0 = \frac{\tau}{a\mu\sqrt{2}}. \quad (2.38)$$

Do đó

$$\begin{aligned} u &= U_0 e^{-aZ} \cos\left(az + \frac{\pi}{4}\right) \\ v &= U_0 e^{-aZ} \sin\left(az + \frac{\pi}{4}\right). \end{aligned} \quad (2.39)$$

Như vậy, vận tốc dòng chảy trôi lệch đi một góc bằng  $45^\circ$  về bên phải hướng gió ở Bắc Bán Cầu (về bên trái hướng gió ở Nam Bán Cầu).

Giá trị vận tốc giảm theo độ sâu theo quy luật hàm mũ.

*Xác định góc pha:*

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\theta &= \frac{v}{u} = \operatorname{tg}\left(az + \frac{\pi}{4}\right) \\ \theta &= az + \frac{\pi}{4} \end{aligned} \quad (2.40)$$

Khi vận tốc giảm theo độ sâu, góc pha  $\theta$  thay đổi hay véc tơ vận tốc quay theo chiều kim đồng hồ (ở Bắc bán cầu).

Độ sâu xác định từ:

$$a/z = \pi$$

$$\text{hay } |z| = \frac{\pi}{a} = D \quad (2.41)$$

D gọi là độ sâu ma sát Ecman.

*Xác định môđun vận tốc:*

$$V = \sqrt{u^2 + v^2} = \frac{\tau}{a\mu\sqrt{2}} e^{-aZ} = U_0 e^{-aZ}. \quad (2.42)$$

- Tại độ sâu ma sát D:

$$V = U_0 e^{-\pi} = \frac{U_0}{23}.$$

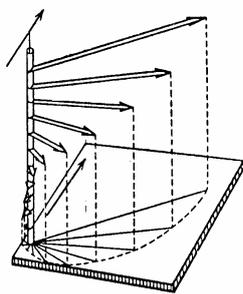
- Ở độ sâu ma sát D giá trị vận tốc giảm đi  $\frac{1}{23}$  lần so với giá trị vận tốc tại mặt  $U_0$  và có hướng ngược với véc tơ dòng chảy mặt.

- Ở độ sâu  $|z| = \frac{D}{2}$  có  $\theta = \frac{\pi}{4}$  thì véc tơ dòng chảy vuông góc với véc tơ dòng chảy mặt.

- Ở độ sâu  $|z| = 2D$ , véc tơ vận tốc hướng cùng chiều với  $U_0$  có giá trị:

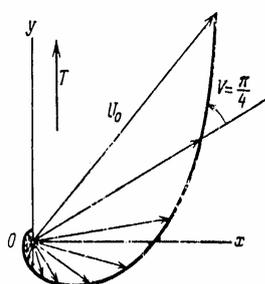
$$V = U_0 e^{-2\pi} = \frac{U_0}{536}.$$

Nếu chiếu các véc tơ vận tốc tại các độ sâu khác nhau lên mặt phẳng nằm ngang và nối các điểm đầu mút lại thì ta có đường xoắn ốc lôga. (Hình 2.6, Hình 2.7)



**Hình 2.6**

Đường đầu mút véc tơ dòng chảy trong không gian



**Hình 2.7**

Đường đầu mút véc tơ dòng chảy trên mặt phẳng

*Dòng toàn phần:*

Ký hiệu thành phần dòng toàn phần theo hướng trục Ox (vuông góc với hướng gió) là:  $S_x$  và hướng theo trục Oy (trùng với hướng gió) là:  $S_y$ . Những dòng này tính cho dải nước vuông góc với trục Ox hay trục Oy, rộng  $1m$ , sâu từ mặt đến đáy biển.

$$S_x = \int_0^{\infty} u dz; \quad S_y = \int_0^{\infty} v dz. \quad (2.43)$$

Thay giá trị  $u, v$  từ (2.15) vào (2.19) và lấy tích phân, ta có:

$$S_x = \frac{U_0}{a\sqrt{2}} \quad (2.44)$$

$$S_y = 0.$$

Như vậy dòng toàn phần trong cả bề dày của lớp nước chứa dòng chảy trôi hướng vuông góc với hướng gió (về bên phải hướng gió nếu ở Bắc Bán Cầu). Thành phần hướng theo hướng gió bằng không. Nếu cho rằng không có lực ma sát với đáy thì lực Koriolis trung hoà trực tiếp với lực ma sát  $\tau$  - lực gây ra chuyển động.

## 2. Biển sâu hữu hạn

Cũng như trong trường hợp trên, ở đây sử dụng (2.26) làm hệ phương trình xuất phát để xác định vận tốc dòng chảy. Nhưng các điều kiện biên sẽ khác trước.

*Các điều kiện biên:*

- Trên mặt biển:  $z = 0$

$$K = \pm \frac{(i+1)}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\omega_n + f}{\nu}}. \quad (2.45)$$

- Tại đáy biển: sử dụng điều kiện dính của vận tốc

$$z = H; U|_{z=H} = 0; V|_{z=H} = 0. \quad (2.46)$$

Thay các điều kiện biên vào nghiệm tổng quát (2.33) tìm được các hằng số tích phân  $C_1$  và  $C_2$ . Kết quả có:

$$\begin{aligned} u &= A \operatorname{sh} a \xi \cos a \xi - B \operatorname{ch} a \xi \sin a \xi \\ v &= A \operatorname{sh} a \xi \sin a \xi - B \operatorname{ch} a \xi \cos a \xi \end{aligned} \quad (2.47)$$

trong đó  $\xi = H - z$

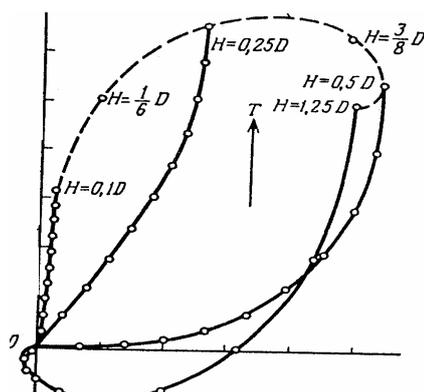
$$\begin{aligned} A &= \frac{\tau D \operatorname{ch} a H \cos a H - \operatorname{Sh} a \cdot \sin a H}{\mu \pi \operatorname{ch} 2a H + \cos 2a H} \\ B &= \frac{\tau D \operatorname{ch} a H \cos a H - \operatorname{Sh} a \cdot \sin a H}{\mu \pi \operatorname{ch} 2a H + \cos 2a H} \end{aligned} \quad (2.48)$$

Từ (2.47), (2.48) ta thấy rằng dòng chảy trôi trong biển sâu hữu hạn phụ thuộc vào  $a \cdot H$ . Véc tơ vận tốc dòng chảy trôi trên mặt  $U_0$  có thể tạo với hướng gió các góc lệch khác nhau tùy thuộc vào tỷ số giữa độ sâu  $H$  của biển và độ sâu ma sát  $D$ .

Trên hình 2.8 trình bày đường nối đầu mút các hình chiếu véc tơ vận tốc trên mặt phẳng nằm ngang Oxy đối với các giá trị:  $aH = \pi \left(\frac{H}{D}\right)$  khác nhau, hoặc đối với  $\frac{H}{D}$  độ sâu tương đối khi độ sâu ma sát  $D = \frac{\pi}{a}$  được lấy làm đơn vị độ dài. Các điểm trung gian được lấy qua 1/10 độ sâu của biển: 0; 0,1H; 0,2H;... từ mặt đến đáy biển.

Trên mỗi đường cong có ghi chỉ số  $\frac{H}{D}$ .

Đường cong ứng với  $\frac{H}{D} = 1,25$  gần giống đường xoắn ốc Ecmán trong trường hợp biển sâu vô hạn.



Hình 2.8

Đường đầu mút véc tơ trên mặt phẳng ngang

Góc  $\theta$  giữa hướng gió và hướng dòng chảy mặt được xác định bởi công thức:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(U_0, y) = \operatorname{tg}\theta &= \left( \frac{u}{v} \right)_z = 0 \\ &= \frac{\operatorname{Sh}2aH - \sin 2aH}{\operatorname{Sh}2aH + \sin 2aH}. \end{aligned} \quad (2.49)$$

Như vậy, góc  $\theta$  phụ thuộc vào  $2aH$  hay  $\frac{H}{D}$ . Khi tỉ số  $\frac{H}{D}$  tăng thì  $\theta$  cũng tăng;  $\frac{H}{D}$  nhỏ thì  $\theta$  cũng nhỏ. Sự phụ thuộc của góc lệch  $\theta$  giữa véc tơ dòng chảy mặt và véc tơ gió vào tỷ số  $\frac{H}{D}$ :

$\frac{H}{D}$	0,25	0,5	0,75	1	>1
$\theta$	21,5 <sub>0</sub>	45 <sup>0</sup>	45,5 <sup>0</sup>	45 <sup>0</sup>	45 <sup>0</sup>

Như vậy khi  $\frac{H}{D} \rightarrow \infty$  thì  $\theta \rightarrow 45^\circ$ . Khi tăng độ sâu  $H$ , góc  $\theta$  lúc đầu tăng đạt giá trị  $45,5^\circ$  sau đó giảm chậm giá trị tới hạn  $45^\circ$ .

Từ hình vẽ và kết quả tính toán cho thấy khi  $H = 0,1D$  (độ sâu của biển nhỏ hơn độ sâu ma sát) trên tất cả các tầng, véc tơ dòng chảy thực tế trùng với hướng gió, còn giá trị tuyệt đối thì giảm tuyến tính theo độ sâu. Khi  $H \geq D$  thì có thể xem biển là độ sâu vô hạn (xét trường hợp  $H=1,25D$ ) điều này rất quan trọng đối với việc nghiên cứu dòng chảy trôi.

Ở các vĩ độ trung bình với vận tốc gió trung bình, độ sâu ma sát bằng khoảng 100m. Vĩ độ càng thấp thì độ sâu ma sát càng tăng, vì nó tỷ lệ nghịch với căn bậc hai của  $\sin \varphi$ ; và tại xích đạo  $D$  bằng vô cùng. Do đó, ở vĩ độ thấp không sử dụng được lý thuyết Ecmán.

Nhưng độ lệch của dòng chảy so với gió không chỉ phụ thuộc vào độ sâu của biển, mà còn phụ thuộc vào vận tốc gió. Vấn đề là ở chỗ, hệ số ma sát  $\mu$  trong công thức tính độ sâu ma sát tăng lên khi tốc độ gió tăng. Nếu  $\mu$  tăng thì độ sâu ma sát tăng, do đó tỷ số  $\frac{H}{D}$  giảm. Kết quả sẽ làm giảm độ lệch của véc tơ dòng chảy mặt so với hướng gió. Thực tế tính toán đã khẳng định kết quả đó.

*Dòng toàn phần:*

Từ (2.43) và (2.47) ta tính được:

$$S_x = \int_0^H u dz = \frac{\tau D^2}{2\mu\pi^2} \frac{\text{ch}2aH + \cos 2aH - 2\text{chaH} \cdot \cos aH}{\text{ch}2aH + \cos 2aH} \quad (2.50)$$

$$S_y = \int_0^H v dz = \frac{\tau D^2}{2\mu\pi^2} \frac{\text{ShaH} \sin aH}{\text{ch}2aH + \cos 2aH}.$$

Biểu thức (2.50) rất gần với dòng toàn phần trong trường hợp biển sâu vô hạn, tức là khi  $\frac{H}{D} > 1$  thì có:

$$\frac{\tau D^2}{2\mu\pi^2} = \frac{\tau}{2\mu a^2} = \frac{U_0 D}{\pi\sqrt{2}}.$$

Ở đây dòng toàn phần có thành phần theo trục Oy và trong một số trường hợp có hướng ngược với hướng gió. Thực tế thành phần này rất nhỏ, ảnh hưởng của nó chỉ đáng kể khi độ sâu H của biển bằng  $\frac{5}{4}D$ . Nhưng cả trong trường hợp này dòng toàn phần tổng hợp cũng chỉ lệch một góc  $1,5^\circ$  so với hướng vuông góc với hướng gió.

### ***3. Một số công thức thực nghiệm liên hệ vận tốc gió, vận tốc dòng chảy trôi và độ sâu ma sát***

Kết quả xác định vận tốc dòng chảy trôi ở nhiều điểm khác nhau của Đại dương Thế giới đã chứng tỏ, vận tốc dòng chảy trôi trên mặt đại dương  $U_0$  tỷ lệ thuận với vận tốc gió W. Hệ số tỷ lệ chứa  $\frac{1}{\sqrt{\sin \varphi}}$ , biểu thức liên hệ như sau:

$$U_0 (\text{m/s}) = \frac{A}{\sqrt{\sin \varphi}} W (\text{m/s}). \quad (2.51)$$

Ở đây A là hệ số gió. Nhiều tác giả đã nghiên cứu hệ số A ở các vùng khác nhau của Đại dương Thế giới và với các vận tốc gió khác nhau, cho kết quả:  $A \approx 0,013$ .

Hệ thức thực nghiệm (2.51) cho phép biểu diễn đại lượng chưa biết: độ sâu ma sát  $D$  và hệ số trao đổi rối  $\mu$  như là hàm của  $U_0$ , hoặc như là hàm của tốc độ gió  $W$ , vì  $\tau$  phụ thuộc vào  $W$  theo quy luật:

$$\tau = c \cdot \rho_a \cdot W^2$$

trong đó:  $c$  là hệ số tỷ lệ,  $\rho_a$  là mật độ không khí

với 
$$U_0 = \frac{\tau D}{\mu \pi \sqrt{2}} = \frac{A}{\sqrt{\sin \varphi}} W$$

trong đó: 
$$D = \pi \sqrt{\frac{\alpha \mu}{\omega \sin \varphi}}.$$

Theo kết quả tính dòng toàn phần của dòng chảy trôi trong biểu sâu hữu hạn ta có:

$$\frac{U_0 D}{\pi \sqrt{2}} = \frac{\tau D^2}{2 \mu \pi^2}$$

suy ra: 
$$\frac{AW}{\pi \sqrt{2}} \frac{D}{\sqrt{\sin \varphi}} = \frac{\rho_a \cdot c \cdot W^2 \cdot \alpha \cdot \mu \pi^2}{2 \mu \pi^2 \omega \sin \varphi} \quad (2.52)$$

trong đó đặt 
$$\lambda = \frac{c \cdot \rho_a \cdot \alpha \cdot \pi}{A \omega \sqrt{2}}$$

Khi cho các giá trị bằng số:  $A = 13 \cdot 10^{-3}$ ;  $\rho_a = 13 \cdot 10^{-4}$ ;  $c = 2 \cdot 10^{-3}$

thì  $\lambda = 6,2$ . Do đó  $D = 6,2 \frac{W}{\sqrt{\sin \varphi}} = 480 U_0$  và  $\mu \approx 2,8 W^2$  (m/s).

Theo kết quả tính toán của Ecman thì

$$\lambda = 7,6 \text{ và } D = 600 U_0.$$

Từ bậc đại lượng của vận tốc dòng chảy trôi trên mặt đại dương có thể thấy  $D$  nằm trong khoảng 50 và 200 m, tức là có bậc khoảng 100 m. Từ kết quả tính toán trên ta thấy  $D$  tỷ lệ với  $W, U_0$  và tỷ lệ nghịch với căn bậc hai của  $\sin \varphi$

Khi vận tốc gió nhỏ Torade đưa ra công thức của  $D$  như sau:

$$D = \frac{3,67 \cdot \sqrt{W^3}}{\sqrt{\sin \varphi}}. \quad (2.53)$$

Theo các hệ thức liên hệ giữa  $D$  và  $\mu$ , cho phép ta xác định được  $\mu$  nhờ (2.52) hoặc (2.53)

Trong trường hợp gió mạnh:

$$\mu = 4,3 W^2 \quad (W > 6\text{m/s}). \quad (2.54)$$

Trong trường hợp gió yếu:

$$\mu = 1,02 W^3 \quad (W < 6 \text{ m/s}). \quad (2.55)$$

Tất cả các hệ thức thực nghiệm trên chỉ nên xem là xấp xỉ bậc nhất. Vì rằng nước biển do các lớp nước có các đặc trưng khác nhau tạo nên, do đó sẽ có sự biến đổi khác nhau của  $\mu$  qua các lớp đó, khi đó mô hình của Ecman chỉ được xem là gần đúng.

Chỉ có nghiên cứu chi tiết dòng chảy trôi ở biển khơi mới có thể xác nhận được lý thuyết của Ecman, nhưng đáng tiếc là những nghiên cứu đó còn rất ít. Người ta nhận thấy rằng góc lệch giữa các vec tơ dòng chảy trôi trên mặt và hướng gió không bằng  $45^\circ$  mà có thể dao động trong giới hạn khá rộng (từ  $20 - 60^\circ$ ), còn hệ số gió có giá trị trong khoảng 0,001 đến 0,021. Một số phép đo đặc chính xác tiến hành trong những năm gần đây cho thấy góc lệch  $\theta$  nhỏ hơn nhiều, còn hệ số gió thì lớn hơn nhiều so với kết quả lý thuyết của Ecman. Ví dụ, theo kết quả đo đạc của P. Hius ở Bắc Đại Tây Dương thì góc lệch bằng  $\theta = 16 \div 20^\circ$ , còn  $A = 0,0293$ , việc đo đạc được tiến hành trong lớp vài centimét trên mặt.

## 2.2.2 Dòng chảy trôi khi gió thay đổi theo thời gian

Để nghiên cứu lý thuyết dòng chảy trôi của Ecman đối với trường hợp gió thay đổi theo thời gian, ta xét cho trường hợp biển sâu vô hạn.

Nếu tính theo vận tốc phức thì phương trình chuyển động và điều kiện biên tại mặt biển có dạng:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} - \text{if } W \quad (2.56)$$

$$-\nu \frac{\partial W}{\partial z} = \tau^*(t) \quad \text{khi } z = 0 \quad (2.57)$$

trong đó:  $W = u + iv$ ;  $\nu$  là hệ số nhớt rối động học;  $\tau^*(t) = \tau_x + i\tau_y$ .

Ta khai triển  $\tau^*(t)$  thành chuỗi Fourier:

$$\tau^*(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \tau_n^* e^{i\omega_n t} \quad (2.58)$$

trong đó  $\omega_n = \frac{2\pi n}{T}$ ,  $\tau_n^*$  là hệ số phức của khai triển hàm  $\tau^*(t)$  thành chuỗi Fourier và được cho bằng hệ thức:

$$\begin{aligned}\tau_n^* &= \frac{1}{T} \int_0^T [\tau_x(t) + i\tau_y(t)] e^{-i\omega_n t} dt \\ &= \tau_n' + i\tau_n''.\end{aligned}\quad (2.59)$$

Xét một bài toán đơn giản hơn khi điều kiện biên (2.57) thay đổi có dạng điều hòa như khai triển (2.58)

$$-v \frac{\partial W}{\partial z} = \tau_n^* e^{i\omega_n t} \quad \text{khi} \quad z = 0. \quad (2.60)$$

Nghiệm của phương trình (2.56) có dạng:

$$W(z, t) = -\frac{\tau_n^*}{k \cdot v} \exp[Kz + i\omega_n t]. \quad (2.61)$$

Khi đặt (2.61) vào (2.56) thì tìm được hệ thức xác định K.

$$K^2 = \frac{i(\omega_n + f)}{v} \quad (2.62)$$

với  $\sqrt{i} = \pm \frac{(i+1)}{\sqrt{2}}$  thì tìm được:

$$K = \pm \frac{(i+1)}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\omega_n + f}{v}}. \quad (2.63)$$

Chọn nghiệm dạng như (2.61) là để nó có thể thực hiện được điều kiện (2.60).

Kết quả, nghiệm bài toán nếu tính đến (2.59) có thể viết dưới dạng:

$$W(z, t) = \frac{\tau_n' + i\tau_n''}{\frac{(i+1)}{\sqrt{2}} \cdot v \sqrt{\frac{\omega_n + f}{v}}} \exp \left[ -\frac{(i+1)}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\omega_n + f}{v}} \cdot z + i\omega_n t \right] \quad (2.64)$$

Xét việc biến đổi (2.64)

$$\begin{aligned}i+1 &= \sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}} \\ \tau_n' + i\tau_n'' &= \sqrt{\tau_n'^2 + \tau_n''^2} \cdot e^{i\psi_n}\end{aligned}$$

trong đó  $\psi_n = \arctg \left( \frac{\tau_n''}{\tau_n'} \right)$ .

Công thức (2.64) có thể viết lại dưới dạng:

$$W(z, t) = \frac{\sqrt{\tau_n'^2 + \tau_n''^2}}{\nu(\omega_n + f)} \exp \left[ -\sqrt{\frac{\omega_n + f}{2\nu}} \cdot z + i \left( \omega_n t - \sqrt{\frac{\omega_n + f}{2\nu}} \cdot z + \psi_n - \frac{\pi}{4} \right) \right]. \quad (2.65)$$

Tách phần thực và phần ảo thì có:

$$\begin{aligned} u(z, t) &= \frac{\sqrt{\tau_n'^2 + \tau_n''^2}}{\nu(\omega_n + f)} \exp \left[ -\sqrt{\frac{\omega_n + f}{2\nu}} \cdot z \right] \cos \left[ \omega_n t - \sqrt{\frac{\omega_n + f}{2\nu}} \cdot z + \psi_n - \frac{\pi}{4} \right] \\ v(z, t) &= \frac{\sqrt{\tau_n'^2 + \tau_n''^2}}{\nu(\omega_n + f)} \exp \left[ -\sqrt{\frac{\omega_n + f}{2\nu}} \cdot z \right] \sin \left[ \omega_n t - \sqrt{\frac{\omega_n + f}{2\nu}} \cdot z + \psi_n - \frac{\pi}{4} \right]. \end{aligned} \quad (2.66)$$

Nếu trong (2.65) hay (2.66), giả thiết  $\tau_n' = 0$  ( $\Psi_n$  khi đó bằng  $\pi/2$ )  $\omega_n = 0$  (gió không thay đổi) thì sẽ nhận được kết quả của lý thuyết kinh điển của Ecman (trong trường hợp này trục y lấy theo hướng gió thổi).

Khi có tác dụng của ứng suất tiếp tuyến gió thay đổi với tần số  $\omega_n$  thì độ sâu ma sát sẽ bằng:

$$D_n = \pi \sqrt{\frac{2\nu}{\omega_n + f}}.$$

Ta thấy  $D_n$  thành  $D_0$  ( độ sâu ma sát Ecman) khi  $\omega_n$  tiến về 0 (gió không thay đổi).

Như vậy độ sâu ma sát trong trường hợp tổng quát không chỉ phụ thuộc vào hệ số nhớt rối  $\nu$  và vận tốc góc quay của Quả Đất mà còn phụ thuộc cả vào tần số góc của vận tốc gió làm xuất hiện dòng chảy. Do đó độ sâu ma sát là không giống nhau đối với gió có chu kỳ khác nhau. Điều này cũng giải thích được vấn đề là không quan trắc được thường xuyên độ sâu ma sát trong dòng chảy trôi gây ra do gió thực có chu kỳ khác nhau.

Từ (2.66) thấy rằng tác dụng của lực Koriolis có thể bỏ qua khi  $\omega_n \gg f$  tức là khi gió tác dụng có chu kỳ đủ ngắn.

Vì  $D$  phụ thuộc vào  $\omega_n$  nên khi véc tơ ứng suất tiếp tuyến gió quay theo chiều kim đồng hồ (ở Bắc bán cầu) có thể quan trắc được trường hợp  $\omega_n + f = 0$ . Trong trường hợp đó sẽ xuất hiện sự cộng hưởng của trường gió với khối nước và giá trị của các thành phần vận tốc sẽ tiến tới vô cùng. Như vậy do tác dụng của ma sát tiếp tuyến gió mà toàn bộ các lớp nước trong đại dương sẽ chuyển động như một khối thống nhất (không có sự quay của véc tơ vận tốc dòng chảy theo độ sâu). Trong chuyển động thực thì việc tăng véc tơ vận tốc dòng chảy sẽ bị hạn chế bởi ma sát với đáy và bờ, song các nhân tố này không được tính đến khi đặt bài toán do đó có thể nhận được tốc độ lớn đến vô cùng. Vì tham số Koriolis là hàm của vĩ độ  $y$  nên hiện tượng cộng hưởng của ứng suất tiếp tuyến gió với khối nước đại dương có thể xảy ra ở các vĩ độ địa lý khác nhau với các giá trị  $\omega_n$  khác nhau. Đó có thể là một trong những nguồn năng lượng được truyền từ gió cho các khối nước tầng sâu.

### 2.2.3 Dòng chảy gió ổn định trong biển đồng nhất

#### 1. Đặt bài toán:

Ở phần trên chúng ta đã xét bài toán của Ecmán về chuyển động của nước biển đồng nhất do gió gây ra. Tác giả đã lý tưởng hoá điều kiện ứng dụng của bài toán: Xem biển là rộng vô hạn và sâu vô hạn hay có độ sâu không đổi, không xét đến hiệu ứng dâng, rút nước.

Trong phần này, chúng ta xét bài toán về chuyển động ổn định nước biển, biển có đường bờ tùy ý và độ sâu biến đổi. Nguyên nhân gây ra dòng chảy là do ma sát của gió trên mặt biển.

Hệ phương trình chuyển động dừng trong biển đồng nhất có dạng:

$$\begin{aligned} A_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + f\rho_0 v &= \frac{\partial P}{\partial x} \\ A_z \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + f\rho_0 u &= \frac{\partial P}{\partial y}. \end{aligned} \quad (2.67)$$

- Phương trình tĩnh học:

$$g\rho_0 = \frac{\partial P}{\partial z}. \quad (2.68)$$

- Phương trình liên tục

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (2.69)$$

Ở đây:  $u, v, w$  là các thành phần của vận tốc dòng chảy hướng theo các trục tọa độ  $Ox, Oy, Oz$ . Góc tọa độ đặt tại vị trí không nhiễu động của mặt biển, trục  $Ox$  hướng về phía đông,  $Oy$  hướng lên phía bắc,  $Oz$  hướng xuống dưới, mật độ nước biển  $\rho_0 = \text{const}$ ;  $A_z$  là hệ số trao đổi động lượng theo phương thẳng đứng và cho là không phụ thuộc vào  $z$ , nhưng có thể thay đổi theo phương ngang;  $f = 2 \cdot \omega \cdot \sin\varphi$  là tham số Koriolis.

Các điều kiện biên:

- Trên mặt biển:

$$z = \zeta; \quad P = P_a \quad (2.70)$$

$$A_z \frac{\partial u}{\partial z} = -\tau_x; \quad A_z \frac{\partial v}{\partial z} = -\tau_y \quad (2.71)$$

$$W = u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y}. \quad (2.72)$$

- Ở đáy khi  $z = H$ :

$$u = v = 0, w = 0. \quad (2.73)$$

- Xét điều kiện trên biên cứng: có thể có hai trường hợp bờ thoải và bờ dốc đứng.

Trường hợp bờ thoải: ở bờ H cùng bậc với  $\zeta$  nhưng trong lý thuyết lại coi độ nâng cao mực biển  $\zeta \ll H$ . Mặt khác với bờ thoải việc xác định sự chuyển dời của mực nước so với vị trí của đường bờ là rất phức tạp. Do vậy không thể áp dụng (2.73) cho bờ thoải được.

Trường hợp bờ dốc đứng: trường hợp này ta cũng không áp dụng điều kiện dính (2.73) được, vì trong phương trình chuyển động (2.67) không có thành phần trao đổi động lượng theo phương ngang. Như vậy trong cả hai trường hợp đều không sử dụng được điều kiện dính trên bờ cứng. Người ta khắc phục bằng cách không xét đến một đới rất hẹp ở sát bờ, tức là xét điều kiện đối với dòng toàn phần trên đường viền L cách bờ một khoảng cách nào đó:

$$(S_n)_L = 0 \quad (2.74)$$

trong đó  $S_n$  là dòng toàn phần vuông góc với vạch bờ L. Các thành phần của dòng toàn phần.

$$S_x = \int_{\zeta}^H u dz; \quad S_y = \int_{\zeta}^H v dz. \quad (2.75)$$

Điều kiện (2.74) chỉ được thực hiện với phần bờ cứng, còn đối với phần bờ lỏng có sự trao đổi nước thì (2.75) có dạng:

$$(S_n)_L = \phi(L) \quad (2.76)$$

trong đó  $\phi(L)=0$  trên biên cứng và biết trước trên biên lỏng.

- Xét việc khử áp lực P trong phương trình chuyển động như sau:

Tích phân (2.68) từ  $\zeta$  đến z có tính đến điều kiện (2.70) ta có:

$$P = P_a + g\rho_0 (z - \zeta) \quad (2.77)$$

Vi phân (2.60) theo x và y:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial x} &= \frac{\partial P_a}{\partial x} - g\rho_0 \left( \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial P}{\partial y} &= \frac{\partial P_a}{\partial y} - g\rho_0 \left( \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right). \end{aligned} \quad (2.78)$$

Như vậy gradien theo phương ngang của áp suất trong biển là tổng của hai thành phần: gradien theo phương ngang của áp suất khí quyển tác động lên mặt biển và gradien áp suất gây ra do độ nghiêng của mặt biển, độ nghiêng này lại do hiệu ứng dâng - rút nước gây ra.

Nếu đặt độ hạ thấp của mực biển  $\zeta$  dưới dạng

$$\zeta = \zeta_C + \zeta' \quad (2.79)$$

trong đó:  $\zeta_C$  là độ hạ thấp tĩnh học được gây ra do sự không đồng đều của áp suất khí quyển,  $\zeta'$  là độ hạ thấp động lực được gây ra do hiệu ứng dâng - rút nước, thì ta có:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_a}{\partial x} - g\rho_0 \frac{\partial \zeta_C}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial P_a}{\partial y} - g\rho_0 \frac{\partial \zeta_C}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \quad (2.80)$$

Từ đó có thể tính được  $\zeta_C$  như sau:

$$\zeta_C = \frac{1}{g\rho_0} P_a + C \quad (2.81)$$

với  $C$  là hằng số tích phân.

Biết rằng trong trường hợp biển kín thì thể tích nước không đổi cho nên

$$\iint_{\delta} \zeta dx dy = 0 \quad (2.82)$$

với  $\delta$  là mặt biển. Thay (2.81) vào (2.82) có

$$C = -\frac{1}{g\rho_0} \iint_{\delta} P_a dx dy.$$

Từ đó có

$$\zeta_C = \frac{1}{g\rho_0} \left[ P_a - \iint_{\delta} P_a dx dy \right]. \quad (2.83)$$

Trong trường hợp biển hở thì (2.82) không đúng nữa và xem độ hạ thấp tĩnh học  $\zeta_C$  chỉ xác định một cách tương đối chính xác. Trong trường hợp này vẫn có thể sử dụng công thức (2.83) nhưng độ hạ thấp tĩnh học của mặt biển nhận được không phải là so với vị trí không nhiễu động của biển mà là so với vị trí trung bình của mặt biển khi có dòng chảy. Theo (2.83) ta thấy sự sai khác của áp lực khí quyển tại một điểm so với giá trị trung bình của nó trên mặt biển bằng 1 mbar thì độ hạ thấp tĩnh học của mặt biển sẽ thay đổi 1cm.

Xác định độ hạ thấp động học của mặt biển: từ (2.78) khi tính đến (2.79), (2.80) ta có:

$$\begin{aligned}\frac{\partial P}{\partial x} &= -g\rho_0 \frac{\partial \zeta'}{\partial x} \\ \frac{\partial P}{\partial y} &= -g\rho_0 \frac{\partial \zeta'}{\partial y}\end{aligned}\quad (2.84)$$

Thay (2.84) vào (2.67) ta được:

$$\begin{aligned}A_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + f\rho_0 \cdot v &= -g\rho_0 \frac{\partial \zeta'}{\partial x} \\ A_z \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - f\rho_0 \cdot u &= -g\rho_0 \frac{\partial \zeta'}{\partial y}.\end{aligned}\quad (2.85)$$

Lấy tích phân phương trình liên tục (2.69) từ mặt biển  $\zeta$  đến đáy biển H ta có:

$$\int_{\zeta}^H \frac{\partial u}{\partial x} dz + \int_{\zeta}^H \frac{\partial v}{\partial y} dz + W_{\zeta} + W_H = 0 \quad (2.86)$$

mà ta đã có

$$\begin{aligned}\int_{\zeta}^H \frac{\partial u}{\partial x} dz &= \frac{\partial}{\partial x} \int_{\zeta}^H u dz - u_H \frac{\partial H}{\partial x} + u_{\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ \int_{\zeta}^H \frac{\partial v}{\partial y} dz &= \frac{\partial}{\partial y} \int_{\zeta}^H v dz - v_H \frac{\partial H}{\partial y} + v_{\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial y}\end{aligned}\quad (2.87)$$

nếu tính đến (2.87) và (2.72) thì nhận được

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{\zeta}^H u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{\zeta}^H v dz = \frac{\partial S_x}{\partial x} + \frac{\partial S_y}{\partial y} = 0. \quad (2.88)$$

Như vậy, ta đã khử được áp lực P và thành phần vận tốc theo phương thẳng đứng khỏi phương trình chuyển động và phương trình liên tục. Bài toán được đưa về giải các phương trình liên hệ giữa các thành phần theo phương ngang của vận tốc dòng chảy và độ hạ thấp động học của mặt biển (2.85), (2.88) với các điều kiện (2.70), (2.73), (2.76). Nếu tính được  $u, v$  và  $\zeta'$  thì xem như bài toán đã giải được hoàn toàn vì W có thể tính được từ phương trình liên tục dưới dạng tích phân:

$$W = \int_{\zeta}^H \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dz \quad (2.89)$$

Tính  $\zeta_C$  theo (2.83),  $\zeta'$  tính theo (2.84). Sau đó từ (2.77) tính được P.

## 2. Giải bài toán

a) Liên hệ giữa các thành phần vận tốc dòng chảy theo phương ngang và dòng toàn phần với ứng suất tiếp tuyến gió và độ nghiêng động học của mặt biển. Ở đây xem  $\zeta'$  là đại lượng đã biết. Nhân phương trình thứ hai của (2.85) với  $i = \sqrt{-1}$  rồi cộng với phương trình thứ nhất thì được:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial z^2} - J^2 W = G \quad (2.90)$$

trong đó

$$W = u + iv; \quad J^2 = \frac{if\rho_0}{A_z} \quad (2.91)$$

$$G = -\frac{g\rho_0}{A_z} \left( \frac{\partial \zeta'}{\partial x} + i \frac{\partial \zeta'}{\partial y} \right).$$

Các điều kiện biên:

- Khi  $z = \zeta$ :  $A_z \frac{\partial W}{\partial z} = -\tau \quad (2.92)$

với  $\tau = \tau_x + i\tau_y$ .

- Khi  $z = H$ ,  $W = 0. \quad (2.93)$

Nghiệm tổng quát của phương trình (2.90) có dạng:

$$W = C_1 e^{-Jz} + C_2 e^{Jz} - \frac{G}{J^2} \quad (2.94)$$

trong đó  $C_1, C_2$  là các hằng số tích phân được xác định theo (2.92) và (2.93).

Kết quả cuối cùng là:

$$W = \frac{\tau}{jA} \frac{\text{shj}(H-z)}{\text{chj}\bar{H}} + \frac{G}{J^2} \left[ \frac{\text{chj}\bar{z}}{\text{chj}\bar{H}} - 1 \right] \quad (2.95)$$

trong đó  $\bar{H} = H - \zeta; \quad \bar{z} = z - \zeta$ .

Tách phần thực và phần ảo của (2.95) ta có công thức tính các thành phần theo phương ngang của vận tốc dòng chảy:

$$u = N\tau_x + M\tau_y + B \frac{\partial \zeta'}{\partial x} + \lambda \frac{\partial \zeta'}{\partial y} \quad (2.96)$$

$$v = -M\tau_x + N\tau_y - \lambda \frac{\partial \zeta'}{\partial x} + B \frac{\partial \zeta'}{\partial y}$$

trong đó  $N$  là hệ số tuyến tính của dòng chảy gió thuần túy;  $M$  là hệ số của dòng chảy gió thuần túy;  $B$  là hệ số tuyến tính của dòng chảy gradien;  $\lambda$  là hệ số lệch của dòng chảy gradien:

$$\begin{aligned} N &= \bar{\delta} \operatorname{ch} \eta \cdot \sin \eta + \bar{\gamma} \operatorname{sh} \eta \cdot \cos \eta \\ M &= \bar{\delta} \operatorname{ch} \eta \cdot \cos \eta - \bar{\gamma} \operatorname{sh} \eta \cdot \sin \eta \end{aligned} \quad (2.97)$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{g\bar{r}}{f} (\operatorname{sh} \bar{\theta} \cdot \sin \eta + \operatorname{sh} \eta \cdot \sin \theta) \\ \lambda &= \frac{g}{f} \left[ 1 - \bar{r} (\operatorname{sh} \bar{\theta} \cdot \cos \eta + \operatorname{ch} \eta \cos \bar{\theta}) \right] \end{aligned} \quad (2.98)$$

và

$$\begin{aligned} \theta &= aH \left( 1 + \frac{z}{H} \right) \\ \eta &= aH \left( 1 - \frac{z}{H} \right) \end{aligned} \quad (2.99)$$

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{r}{aH} (\operatorname{cha}H \cdot \cos aH + \operatorname{sha}H \cdot \sin aH) \\ \gamma &= \frac{r}{aH} (\operatorname{cha}H \cdot \cos aH - \operatorname{sha}H \cdot \sin aH) \end{aligned} \quad (2.100)$$

$$r = \frac{1}{\operatorname{ch} 2aH + \cos 2aH} \quad (2.101)$$

$$a = \sqrt{\frac{f\rho_0}{2A_z}}. \quad (2.102)$$

Những đại lượng có nét gạch ở bên trong (2.97) (2.98) là hàm của  $\bar{H}, \bar{z}$ .

Công thức (2.96) là tổng của dòng chảy gió thuần túy do tác dụng trực tiếp của gió lên mặt biển và dòng chảy gradien do hiệu ứng dâng - rút nước gây ra. Nếu ký hiệu các thành phần của dòng chảy gió thuần túy là  $u_d, v_d$  và của dòng chảy gradien là  $u_g, v_g$  thì:

$$u = u_d + u_g$$

$$v = v_d + v_g$$

theo (2.96) có:

$$\begin{aligned} u_d &= N\tau_x + M\tau_y \\ v_d &= -M\tau_x + N\tau_y \end{aligned} \quad (2.103)$$

và

$$\begin{aligned} u_g &= B \frac{\partial \zeta'}{\partial x} + \lambda \frac{\partial \zeta'}{\partial y} \\ v_g &= -\lambda \frac{\partial \zeta'}{\partial x} + B \frac{\partial \zeta'}{\partial y}. \end{aligned} \quad (2.104)$$

Để tính dòng toàn phần ta lấy tích phân phương trình (2.95), và thu được:

$$S = \frac{\tau}{J^2 A_z} \frac{\text{chj}\bar{H} - 1}{\text{chj}\bar{H}} + \frac{G}{J^2} \left[ \frac{1}{J} \text{thj}\bar{H} - \bar{H} \right]. \quad (2.105)$$

Tách phần thực, ảo của (2.105) ta có:

$$\begin{aligned} S_x &= \bar{n}\tau_x + \bar{m}\tau_y + \bar{\beta} \frac{\partial \zeta'}{\partial x} + \bar{\alpha} \frac{\partial \zeta'}{\partial y} \\ S_y &= -\bar{m}\tau_x + \bar{n}\tau_y - \bar{\alpha} \frac{\partial \zeta'}{\partial x} + \bar{\beta} \frac{\partial \zeta'}{\partial y} \end{aligned} \quad (2.106)$$

trong đó  $n$  là hệ số tuyến tính của dòng toàn phần của dòng chảy gió,  $m$  là hệ số lệch của dòng toàn phần của dòng chảy gió;  $\beta$  là hệ số tuyến tính của dòng toàn phần của dòng gradien;  $\alpha$  là hệ số lệch của dòng toàn phần của dòng gradien:

$$\begin{aligned} m &= \frac{1}{2a^2 A_z} (1 - 2r \text{cha}H \cdot \cos aH) \\ n &= \frac{1}{a^2 A_z} r \cdot \text{cha}H \cdot \sin aH \end{aligned} \quad (2.107)$$

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{gH}{f} - \frac{gr}{2f \cdot a} (\text{sh}2aH + \sin 2aH) \\ \beta &= \frac{gr}{2f \cdot a} (\text{sh}2aH - \sin 2aH). \end{aligned} \quad (2.108)$$

Từ (2.106) ta cũng có thể tách thành dòng toàn phần của dòng chảy gió thuần túy và của dòng chảy gradien:

$$\begin{aligned} S_{xd} &= \bar{n}\tau_x + \bar{m}\tau_y \\ S_{yd} &= -\bar{m}\tau_x + \bar{n}\tau_y \end{aligned} \quad (2.109)$$

$$\begin{aligned} S_{xg} &= \bar{\beta} \frac{\partial \zeta'}{\partial x} + \bar{\alpha} \frac{\partial \zeta'}{\partial y} \\ S_{yg} &= -\bar{\alpha} \frac{\partial \zeta'}{\partial x} + \bar{\beta} \frac{\partial \zeta'}{\partial y} \end{aligned} \quad (2.110)$$

Như vậy ta đã tìm được mối liên hệ giữa  $u, v, S_x, S_y$  với  $\zeta', \tau$

b) Mối liên hệ giữa  $u, v$  với  $\zeta'$  và hàm dòng toàn phần  $\psi$ . Liên hệ giữa  $\psi$  và  $\tau$

Gọi hàm  $\psi(x, y)$  là hàm dòng toàn phần mà:

$$S_x = -\frac{\partial \psi}{\partial y}; \quad S_y = \frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (2.111)$$

Theo phương trình liên tục có:

$$\frac{\partial S_x}{\partial x} + \frac{\partial S_y}{\partial y} = 0.$$

Phương trình vi phân đối với đường dòng của dòng toàn phần là:

$$\frac{dx}{S_x} = \frac{dy}{S_y}. \quad (2.112)$$

Phương trình (2.112) có thể viết lại dưới dạng:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial y} dy = 0.$$

Từ đó ta thấy họ các đường cong  $\psi$  là đường dòng của dòng toàn phần.

Giải hệ phương trình (2.106) đối với  $\frac{\partial \zeta'}{\partial x}, \frac{\partial \zeta'}{\partial y}$  có tính đến (2.111) và xem  $\zeta'$

<< H ta có:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta'}{\partial x} &= -m' \tau_x + n' \tau_y - \alpha' \frac{\partial \psi}{\partial x} - \beta' \frac{\partial \psi}{\partial y} \\ \frac{\partial \zeta'}{\partial y} &= -n' \tau_x - m' \tau_y + \beta' \frac{\partial \psi}{\partial x} - \alpha' \frac{\partial \psi}{\partial y} \end{aligned} \quad (2.113)$$

trong đó:  $m'$  là hệ số tuyến tính của độ nghiêng do gió gây ra;  $n'$  là hệ số lệch của độ nghiêng do gió gây ra,  $\alpha'$  là đối số tuyến tính của độ nghiêng do hoàn lưu tích phân chuyển dời;  $\beta'$  là hệ số lệch của độ nghiêng do hoàn lưu tích phân chuyển dời:

$$m' = \frac{m\alpha + n\beta}{\alpha^2 + \beta^2}; \quad n' = \frac{n\alpha - m\beta}{\alpha^2 + \beta^2}; \quad (2.114)$$

$$\alpha' = \frac{\alpha}{\alpha^2 + \beta^2}; \quad \beta' = \frac{\beta}{\alpha^2 + \beta^2}. \quad (2.115)$$

Khi xem  $H - \zeta' \approx H$  và thay (2.113) vào (2.96) ta tìm được mối liên hệ giữa  $u, v$  với  $\tau, \psi$

$$\begin{aligned} u &= (N - Bm' - \lambda n')\tau_x + (M + Bn' - \lambda m')\tau_y + \\ &\quad + (\lambda\beta' - B\alpha')\frac{\partial \psi}{\partial x} - (B\beta' + \lambda\alpha')\frac{\partial \psi}{\partial y} \\ v &= (-M + \lambda m' - Bn')\tau_x + (N - Bn' - \lambda m')\tau_y + \\ &\quad + (\lambda\alpha' + B\beta')\frac{\partial \psi}{\partial x} + (\lambda\beta' - B\alpha')\frac{\partial \psi}{\partial y}. \end{aligned} \quad (2.116)$$

- Ta tìm được mối liên hệ giữa  $\psi$  với  $\tau$  không phụ thuộc vào độ nghiêng động lực của mặt biển. Vi phân phương trình thứ nhất của (2.113) theo  $y$  và phương trình thứ hai theo  $x$ , rồi trừ đi nhau, ta có:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \beta' \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( \alpha' \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \alpha' \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = \text{rot}_z m' \tau + \text{div} n' \tau \quad (2.117)$$

trong đó

$$\text{rot}_z m' \tau = \frac{\partial(m' \tau_y)}{\partial x} - \frac{\partial(m' \tau_x)}{\partial y} \quad (2.118)$$

$$\text{div} n' \tau = \frac{\partial(m' \tau_x)}{\partial x} - \frac{\partial(n' \tau_y)}{\partial y}. \quad (2.119)$$

Hay viết (2.117) dưới dạng khác

$$\beta' \Delta \psi + \left( \frac{\partial \beta'}{\partial x} + \frac{\partial \alpha'}{\partial y} \right) \frac{\partial \psi}{\partial x} + \left( \frac{\partial \beta'}{\partial y} + \frac{\partial \alpha'}{\partial x} \right) \frac{\partial \psi}{\partial y} = \text{rot}_z (m' \tau) + \text{div} (n' \tau) \quad (2.120)$$

trong đó 
$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

Điều kiện giới hạn đối số hàm  $\psi$  trên biên của biển được tính từ (2.76), có dạng

$$(\psi)_L = \phi_1(L) \quad (2.121)$$

trong đó  $\phi_1(L)$  trên biên cứng và biết trước trên biên lỏng.

### 3. Các trường hợp giới hạn

Xét mối liên hệ giữa  $u$ ,  $v$ ,  $\zeta'$  và  $\tau_x, \tau_y$  trong hai trường hợp: biển nông và biển có độ sâu vượt quá 2 lần độ sâu ma sát.

+ Trường hợp biển nông

$$aH = \sqrt{\frac{f\rho_0}{2A_2}} \cdot H \rightarrow 0; \eta = aH \left(1 - \frac{z}{H}\right) \rightarrow 0; \text{ch}\eta \rightarrow 1;$$

$$\text{sh}\eta \rightarrow a(H-z)\sin\eta \rightarrow a(H-z); \quad \cos\eta \rightarrow 1; \quad r \rightarrow \frac{1}{2}.$$

Khi đó các hệ số tính theo (2.97), (2.98) có dạng:

$$N = \frac{H-z}{A_z}; \quad M = 0 \quad (2.122)$$

$$B = \frac{g\rho_0}{A_z} \frac{H^2 - z^2}{2}; \quad \lambda = 0. \quad (2.123)$$

Do đó các thành phần vận tốc dòng chảy tính theo (2.96) sẽ là:

$$\begin{aligned} u &= \frac{\tau_x}{A_z} (H - z) + \frac{g\rho_0}{2A_z} (\overline{H^2} - \overline{z^2}) \frac{\partial \zeta'}{\partial x} \\ v &= \frac{\tau_y}{A_z} (H - z) + \frac{g\rho_0}{2A_z} (\overline{H^2} - \overline{z^2}) \frac{\partial \zeta'}{\partial y}. \end{aligned} \quad (2.124)$$

Các hệ số phương trình dòng toàn phần tính theo (2.107), (2.108) sẽ là:

$$n = \frac{H^2}{2A_z}; \quad m = 0 \quad (2.125)$$

$$\beta = \frac{g\rho_0 H^3}{3A_z}; \quad \alpha = 0. \quad (2.126)$$

Khi đó theo (2.106) ta có:

$$\begin{aligned} S_x &= \frac{H^2 \tau_x}{2A_z} + \frac{g\rho_0 H^3}{3A_z} \frac{\partial \zeta'}{\partial x} \\ S_y &= \frac{H^2 \tau_y}{2A_z} + \frac{g\rho_0 H^3}{3A_z} \frac{\partial \zeta'}{\partial y} \end{aligned} \quad (2.127)$$

Các hệ số  $m'$ ,  $n'$ ,  $\alpha'$ ,  $\beta'$  trong (2.113) được tính theo (2.114), (2.115) khi  $aH$  tiến tới 0 có dạng:

$$m' = \frac{3}{2g\rho_0 H}; \quad n' = 0 \quad (2.128)$$

$$\alpha' = 0; \quad \beta' = \frac{3}{2g\rho_0 H}. \quad (2.129)$$

Khi đó (2.113) có dạng:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta'}{\partial x} &= -\frac{3\tau_x}{2g\rho_0 H} - \frac{3A_z}{g\rho_0 H^3} \frac{\partial \psi}{\partial x} \\ \frac{\partial \zeta'}{\partial y} &= -\frac{3\tau_y}{2g\rho_0 H} + \frac{3A_z}{g\rho_0 H^3} \frac{\partial \psi}{\partial y}. \end{aligned} \quad (2.130)$$

Phương trình đối với hàm dòng có dạng:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{H^3} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{H^3} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) = \frac{1}{2A_z} \text{rot}_z \frac{\tau}{H}. \quad (2.131)$$

Phương trình (2.131) là dạng phương trình Poisson đối với môi trường không đồng nhất với điều kiện biên như (2.121).

+ Trường hợp biển sâu:  $H > 2D$  hay  $aH > 2\pi$ . Như trước đây ta xét biển có  $H > 2D$  thì có thể chia chiều dày của nước biển thành 3 lớp:

- lớp mặt có độ dày  $D$ .
- lớp dưới sâu
- lớp đáy.

Ta thấy khi biển sâu  $aH \rightarrow \infty$

$$\frac{\sinh a(H-z)}{\cosh aH} \approx e^{-az}; \quad \frac{\cosh az}{\cosh aH} \approx e^{-a(H-z)}$$

$$\frac{\cosh a(H-z)}{\cosh aH} \approx e^{-az}; \quad \frac{\sinh az}{\sinh aH} \approx e^{-a(H-z)}$$

- Đối với lớp mặt  $0 \leq z < D$

Các hệ số  $M, N, B, \lambda$  tính theo (2.97), (2.98) có dạng:

$$N = \frac{e^{-aZ}}{2A_z \sqrt{2}} \sin\left(\frac{\pi}{4} - az\right) \quad (2.132)$$

$$M = \frac{e^{-aZ}}{2A_z \sqrt{2}} \cos\left(\frac{\pi}{4} - az\right)$$

$$B = 0; \quad \lambda = 0 \quad (2.133)$$

Các thành phần của vận tốc dòng chảy sẽ là:

$$u = \frac{e^{-aZ}}{aA_z \sqrt{2}} \left[ \tau_x \sin\left(\frac{\pi}{4} - az\right) + \tau_y \cos\left(\frac{\pi}{4} - az\right) \right] + \frac{g}{f} \frac{\partial \zeta'}{\partial y} \quad (2.134)$$

$$v = \frac{e^{-aZ}}{aA_z \sqrt{2}} \left[ -\tau_x \cos\left(\frac{\pi}{4} - az\right) + \tau_y \sin\left(\frac{\pi}{4} - az\right) \right] - \frac{g}{f} \frac{\partial \zeta'}{\partial x}$$

Ta thấy thành phần dòng chảy trôi trong (2.134) giống như công thức của Ekman trong biển sâu vô hạn.

- Trong lớp sâu:  $D \leq z \leq H - D$

$$\text{có } M = 0; N = 0 \quad (2.135)$$

$$B = 0; \lambda = g/f \quad (2.136)$$

Do đó có:

$$u = \frac{g}{f} \frac{\partial \zeta}{\partial y}; \quad v = -\frac{g}{f} \frac{\partial \zeta}{\partial x} \quad (2.137)$$

(2.137) là công thức của dòng chảy địa chuyển.

- Trong lớp gần đáy  $H - D \leq z \leq H$

$$N = 0; M = 0 \quad (2.138)$$

do đó (2.96) có dạng:

$$u = B \frac{\partial \zeta'}{\partial x} + \lambda \frac{\partial \zeta'}{\partial y}$$

$$v = -\lambda \frac{\partial \zeta'}{\partial x} + B \frac{\partial \zeta'}{\partial y} \quad (2.139)$$

hay:

$$u = \frac{g}{f} e^{-a(H-z)} \sin[a(H-z)] \frac{\partial \zeta'}{\partial x} + \frac{g}{f} \left[ 1 - e^{-a(H-z)} \cos[a(H-z)] \frac{\partial \zeta'}{\partial y} \right] \quad (2.140)$$

$$v = \frac{g}{f} e^{-a(H-z)} \sin[a(H-z)] \frac{\partial \zeta'}{\partial y} - \frac{g}{f} \left[ 1 - e^{-a(H-z)} \cos[a(H-z)] \frac{\partial \zeta'}{\partial x} \right]$$

Các hệ số:  $m, n, \beta, \alpha$  tính theo (2.107), (2.108) khi  $H > 2D$  sẽ có dạng:

$$m = \frac{1}{f\rho_0}; \quad n = 0 \quad (2.141)$$

$$\beta = \frac{g}{2af}; \quad \alpha = \frac{g}{2af}(2aH - 1). \quad (2.142)$$

Do đó (2.106) sẽ có dạng:

$$S_x = \frac{\tau_y}{f\rho_0} + \frac{g}{2af} \frac{\partial \zeta'}{\partial x} + \frac{g}{2af}(2aH - 1) \frac{\partial \zeta'}{\partial y} \quad (2.143)$$

$$S_y = -\frac{\tau_x}{f\rho_0} - \frac{g}{2af} \frac{\partial \zeta'}{\partial x} \cdot (2aH - 1) + \frac{g}{2af} \frac{\partial \zeta'}{\partial y}.$$

Các hệ số  $m', n', \beta', \alpha'$  tính theo (2.114), (2.115) có dạng:

$$m' = \frac{1}{g\rho_0} \frac{2a(2aH - 1)}{1 + (2aH - 1)^2}; \quad n' = -\frac{1}{g\rho_0} \frac{2a}{1 + (2aH - 1)^2} \quad (2.144)$$

$$\alpha' = \frac{f}{g} \frac{2a(2aH - 1)}{1 + (2aH - 1)^2}; \quad \beta' = -\frac{f}{g} \frac{2a}{1 + (2aH - 1)^2}. \quad (2.145)$$

Khi đó (2.113) sẽ có dạng:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \zeta'}{\partial x} &= -\frac{1}{g\rho_0} \frac{2a}{1+(2aH-1)^2} \left[ (2aH-1)\tau_x + \tau_y + f\rho_0(2aH-1)\frac{\partial \psi}{\partial x} + f\rho_0\frac{\partial \psi}{\partial y} \right] \\ \frac{\partial \zeta'}{\partial y} &= -\frac{1}{g\rho_0} \frac{2a}{1+(2aH-1)^2} \left[ -\tau_x + (2aH-1)\tau_y - f\rho_0\frac{\partial \psi}{\partial x} + f\rho_0(2aH-1)\frac{\partial \psi}{\partial y} \right]\end{aligned}\quad (2.146)$$

Phương trình đối với hàm dòng toàn phần có dạng như (2.117), (2.120) nhưng với  $m'$ ,  $n'$ ,  $\alpha'$ ,  $\beta'$  có giá trị theo (2.144), (2.145).

## 2.2.4 Chuyển động thẳng đứng trong biển

### 1. Hiện tượng nước trôi (Upwelling)

Nước trôi là một quá trình chuyển động theo phương thẳng đứng của nước trong biển, nước dưới sâu sẽ dâng lên trên mặt, phạm vi của vùng nước dâng có giới hạn nhưng nước dâng lên và ảnh hưởng của nó đến các điều kiện đại dương có thể lan truyền đến hàng trăm hải lý. Nước trôi có thể quan trắc thấy ở nhiều nơi trên Đại dương Thế giới, nhưng nó thể hiện rõ nhất ở dọc theo bờ phía tây của các lục địa. Nước trôi có thể do gió rút nước gây ra, nước mặt từ bờ bị dòng chảy cuốn ra khơi. Ở Bắc bán cầu khi gió ổn định và thổi song song với bờ, nước mặt bị đẩy ra phía biển khơi và gây ra hiện tượng nước trôi. Ở nơi nào nước chảy theo chiều hướng khác nhau (sự phân kỳ) thì nước dưới sâu cũng dâng lên. Các dòng xoáy nghịch lớn và nhỏ đều có thể gây ra hiện tượng nước trôi. Kích thước của sự dâng nước do gió gây ra, tùy thuộc vào các đặc trưng của gió.

Nước trôi là quá trình rất chậm, ở gần bờ California, tốc độ thẳng đứng của nước dâng là 20m/ tháng, trong vùng này nước trôi lên mặt từ những độ sâu không lớn thường < 200m..

Biểu hiện rõ nhất của hiện tượng nước trôi thấy ở ven bờ phía Tây Hoa Kỳ, Maroc, Nam châu Phi và châu Úc.

Một số vùng nước trôi ven bờ được gây ra do gió mùa ở Đông Nam Á (vịnh Ben gan): mùa hè có gió tây nam, mùa đông có gió đông bắc. Gió mùa không đổi, đặc biệt là từ phía tây nam và sự định hướng của đường bờ đã gây ra trên một phạm vi lớn dọc theo bờ phía Đông Ấn Độ và Nam Việt Nam.

Trong vùng nước trôi, khối nước trôi lên đã thực hiện sự trao đổi động lượng, nhiệt, muối và các nguyên tố biogen (phốt phát, ...) giữa các lớp nước sâu và nước mặt, đây chính là nơi có sản phẩm hữu cơ cao. Ở các vùng ven bờ nước nặng hơn dâng lên mặt tạo nên gradien ngang của mật độ và cùng với ứng suất gió tại mặt mà gây ra hệ thống dòng chảy di chuyển dọc bờ.

Việc nghiên cứu hiện tượng nước trôi: cấu trúc, cường độ và sự biến đổi của nó phụ thuộc vào các điều kiện khí tượng thủy văn khác nhau có ý nghĩa khoa học thực tiễn to lớn.

### 2. Tính toán chuyển động thẳng đứng

Do tốc độ chuyển động thẳng đứng của nước trong đại dương rất nhỏ nên không thể nghiên cứu hoàn lưu thẳng đứng bằng các phép đo đạc trực tiếp được. Do đó những kết quả nghiên cứu về hoàn lưu thẳng đứng của nước trong đại dương cho đến hiện nay chỉ nhận được bằng nghiên cứu lý thuyết. Sau đây chúng ta sẽ xét một phương pháp xác định tốc độ chuyển động thẳng đứng phụ thuộc trực tiếp vào trường gió và trường mật độ.

Xét chuyển động thẳng đứng ổn định của nước đại dương. Theo Morgan, trong chuyển động thẳng đứng hiệu ứng trao đổi rối động lượng theo phương ngang và các thành phần quán tính là không đáng kể đối với đại dương. Hệ phương trình chuyển động được viết dưới dạng:

$$\begin{aligned} -f \cdot \rho \cdot v &= -\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial z}(\tau_{zx}) \\ f \cdot \rho \cdot u &= -\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial z}(\tau_{zy}). \end{aligned} \quad (2.147)$$

Phương trình liên tục:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (2.148)$$

Điều kiện biên: Tại mặt biển  $z = \zeta$

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_a; \quad P = P_a \\ W|_{z=\zeta} &= u_\zeta \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v_\zeta \frac{\partial \zeta}{\partial y}. \end{aligned} \quad (2.149)$$

Hệ trục tọa độ đặt như sau: Ox hướng về phía đông, Oy - lên phía bắc, Oz - hướng xuống dưới;  $\tau_z$  ( $\tau_{zx}, \tau_{zy}$ ) là véc tơ ứng lực rối trong biển,  $\tau_a$  là ứng suất tiếp tuyến gió,  $P_a$  là áp suất khí quyển.

Lấy tích phân (2.148) từ  $\zeta$  đến  $z$  có:

$$W = -\int_{-\zeta}^z \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dz + u_\zeta \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v_\zeta \frac{\partial \zeta}{\partial y}. \quad (2.150)$$

Từ (2.147) ta có:

$$\begin{aligned} v &= \frac{1}{\rho \cdot f} \left[ \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z}(\tau_{zx}) \right] \\ u &= -\frac{1}{\rho \cdot f} \left[ \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}(\tau_{zy}) \right]. \end{aligned} \quad (2.151)$$

Tại mặt biển có:

$$\begin{aligned} v_{\zeta} &= \frac{1}{\rho \cdot f} \left[ \frac{\partial P_a}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{ax}) \right] \\ u_{\zeta} &= \frac{1}{\rho \cdot f} \left[ \frac{\partial P_a}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{ay}) \right]. \end{aligned} \quad (2.152)$$

Thay (2.151), (2.152) vào (2.150) thu được:

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{\rho \cdot f} \left[ \frac{\beta}{f} \int_{-\zeta}^z \frac{\partial P}{\partial x} dz + \frac{\partial P_a}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{\partial P_a}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \right. \\ &\quad \left. - \text{rot}_z \tau_a + \text{rot}_z \tau - \frac{\beta}{f} (\tau_{ax} - \tau_{zx}) + \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right)_{-\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \left( \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right)_{-\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right]. \end{aligned} \quad (2.153)$$

Nếu xem dòng chảy là tổng hợp của dòng chảy trôi và dòng chảy gradien:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_d + \mathbf{u}_g, \quad \mathbf{v} = \mathbf{v}_d + \mathbf{v}_g; \quad \mathbf{w} = \mathbf{w}_d + \mathbf{w}_g \quad (2.154)$$

thì ta có:

$$\begin{aligned} W_d &= -\frac{1}{\rho \cdot f} \left[ \text{rot}_z \tau_a - \text{rot}_z \tau + \frac{\beta}{f} (\tau_{ax} - \tau_{zx}) - \right. \\ &\quad \left. - \left( \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right)_{-\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \left( \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right)_{-\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right] \end{aligned} \quad (2.155)$$

$$W_g = -\frac{1}{\rho \cdot f} \left[ \int_{-\zeta}^z \rho v_g dz - \frac{\partial P_a}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial P_a}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right] \quad (2.156)$$

trong đó:  $\beta = \frac{df}{dy}$  là sự thay đổi của tham số Koriolis theo vĩ độ.

Khi đánh giá bậc đại lượng của các thành phần trôi và gradien của dòng chảy thẳng đứng, Trekotilo đã đưa ra kết luận rằng: trong lớp mặt từ 0 đến 10 m dòng thẳng đứng được tạo nên chủ yếu do thành phần trôi, khi đó những thành phần của tốc độ thẳng đứng có liên quan đến độ nghiêng của mặt biển có thể bỏ qua. Còn khi  $H = 10^5$  cm thì dòng thẳng đứng được tạo nên chủ yếu do thành phần gradien, do đó có:

$$W_d = -\frac{1}{\rho \cdot f} \left[ \text{rot}_z \tau_a - \text{rot}_z \tau + \frac{\beta}{f} (\tau_{ax} + \tau_{zx}) \right] \quad (2.157)$$

$$W_g = \frac{\beta}{f} z \quad (2.158)$$

Nếu có  $\tau_a$  thì ta tính được  $\tau$ .

Khi sử dụng kết quả của lý thuyết tổng quát về bài toán của Ecman với hướng gió tùy ý (Xarkixian 1956) ta có:

$$\begin{aligned} u_d &= \frac{e^{-az}}{2aA_z} [\cos az.(\tau_{ay} - \tau_{ax}) + \sin az(\tau_{ay} + \tau_{ax})] \\ v_d &= \frac{e^{-az}}{2aA_z} [\cos az.(\tau_{ay} - \tau_{ax}) - \sin az(\tau_{ay} + \tau_{ax})] \end{aligned} \quad (2.159)$$

Từ đó tính được:

$$\begin{aligned} A_z \frac{\partial u_d}{\partial z} &= \tau_{zx} = -e^{-az} (\sin az. \tau_{ay} + \cos az. \tau_{ax}) \\ A_z \frac{\partial v_d}{\partial z} &= \tau_{zy} = -e^{-az} (\cos az. \tau_{ay} - \sin z. \tau_{ax}) \end{aligned} \quad (2.160)$$

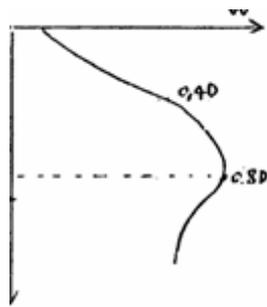
trong đó:  $a = \frac{\pi}{D}; D = \pi \sqrt{\frac{A_z}{2\omega \sin \varphi}}$ .

Thay (2.160) vào (2.157) ta có:

$$u_d \approx -\frac{1}{\rho f} \left[ (e^{-az} \cos az + 1) (\text{rot}_z \tau_a + \frac{\beta}{f} \tau_{zx} - e^{-az} \sin az (\text{div} \tau_a - \frac{\beta}{f} \tau_{ay})) \right] \quad (2.161)$$

Hình 2.9 biểu diễn kết quả tính toán  $W_d$  theo (2.161) từ đó ta thấy  $W$  tăng nhanh theo độ sâu từ mặt đến  $Z = 0,4D$ , sau đó tăng chậm từ  $0,4 - 0,8 D$ , đạt cực đại tại  $z = 0,8D$  sau đó giảm chậm. Khi  $z > D$  thì xem như tốc độ thẳng đứng không đổi, giá trị không đổi đó gần bằng giá trị ở  $z = 0,4D = h$ .

Với phân bố đó ta có thể nói, ở lớp trên (lớp  $z = h$ ) dòng chảy trôi ngang chiếm ưu thế. Sự dư thừa nước gây ra do dòng chảy ngang trong trường gió không đều được bù trừ bằng chuyển động đi lên hay đi xuống của nước, do đó ở dưới lớp có độ sâu  $h$  chuyển động thẳng đứng thể hiện rõ rệt và do sự bảo toàn tính liên tục của chất lỏng mà chuyển động thẳng đứng có thể lan truyền đến đáy.



**Hình 2.9**

Phân bố tốc độ thẳng đứng theo độ sâu

Với  $z$  lớn thì thành phần  $W_d$  gần đúng bằng:

$$W_d \approx -\frac{1}{\rho \cdot f} \left[ \text{rot}_z \tau_a + \frac{B}{f} \tau_{zx} \right] \approx \text{const} \quad (2.162)$$

Thực tế cho thấy (2.162) chỉ đúng trong những vùng có dòng chảy hướng theo phương kinh tuyến không mạnh lắm như ở vùng bắc Thái Bình Dương, những dòng chảy như vậy chỉ xuất hiện trong vùng dòng Kurôsiô và một dải hẹp nằm gần bán đảo Kamratka và quần đảo Kurin. Như kết quả đã chỉ ra ở trên, vận tốc dòng trôi thẳng đứng đạt tới một giá trị nào đó ở độ sâu  $h$ , vượt quá độ sâu này tốc độ thay đổi rất chậm, có nghĩa là thành phần dòng chảy trôi ngang tập trung trong lớp từ 0 đến  $h$ , tức là dọc theo trục  $z$  có:

$$w_{z>h} = -\text{div} S_d \Big|_{-\zeta}^{z>h} \approx \text{const} \quad (2.163)$$

trong đó

$$S_d = \int_{-\zeta}^z (u_d + v_d) dz.$$

Mặt khác từ số liệu thực tế, theo (2.160) ta biết rằng  $\tau_{zx}, \tau_{zy} \ll \tau_{ax}, \tau_{ay}$ , cho nên có thể xem một cách gần đúng (với  $h \approx 0,4D$ )  $u_d, v_d$  không gây ảnh hưởng đến  $W_d$ .

Xét thành phần gradien:

Từ phương trình tĩnh học có:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = g\rho$$

$$P = \int_{\zeta}^z g\rho dz + P_a$$

hay:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\rho g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + g \int_0^z \frac{\partial \rho}{\partial x} dz + \frac{\partial P_a}{\partial x}$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = -\rho_0 g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + g \int_0^z \frac{\partial \rho}{\partial y} dz + \frac{\partial P_a}{\partial y}.$$
(2.164)

Đánh giá bậc đại lượng của (2.164), khi cho các giá trị đặc trưng: độ dài  $L = 10^8 \text{ cm}$ , dao động mặt mực  $\zeta = 10 \text{ cm}$  và  $\rho = 1$ ,  $g = 10^3 \text{ cm/s}^2$ ,  $\Delta P_a = 10^3$ . Đánh giá trong 3 trường hợp cho kết quả như trong bảng.

Trong lớp  $h = 10 \text{ m}$ , gần đúng có

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\rho g t g \gamma_x$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = -\rho g t g \gamma_y$$
(2.165)

	Bậc đại lượng		
	$h = 10 \text{ m}$	$h = 100 \text{ m}$	$h = 1000 \text{ m}$
$\frac{g\rho\xi}{L}$	$10^{-4}$	$10^{-4}$	$10^{-4}$
$\frac{g\Delta\rho.H}{L}$	$10^{-5}$	$10^{-4}$	$10^{-4}$
$\frac{\Delta P_a}{L}$	$10^{-5}$	$10^{-5}$	$10^{-5}$

Trong lớp  $h = 100 \text{ m}$  trở xuống:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\rho g t g \gamma_x + g \frac{\partial Q}{\partial x}$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = -\rho g t g \gamma_y + g \frac{\partial Q}{\partial y}$$
(2.166)

trong đó:

$$Q = \int_0^z \rho dz; \quad t g \gamma_x = \frac{\partial \zeta}{\partial x} \quad t g \gamma_y = \frac{\partial \zeta}{\partial y}.$$

Mặt khác từ công thức tính dòng địa chuyển ta có:

$$v_g = \frac{1}{\rho \cdot f} \frac{\partial P}{\partial x}; u_g = -\frac{1}{\rho \cdot f} \frac{\partial P}{\partial y}.$$

Tại mặt:

$$v_g|_{-\zeta} = v_\gamma = -\frac{g}{f} \operatorname{tg} \gamma_x, u_g|_{-\zeta} = u_\gamma = \frac{g}{f} \operatorname{tg} \gamma_y. \quad (2.167)$$

Ở độ sâu z:

$$v_g = v_\gamma - \frac{1}{f} \frac{\partial Q}{\partial x}, u_g = u_\gamma - \frac{1}{f} \frac{\partial Q}{\partial y}. \quad (2.168)$$

Kết hợp (2.158) với (2.168) ta có:

$$W_g = \frac{B}{f} \int_{-\zeta}^Z (v_\gamma - \frac{1}{f} \frac{\partial Q}{\partial x}) dz. \quad (2.169)$$

Từ phương trình liên tục tính được:

$$W = -\operatorname{div} (S_d - S_g). \quad (2.170)$$

Từ (2.170) ta thấy cả trong dòng chảy trôi và trong dòng chảy tổng hợp thì tốc độ thẳng đứng sẽ đạt cực đại tại độ sâu ở đó độ phân kỳ của dòng chảy theo phương ngang của dòng toàn phần đạt cực đại. Đặc trưng phân bố của chuyển động thẳng đứng trong dòng chảy trôi và trong dòng chảy tổng hợp nói chung là giống nhau, mặc dù kích thước của chuyển động là không như nhau. Ở trên mặt, tốc độ thẳng đứng đều bằng không, sau đó tăng nhanh theo độ sâu và đạt cực đại tại giới hạn dưới của lớp có dòng chảy theo phương ngang lớn. Dưới giới hạn này, do tính liên tục của chất lỏng mà tốc độ thẳng đứng gần như không đổi cho tới lớp ma sát đáy. Về độ lớn của chuyển động thẳng đứng, theo tính toán cho thấy: Trong dòng chảy trôi nếu tốc độ thẳng đứng thay đổi từ gần bằng không ở trên mặt đến giá trị cực đại ở độ sâu  $Z = 10^3$  cm, thì trong dòng chảy tổng hợp giá trị cực đại đạt tại độ sâu  $Z = 10^5$  cm.

## 2.3 Dòng chảy gradien và hoàn lưu ven bờ

### 2.3.1 Dòng chảy gradien

Gió tác dụng sau một khoảng thời gian nào đó sẽ tạo nên một độ nghiêng nhất định của mặt biển, độ nghiêng này có giá trị khá lớn ở các đới ven bờ. Độ nghiêng của mặt biển sẽ tạo thành gradien áp lực trong nước, nó sẽ làm thay đổi chế độ dòng chảy của vùng nghiên cứu. Khi đó nước sẽ chuyển động dưới tác dụng đồng thời của gió và gradien áp lực.

Để xét dòng chảy gradien thuần túy, ta giả thiết rằng sau khoảng thời gian tác động nào đó, gió đã ngừng thổi và chuyển động của nước biển chỉ xảy ra dưới tác dụng của gradien áp lực.

Giả thiết hướng gradien trùng với hướng trục Oy và góc nghiêng của mặt biển theo hướng đó là  $\gamma$ ;  $\gamma$  dương khi xuất hiện về phía dương của trục Ox.

Hệ phương trình chuyển động:

$$\begin{aligned} \alpha\mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + 2\omega \sin \varphi \cdot v &= 0 \\ \alpha\mu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - 2\omega \sin \varphi \cdot u - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \quad (2.171)$$

Từ phương trình tĩnh học ta có:

$$\begin{aligned} P &= g\rho(z + \xi) \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} g\rho \frac{\partial \xi}{\partial y} = -g \frac{\partial \xi}{\partial y} \end{aligned}$$

mà  $-\frac{\partial \xi}{\partial y} = \operatorname{tg} \gamma \approx \sin \gamma$ , vì  $\sin \gamma$  nhỏ.

Do đó (2.171) có dạng:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 u}{dz^2} + 2a^2 v &= 0 \\ \frac{d^2 v}{dz^2} - 2a^2 u + \frac{g \sin \gamma}{\alpha\mu} &= 0 \end{aligned} \quad (2.172)$$

với  $a^2 = \frac{\omega \sin \varphi}{\alpha\mu}$ .

Các điều kiện biên:

- Tại mặt biển:  $z = 0$

$$\mu \frac{\partial u}{\partial z} = 0; \quad -\mu \frac{\partial v}{\partial z} = 0. \quad (2.173)$$

- Tại đáy biển:  $z = H$

$$u = 0; \quad v = 0.$$

Chuyển phương trình (2.172) sang vận tốc phức  $W = u + iv$  thì có:

$$\frac{d^2 W}{dz^2} - 2ia^2 W = -ig \frac{\sin \gamma}{\mu}. \quad (2.174)$$

Điều kiện biên tương ứng với vận tốc phức:

$$\begin{aligned} - \text{ Khi } z = 0: & \quad \frac{dW}{dz} = 0 \\ - \text{ Khi } z = H: & \quad W = 0. \end{aligned} \quad (2.175)$$

Nghiệm tổng quát của phương trình vi phân không thuần nhất (2.174) có dạng:

$$W = C_1 e^{(1+i)az} + C_2 e^{-(1+i)az} + \frac{g \partial \zeta}{f \partial y}. \quad (2.176)$$

Các hằng số tích phân  $C_1, C_2$  tính được từ các điều kiện biên (2.175). Cuối cùng ta có:

$$\begin{aligned} W &= \frac{g}{f} \frac{\partial \zeta}{\partial y} \left[ 1 - \frac{\text{ch}[az(1+i)]}{\text{ch}[aH(1+i)]} \right] \\ &= \frac{g \sin \gamma}{2\omega \sin \varphi} \left[ 1 - \frac{\text{ch}[az(1+i)]}{\text{ch}[aH(1+i)]} \right]. \end{aligned} \quad (2.177)$$

Sự khác nhau tương đối giữa dòng chảy địa chuyển và dòng  $W$  theo (2.177) là thành phần:

$$\left( - \frac{\text{ch}[(1+i)az]}{\text{ch}[(1+i)aH]} \right).$$

Môđun của thành phần này là:

$$E = \sqrt{\frac{\text{ch}2az + \cos 2az}{\text{ch}2aH + \cos 2aH}} \cdot e^{i[\pi + \arctg(\text{tg}az \text{th}az)]} \times e^{-\arctg(\text{tgaH} \text{th}aH)}$$

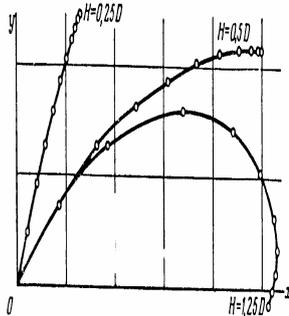
Tách phần thực và phần ảo của (2.177) ta có:

$$\begin{aligned} u &= - \frac{g \sin \gamma}{2\omega \sin \varphi} \cdot \frac{\text{ch}(H+z) \cdot \cos a(H-z) + \text{ch} a(H-z) \cos a(H+z)}{\text{ch}2aH + \cos 2aH} + \frac{g \sin \gamma}{2\omega \sin \varphi} \\ v &= - \frac{g \sin \gamma}{2\omega \sin \varphi} \cdot \frac{\text{sh}(H+z) \cdot \sin a(H-z) + \text{sh} a(H-z) \sin a(H+z)}{\text{ch}2aH + \cos 2aH} \end{aligned} \quad (2.178)$$

Trên hình 2.10 vẽ đường đầu mút vectơ vận tốc tính theo (2.178) ở các độ sâu khác nhau. Từ hình vẽ thấy rằng ở biển nông hướng dòng chảy tại các độ sâu khác nhau không khác mấy so với hướng gradien tại các lớp mặt đã chênh lệch quá  $45^\circ$ . Đối với biển có độ sâu lớn, trong các lớp mặt  $z \ll H, aH \gg 1$  chỉ tồn tại dòng chảy theo trục  $Ox$  tức là dòng vuông góc với gradien áp lực:

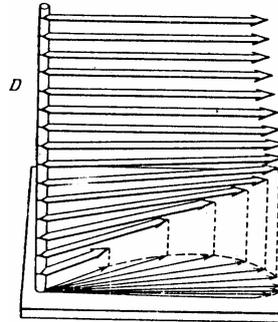
$$u \approx \frac{g \sin \varphi}{2\omega \sin \varphi} \quad (2.179)$$

$$v \approx 0$$



Hình 2.10a

Đường đầu mút véc tơ vận tốc trên mặt phẳng



Hình 2.10b

Đường đầu mút véc tơ vận tốc trong không gian

Kết quả này đúng với độ sâu không vượt quá  $0,5D$  ở độ sâu lớn hơn  $0,5D$  thì dòng chảy còn chịu ảnh hưởng mạnh mẽ của ma sát đáy.

Khi độ sâu của biển  $H > D$  (độ sâu ma sát) thì toàn bộ chiều dày của lớp nước nằm cách đáy một đoạn nào đó đều chuyển động theo cùng một hướng: vuông góc với gradien áp lực.

Chỉ trong lớp nước độ dài  $D''$  nằm sát đáy dòng chảy có hướng và độ lớn vận tốc thay đổi phụ thuộc vào khoảng cách từ đáy. Do đó gọi  $D''$  là lớp ma sát đáy. Dễ dàng nhận thấy là lớp ma sát đáy đóng vai trò hoàn toàn tương tự như lớp ma sát mặt trong dòng chảy trôi. Có thể hình dung như là đáy biển chuyển động tương đối so với nước biển và ma sát giữa đáy và nước biển giữ vai trò như là ma sát tiếp tuyến gió trong dòng chảy trôi. Chính vì vậy mà hướng của dòng chảy trong lớp ma sát đáy cũng bị lệch đi so với hướng của lực tác dụng - lực ma sát đáy.

Như vậy với biển sâu dòng chảy gradien được chia thành 2 thành phần chính: dòng chảy sát đáy trong lớp  $D''$  với vận tốc khác nhau về hướng và độ lớn và dòng chảy trong lớp còn lại từ mặt đến độ sâu cách đáy  $D''$ .

Tính dòng toàn phần của dòng gradien: lấy tích phân theo độ sâu (2.177)

$$S = \int_0^H G \left( 1 - \frac{\text{ch}[(1+i)az]}{\text{ch}[(1+i)aH]} \right) dz \quad \text{với } G = \frac{g \sin \gamma}{2\omega \sin \varphi} \quad (2.180)$$

$$S = GH - \frac{G}{a(1+i)} \text{th}(1+i)aH. \quad (2.181)$$

Tách phần thực và ảo của (2.181) ta được:

$$S_x = GH - \frac{GD}{2\pi} \cdot \frac{\text{sh}2aH - \sin 2aH}{\text{ch}2aH + \cos 2aH} \quad (2.182)$$

$$S_y = \frac{GD}{2\pi} \cdot \frac{\text{sh}2aH - \sin 2aH}{\text{ch}2aH + \cos 2aH}$$

Đối với biển sâu  $H \gg D$  có:

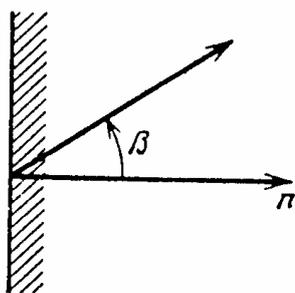
$$S_x = G\left(H - \frac{D}{2\pi}\right) \quad (2.183)$$

$$S_y = \frac{GD}{2\pi}$$

Phần chủ yếu của dòng toàn phần của dòng chảy gradien hướng theo phương vuông góc với độ nghiêng của mặt biển, nó chỉ khác dòng toán phần của dòng địa chuyển ở thành phần  $\frac{GD}{2\pi}$ , mà thành phần này khá nhỏ khi  $H$  lớn hơn so với  $D$ . Thành phần của dòng toàn phần dọc theo độ nghiêng của mặt biển sẽ có giá trị lớn ở gần đáy, nó có giá trị tiến tới  $\frac{GD}{2\pi}$  khi  $\frac{H}{D}$  lớn.

### 2.3.2 Hoàn lưu ven bờ

Dòng chảy trôi thuận tuy mà ta đã xét trước đây về mặt lý thuyết chỉ có ở biển khơi xa bờ. Ở gần bờ thì thường dòng chảy trôi sẽ gây ra sự dâng và rút nước. Đây là hiện tượng rất hấp dẫn cả về lý thuyết lẫn thực tiễn. Trên cơ sở những lý thuyết dòng chảy đã nghiên cứu chúng ta có thể tìm hiểu những nét cơ bản của hoàn lưu ven bờ.



Hình 2.11

Sơ đồ hướng gió và đường bờ

Xét chế độ dòng chảy trong đới bờ với giả thiết đường bờ thẳng kéo dài vô hạn về hai phía. Giả thiết gió tạo với đường bờ một góc  $\beta$  và bờ ở phía bên phải hướng gió (hình 2.11). Với những giả thiết trên thì dòng toàn phần của dòng chảy trôi sẽ có một thành phần hướng vào bờ, do đó gây ra hiện tượng dâng nước hay làm nâng cao mực nước biển ở ven bờ. Dòng chảy gradien có hướng dọc theo bờ. Khi đó sẽ xuất hiện gradien áp lực có hướng vuông góc với bờ và tạo nên

dòng chảy gradien. Dòng chảy gradien có hướng dọc theo bờ về bên phải (khi xét từ bờ ra khơi). Trong lớp dòng chảy gần đáy, nếu theo hình biểu diễn đầu mút véc tơ vận tốc và công thức (2.183) ta thấy nó có thành phần vận tốc vuông góc với đường bờ.

Lúc đầu, khi mặt biển ở đới đáy bờ có độ nghiêng nhỏ so với mặt nằm ngang thì gradien áp lực cũng nhỏ, do đó thành phần pháp tuyến với bờ của dòng toàn phần của dòng chảy trôi  $S_n^i$  sẽ lớn hơn thành phần pháp tuyến với bờ của dòng toàn phần của dòng chảy gradien  $S_n^g$ . Góc nghiêng  $\gamma$  của mặt biển tăng lên liên tục đến một giá trị xác định nào đó thì có sự cân bằng:

$$S_n^i + S_n^g = 0. \quad (2.184)$$

Ta đã biết  $S^i = \frac{U_0 D}{\pi\sqrt{2}}$ , và  $S^i$  là véc tơ vuông góc với hướng gió. Nhưng nếu gió tạo với đường bờ một góc  $\beta$  thì  $S^i$  tạo với pháp tuyến của đường bờ một góc cũng bằng  $\beta$ . Do đó thành phần pháp tuyến với bờ của dòng toàn phần của dòng chảy trôi sẽ bằng:

$$S_n^i = -\frac{U_0 D}{\pi\sqrt{2}} \cos(90 - \beta). \quad (2.185)$$

Thành phần pháp tuyến với bờ của dòng toàn phần của dòng chảy gradien trong trường hợp H tiến tới vô cùng bằng:

$$S_n^g = \frac{D.g.\sin\gamma}{4\pi\omega.\sin\varphi}. \quad (2.186)$$

Thay(2.186), (2.185) vào (2.184) ta có:

$$\frac{U_0 D}{\pi\sqrt{2}} \cos(90^\circ - \beta) + \frac{D.g.\sin\gamma}{4.\pi.\omega\sin\varphi} = 0$$

$$\text{hay} \quad U_0 \sqrt{2} \cos(90^\circ - \beta) = \frac{g.\sin\gamma}{2\omega\sin\varphi}. \quad (2.187)$$

Vế phải của (2.187) theo (2.179) là vận tốc dòng chảy dưới sâu, có hướng vuông góc với gradien hay song song với đường bờ. Giá trị của vận tốc này là không đổi trong toàn bộ lớp nước, chỉ trừ lớp nước của dòng chảy sát đáy. Khi ký hiệu giá trị là  $G$  thì ta có:

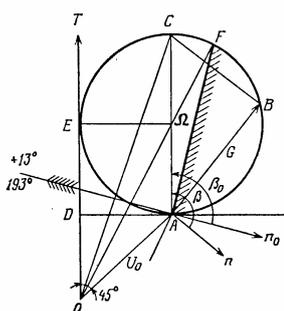
$$G = U_0 \sqrt{2} . \cos(90^\circ - \beta). \quad (2.188)$$

Công thức (2.187) hay (2.188) xác lập mối liên hệ giữa tốc độ dòng chảy trôi trên mặt với tốc độ dòng chảy gradien dưới sâu và góc  $\beta$  giữa phương pháp tuyến của đường bờ với hướng gió. Từ công thức này ta có thể xây dựng được biểu đồ véc tơ của dòng chảy gần bờ với hướng gió xác định.

Tốc độ dòng chảy thực trên mặt là tổng hình học của 2 véc tơ dòng chảy gradien  $G$  và dòng chảy trôi  $U_0$  do gió gây ra.

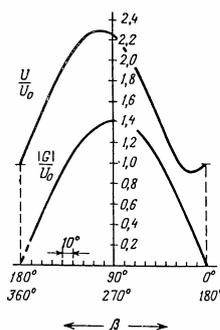
Trên sơ đồ:  $OA$  biểu thị véc tơ  $U_0$  và  $U_0$  tạo thành một góc  $45^\circ$  với hướng gió là trục  $OT$ .  $AB$  hợp thành với trục  $OT$  hay  $AC$  một góc  $\alpha = 90^\circ - \beta$  trùng hướng với  $G$ , giá trị của  $AB$  bằng  $G$  và theo (2.188) thì  $|AB| = U_0 \sqrt{2} \cos(90^\circ - \beta)$ , là dây cung của đường tròn có đường kính  $AC = U_0 \sqrt{2}$ . Khi  $\beta$  hay  $\alpha$  thay đổi thì điểm cuối của vectơ  $AB$  trượt trên đĩa tròn. Như vậy  $OB$  biểu thị hướng và giá trị tốc độ của dòng chảy thực trên mặt biển.

Do đó có thể xác định được hướng và tốc độ của dòng chảy mặt với hướng gió bất kỳ. Trước hết xây dựng véc tơ  $AB$  theo hướng và giá trị (với tỷ lệ cho trước) của tốc độ dòng chảy trôi thuần túy, mà tốc độ đó có thể tính toán được từ các hàm thực nghiệm theo tương quan giữa tốc độ gió và tốc độ dòng chảy. Sau đó xây dựng vòng tròn có đường kính  $AC = OA \sqrt{2}$ , vòng tròn này có tiếp tuyến  $OT$  là hướng gió. Nếu biết góc giữa hướng gió và hướng của đường bờ thì có thể dễ dàng tìm được cát tuyến  $AB$  song song với đường bờ, tức là xây dựng được góc  $BAC = (90^\circ - \beta)$ . Véc tơ  $OB$  là véc tơ biểu thị hướng và giá trị thực của vận tốc dòng chảy mặt.



Hình 2.12

Sơ đồ xác định tốc độ dòng chảy tại mặt biển



Hình 2.13

Trên hình 2.13 các đường cong biểu diễn các giá trị của tỷ số  $\frac{U}{U_0}$  của dòng chảy được xác định với các giá trị khác nhau của  $\alpha$ . Dấu (+) ứng với hướng gió từ biển vào bờ: nước dâng, dấu (-) ứng với hướng gió từ bờ ra biển: nước rút.

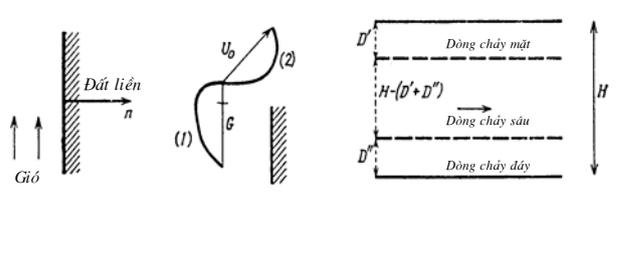
Đường cong  $\frac{U}{U_0}$  biểu thị sự thay đổi của tốc độ dòng chảy mặt khi  $\alpha$  thay đổi, xem tốc độ dòng chảy trôi tại mặt là đơn vị. Tốc độ dòng chảy trên mặt lớn nhất khi gió hợp với bờ một góc là  $13^\circ$  ( $\beta = 103^\circ$  và  $283^\circ$ ) và  $\frac{U}{U_0} = 2,3$ , và nhỏ nhất khi  $\alpha = 77^\circ$  và  $\frac{U}{U_0} = 0,9$ .

Đường cong  $\frac{G}{U_0}$  biểu thị sự thay đổi của tốc độ dòng chảy dưới sâu khi  $\alpha$  thay đổi. Ta biết rằng tốc độ  $G$  lớn nhất khi độ nghiêng của mặt biển là lớn nhất, tương ứng với trường hợp hướng gió song song với đường bờ. Tốc độ cực đại của dòng chảy sâu lớn hơn tốc độ dòng chảy trôi tại mặt là  $\sqrt{2}$  lần:

$$G_{\max} = U_0 \sqrt{2} \quad \text{khi } \alpha = 0^\circ.$$

+ Cấu trúc thẳng đứng của hệ dòng chảy.

Giả thiết biển có độ sâu lớn, ta xét sự phân bố của dòng chảy trôi và dòng chảy gradien tại các độ sâu khác nhau, có thể chia thành 3 lớp (hình 2.14).



**Hình 2.14**

Sơ đồ cấu trúc dòng chảy theo phương thẳng đứng

1. Lớp ma sát nội sát đáy có chiều dày  $D'$ :

- Dòng chảy trôi có giá trị nhỏ có thể bỏ qua.
- Dòng chảy gradien có hướng và tốc độ thay đổi từ 0 đến  $G$  theo xoắn ốc I.

2. Lớp nước dưới sâu có chiều dày  $H - (D + D')$  với  $H$  là độ sâu,  $D$  là độ dày lớp ma sát mặt, thì có:

- Dòng chảy trôi nhỏ có thể bỏ qua.
- Dòng chảy gradien có tốc độ  $G = \frac{g \cdot \sin \gamma}{2\omega \sin \varphi}$  và hướng song song với bờ. Ta gọi là dòng chảy dưới sâu.

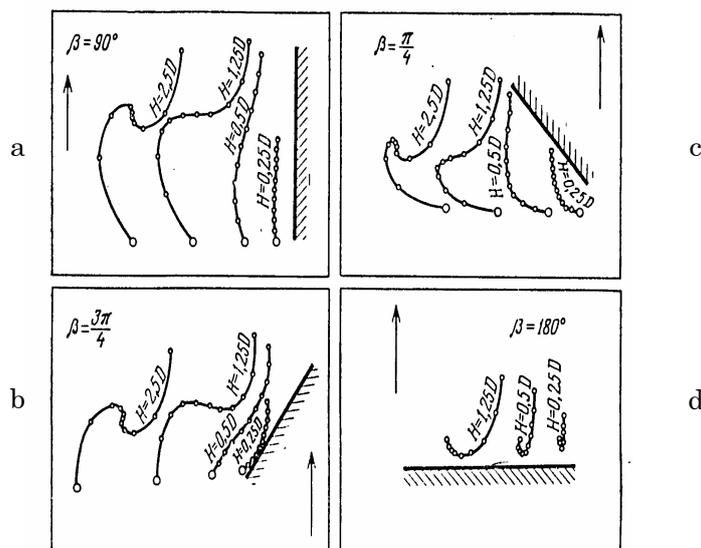
3. Lớp mặt có chiều dày  $D$ . tại đó có:

- Dòng chảy trôi phù hợp với xoắn ốc Ecmán, giá trị tại mặt bằng  $U_0$ .
- Dòng chảy gradien có tốc độ  $G$ .

Ta thấy lớp dòng chảy sâu - lớp trung gian - sẽ giảm khi độ sâu của biển giảm, lớp này biến mất khi  $H \leq D + D'$ .

Hình 2.15 là sơ đồ phân bố của tốc độ dòng chảy theo phương thẳng đứng đối với hướng gió và độ sâu khác nhau.

Trên hình 2.15a là trường hợp gió dâng nước có hướng song song với bờ. Về phân bố của vận tốc đối với 4 trường hợp:  $H = 2,5D$ ;  $1,25D$ ;  $0,5D$  và  $0,25D$ . Các điểm trên đường cong tương ứng với các tầng sâu  $\frac{H}{10}$ ;  $\frac{2H}{10}$ . Nếu biển có độ sâu nhỏ thì khối nước chảy song song với bờ. Hướng của dòng chảy mặt không lệch lớn hơn  $20^\circ$  so với hướng đường bờ, còn trong những trường hợp khác thì lệch về phía phải hướng gió.



Hình 2.15

Sơ đồ cấu trúc dòng chảy ven bờ

Trên hình 2.15b: Trong tất cả 4 trường hợp dòng chảy mặt đều có hướng song song với đường bờ, tức là tạo với đường bờ một góc từ  $10^\circ$  đến  $20^\circ$  và lệch về bên phải hướng gió một góc  $20$  đến  $40^\circ$ .

Trên hình 2.15c, ứng với  $\beta = 45^\circ$ . Dòng chảy mặt hướng theo hướng gió nếu  $H \geq 1,25D$  và lệch về phía trái hướng gió nếu  $H \leq 0,5D$ , góc lệch gần bằng  $20^\circ$ .

Trên hình 2.15d, ứng với  $\beta = 180^\circ$ . Dòng chảy mặt thực tế hướng theo hướng gió khi  $H \leq 0,5D$  và lệch về bên phải hướng gió khi  $H \geq 1,25D$ , góc lệch đến  $45^\circ$ .

## 2.4 Lý thuyết dòng toàn phần

### 2.4.1 Một số nhận xét chung

Kết quả quan trắc cho thấy rằng trong Đại dương Thế giới có các dòng chảy lạnh hướng từ các cực đến xích đạo dọc theo bờ phía tây của các đại lục. Các dòng chảy lạnh đó dần dần được đốt nóng lại hướng từ phía đông sang phía tây dọc theo xích đạo. Các dòng chảy nóng dọc theo xích đạo về các cực dọc theo bờ phía đông của các đại lục.

Phân bố các dòng chảy nóng và lạnh như vậy là do tác dụng của sự phân bố bức xạ mặt trời và ảnh hưởng của sự quay Trái Đất đến các khối nước quyết định.

Việc xác định các biến đổi vận tốc sẽ phức tạp thêm nhiều do hiện tượng ma sát và trao đổi động lượng theo phương ngang. Tuy nhiên, ảnh hưởng của các hiện tượng đó có thể xem là nhỏ và có thể tìm được dạng biểu diễn của chúng thích hợp cho đại dương. Điều đó có thể làm đơn giản hoá đáng kể bài toán về hoàn lưu đại dương.

Thiếu sót của phương pháp động lực là không xét đến quá trình trao đổi rối động lượng theo cả phương thẳng đứng và nằm ngang, tức là đã bỏ qua ma sát trong và sự tác động của gió trên mặt biển... (chỉ xét đến sự cân bằng của gradien áp lực và lực Koriolis). Hơn nữa, muốn tính được vận tốc dòng chảy thì phải xác định được mặt không động lực mà việc xác định mặt không động lực trong thực tế là rất khó khăn.

Lý thuyết của Ecmán dựa trên giả thiết nước biển đồng nhất về mật độ, xem biển là rộng vô hạn, không xét đến trao đổi động lượng theo phương ngang. Vì biển rộng vô hạn nên không xét đến ảnh hưởng của đường bờ đối với chế độ dòng chảy.

Vào năm 1946, trên cơ sở lý thuyết của Ecmán, Stocman đã phát triển và khắc phục một số hạn chế của lý thuyết đó. Ông đã đưa ra phương pháp dòng toàn phần để tính toán dòng chảy biển, thực hiện tính dòng chảy trong toàn khối nước từ mặt đến độ sâu không có chuyển động. Sau đó các công trình về lý thuyết dòng toàn phần của dòng chảy đại dương được chia thành hai hướng:

*Theo hướng Stocman và các cộng sự:* Công nhận vai trò của ma sát rối ngang trong việc thành tạo hệ thống dòng chảy đại dương. Tìm ra công thức quan trọng liên hệ giữa ứng lực tiếp tuyến gió với hàm dòng toàn phần.

*Theo hướng của Sverdrup, Stommel...:* Dựa trên cơ sở giả thiết về xa bờ thì các đặc trưng dòng chảy phụ thuộc vào hiệu ứng  $-\beta$  và có thể bỏ qua hiệu ứng trao đổi rối bên và tìm ra hệ thức liên hệ giữa hàm dòng toàn phần, hiệu ứng  $-\beta$  và xoáy của lực tiếp tuyến gió. Theo hướng này người ta đã giải thích được nguyên nhân của hiện tượng cường hoá dòng chảy ở bờ phía tây các đại dương là do sự thay đổi thông số Koriolis theo vĩ độ.

Thực chất của phương pháp dòng toàn phần là thay cho việc nghiên cứu chi tiết chuyển động của nước trong đại dương, chúng ta chỉ chú ý đến đáng điệu của các thành phần vận tốc đã được lấy tích phân theo độ sâu. Trong trường hợp đó bức tranh trung bình của vận tốc dòng chảy thu được lại phù hợp khá tốt với dòng chảy mặt của Đại dương Thế giới. Khi đó đóng góp của

các dòng chảy sâu vào giá trị vận tốc tích phân là nhỏ hay đáng kể của dòng chảy dưới sâu cũng giống như dòng chảy trên mặt.

Như vậy mô hình dòng toàn phần chỉ có thể giải thích được một số vấn đề của động lực dòng chảy biển, mô hình này không thuận lợi để nghiên cứu động lực học dòng chảy của đại dương baroklin, vì hoàn lưu phân tích thu được sẽ khác biệt nhiều so với dòng chảy trên mặt.

## 2.4.2 Lý thuyết dòng toàn phần ổn định trong biển không đồng nhất của Stocman

Xét chuyển động ổn định do gió gây nên trong đại dương. Trong hệ phương trình chuyển động của chất lỏng bất đồng nhất, Stocman đã bỏ qua thành phần vận tốc theo phương thẳng đứng và các thành phần quán tính phi tuyến. Chất lỏng được xem như chuyển động ổn định dưới tác dụng cân bằng của gradien áp lực Koriolis và trao đổi rối động lượng theo phương thẳng đứng và nằm ngang.

Hệ phương trình chuyển động:

$$\begin{aligned} A_l \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( A_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) + 2\rho \omega \sin \varphi \cdot v &= \frac{\partial P}{\partial x} \\ A_l \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( A_z \frac{\partial v}{\partial z} \right) - 2\rho \omega \sin \varphi \cdot u &= \frac{\partial P}{\partial y} \end{aligned} \quad (2.189)$$

- Phương trình tĩnh học

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -g\rho. \quad (2.190)$$

- Phương trình liên tục:

$$\frac{\partial(u \cdot \rho)}{\partial x} + \frac{\partial(v \cdot \rho)}{\partial y} = 0. \quad (2.191)$$

Các điều kiện biên:

- Trên mặt biển:

$$\text{Khi } z = \zeta \quad A_z \frac{\partial u}{\partial z} = -\tau_x; A_z \frac{\partial v}{\partial z} = -\tau_y \quad (2.192)$$

$$P = P_a. \quad (2.193)$$

- Ở đáy biển

$$\text{Khi } z = H \quad A_z \frac{\partial u}{\partial z} = A_z \frac{\partial v}{\partial z} = 0. \quad (2.194)$$

Ở đây:  $u, v, \rho, P, A_z, A_c, \tau_x, \tau_y, A_z, A_c, P_a$  là những ký hiệu đã biết;  $\zeta$  là độ hạ thấp mặt biển;  $A_l$  thường lớn hơn bậc của  $A_z$  đến  $10^6$  lần. Hệ trục tọa độ đặt như sau:  $Ox$  hướng về phía đông,  $Oy$  hướng về phía bắc,  $Oz$  hướng thẳng xuống dưới.

Hệ (2.189) là hệ phương trình vi phân phức tạp. Stocman đã khắc phục bằng cách lấy tích phân cả hai phương trình từ mặt biển đến độ sâu  $H$  ( $H$  là độ sâu không có dòng chảy) thì nhận được sự vận chuyển nước theo phương ngang, ông đã đưa ra khái niệm dòng chảy toàn phần có các thành phần:  $S_x, S_y$  như sau:

$$S_x = \int_{\zeta}^H u dz; \quad S_y = \int_{\zeta}^H v dz. \quad (2.195)$$

Từ (2.189) lấy đạo hàm phương trình thứ nhất theo  $y$  và phương trình thứ hai theo  $x$ , sau đó trừ đi nhau thì được:

$$A_l \left( \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} - \frac{\partial^3 v}{\partial y^2 \partial x} - \frac{\partial^3 v}{\partial x^3} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\partial}{\partial z} \left( A_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial}{\partial z} \left( A_z \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] = 0 \quad (2.196)$$

Lấy tích phân phương trình (2.196) từ  $\zeta$  đến  $H$ . Trong điều kiện của biên thì ta có gần đúng:

$$\int_{\zeta}^H \frac{\partial^n}{\partial y^n} [F(x, y, z)] dz \approx \frac{\partial^n}{\partial y^n} \int_{\zeta}^H F(x, y, z) dz$$

$$\int_{\zeta}^H \frac{\partial^n}{\partial x^n} [F(x, y, z)] dz \approx \frac{\partial^n}{\partial x^n} \int_{\zeta}^H F(x, y, z) dz.$$

Kết quả ta có:

$$A_l \left( \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial y} \int_{\zeta}^H u dz + \frac{\partial^3}{\partial y^3} \int_{\zeta}^H u dz - \frac{\partial^3}{\partial y^2 \partial x} \int_{\zeta}^H v dz - \frac{\partial^3}{\partial x^3} \int_{\zeta}^H v dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{\zeta}^H \frac{\partial}{\partial z} \left( A_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) dz - \frac{\partial}{\partial x} \int_{\zeta}^H \frac{\partial}{\partial z} \left( A_z \frac{\partial v}{\partial z} \right) dz \right) = 0$$

hay

$$A_l \left( \frac{\partial^3 S_x}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^3 S_x}{\partial y^3} - \frac{\partial^3 S_y}{\partial y^2 \partial x} - \frac{\partial^3 S_y}{\partial x^3} \right) + \frac{\partial \tau_x}{\partial y} - \frac{\partial \tau_y}{\partial x} = 0. \quad (2.197)$$

Do  $\rho$  ít thay đổi theo độ sâu nên khi lấy tích phân phương trình liên tục (2.191) có thể xem  $\rho \approx \text{const}$  và thay bằng trị số trung bình  $\bar{\rho}$ , ta có:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\bar{\rho}S_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\bar{\rho}S_y) = 0. \quad (2.198)$$

Ta đưa khái niệm hàm dòng toàn phần  $\psi$ , nó liên hệ với thành phần của dòng toàn phần bằng hệ thức:

$$S_x = -\bar{\alpha} \frac{\partial \psi}{\partial y}; \quad S_y = \bar{\alpha} \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (2.199)$$

trong đó  $\bar{\alpha} = \frac{1}{\bar{\rho}}$  là thể tích riêng trung bình của nước biển. Biểu thức (2.199) hoàn toàn thoả mãn phương trình liên tục (2.198). Khi đặt (2.199) vào (2.197) và bỏ qua các thành phần chứa đạo hàm của  $\bar{\alpha}$  trung bình, vì các thành phần đó rất nhỏ, thì ta thu được phương trình gần đúng mô tả trường dòng toàn phần liên hệ với trường mật độ  $\rho$  và ứng suất của tiếp tuyến gió:

$$\frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \psi}{\partial y^4} = -\frac{\bar{\rho}}{A_l} \text{rot}_z \tau \quad (2.200)$$

trong đó 
$$\text{rot}_z \tau = \frac{\partial \tau_y}{\partial x} - \frac{\partial \tau_x}{\partial y}$$

hay dưới dạng khác:

$$\Delta^2 \psi = -\frac{\bar{\rho}}{A_l} \text{rot}_z \tau$$

trong đó 
$$\Delta^2 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}.$$

Biểu thức (2.200) có dạng tương tự như phương trình uốn cong của bản mỏng dưới tác dụng của ngoại lực  $\text{rot}_z \tau$ . Phương trình đó cho ta thấy rằng hàm dòng toàn phần không phụ thuộc vào hiệu ứng quay của Quả Đất khi tính đến hiệu ứng trao đổi rối ngang.

Điều kiện biên của phương trình (2.200): Thành phần của dòng toàn phần theo phương vuông góc với biên bằng không:

$$\left. \frac{\partial \psi}{\partial L} \right|_n = S_n = 0 \quad (2.201)$$

hay 
$$\psi|_n = \text{const} \quad (2.202)$$

trong đó:  $n$  là phương pháp tuyến với đường bờ.

Việc giải phương trình (2.200) với điều kiện biên (2.202) tương tự như việc giải phương trình dao động của bản mỏng.

Giải bài toán cho trường hợp biên có dạng chữ nhật

Biên hình chữ nhật có chiều rộng  $l$  và chiều dài  $L$ . Trong biên dạng chữ nhật thì thành phần thứ hai trong vế trái của (2.200) có giá trị nhỏ so với các thành phần khác, do đó ta có thể bỏ qua thành phần này. Khi đó (2.200) có dạng mới là:

$$\frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 \psi}{\partial y^4} = -\frac{\bar{\rho}}{A_\ell} \text{rot}_Z \tau. \quad (2.203)$$

Các điều kiện biên:

$$\begin{aligned} \psi|_{x=0,L} = \psi|_{y=0,L} = 0 \\ \frac{\partial \psi}{\partial x}|_{x=0,L} = \frac{\partial \psi}{\partial y}|_{y=0,L} = 0 \end{aligned} \quad (2.204)$$

Nếu đặt  $-\frac{\bar{\rho}}{A_\ell} \text{rot}_Z \tau = F(x, y)$  ta có

$$\frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 \psi}{\partial y^4} = F(x, y). \quad (2.205)$$

Phương trình (2.205) với điều kiện (2.204) tương tự như phương trình biên dạng của bản mỏng hình chữ nhật bị gắn chặt ở biên dưới tác dụng của một lực không đổi. Ứng dụng phương pháp phân ly biến số, ta có:

$$\frac{\partial^4 \psi}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 \psi}{\partial y^4} = \lambda \psi \quad (2.206)$$

trong đó  $\lambda$  là hằng số. Nếu có  $\psi = X(x) \cdot Y(y)$  thì từ (2.206) ta nhận được hai phương trình vi phân thường:

$$\begin{aligned} X^{IV} - \alpha^4 X = 0 \\ Y^{IV} - \beta^4 Y = 0 \end{aligned} \quad (2.207)$$

trong đó  $\alpha^4 + \beta^4 = \lambda$

Nghiệm của (2.207) phải thoả mãn các điều kiện biên (2.204) tức là có:

$$\begin{aligned} X_{0,L} = 0; X'_{0,L} = 0; \\ Y_{0,l} = 0; Y'_{0,l} = 0. \end{aligned} \quad (2.208)$$

Nghiệm tổng quát của (2.207) có dạng:

$$X = A.\sin\alpha x + B.\cos\alpha x + C.\operatorname{sh}\alpha x + D.\operatorname{ch}\alpha x$$

$$Y = A_1.\sin\beta y + B_1.\cos\beta y + C_1.\operatorname{sh}\beta y + D_1.\operatorname{ch}\beta y. \quad (2.209)$$

Nghiệm này thoả mãn (2.208). Ta cũng nhận được các phương trình siêu việt để xác định các giá trị riêng  $\alpha$  và  $\beta$ :

$$\operatorname{Ch} \alpha L. \cos\alpha L = 1$$

$$\operatorname{Ch} \beta l. \cos\beta l = 1. \quad (2.210)$$

Có thể biểu diễn nghiệm của (2.210) dưới dạng:

$$\begin{aligned} L.\alpha_n &= \frac{(2n+1)}{2} \pi + (-1)^{n+1} \cdot \gamma_n \\ l.\beta_m &= \frac{(2m+1)}{2} \pi + (-1)^{m+1} \cdot \mu_m \end{aligned} \quad (2.211)$$

trong đó:  $0 < \gamma_n < \frac{\pi}{2}$ ;  $0 < \mu_m < \frac{\pi}{2}$ ;  $n, m = 1, 2, 3 \dots$

Tính toán cho thấy khi  $n, m$  càng tăng và  $\gamma_n, \mu_m$  càng giảm nhanh thì thành phần thứ hai trong vế phải của (2.211) càng nhỏ, thực tế cho thấy với  $m, n > 3$  thì gần đúng có:

$$\begin{aligned} L.\alpha_n &= \frac{(2n+1)}{2} \pi \\ l.\beta_m &= \frac{(2m+1)}{2} \pi. \end{aligned} \quad (2.212)$$

Trong khoảng  $(0, \frac{\pi}{2})$  hệ thức (2.210) vô nghiệm. Các hàm cơ bản của bài toán có dạng:

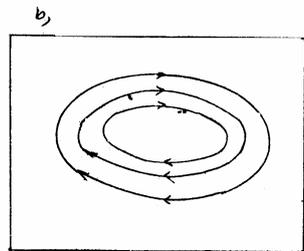
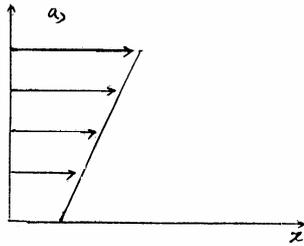
$$\begin{aligned} X_n &= (\sin \alpha_n x - \operatorname{sh} \alpha_n x)(\cos \alpha_n L - \operatorname{ch} \alpha_n L) - \\ &\quad (\cos \alpha_n x - \operatorname{ch} \alpha_n x)(\sin \alpha_n L - \operatorname{sh} \alpha_n L) \\ Y_m &= (\sin \beta_m y - \operatorname{sh} \beta_m y)(\cos \beta_m l - \operatorname{ch} \beta_m l) - \\ &\quad (\cos \beta_m y - \operatorname{ch} \beta_m y)(\sin \beta_m l - \operatorname{sh} \beta_m l) \end{aligned} \quad (2.213)$$

Nghiệm tổng quát của bài toán tìm được dưới dạng chuỗi:

$$\psi = \sum_{m,n} \frac{A_{m,n}}{\alpha_n^4 + \beta_m^4} X(\alpha_n \cdot x) \cdot Y(\beta_m \cdot y) \quad (2.214)$$

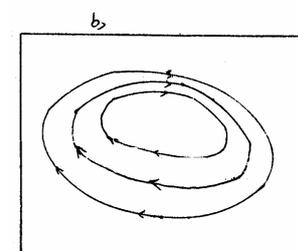
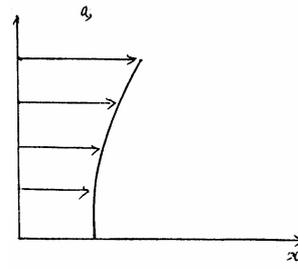
trong đó 
$$A_{m,n} = \frac{\int_0^L \int_0^1 F(\zeta, \eta) \cdot X(\alpha_n, \zeta) \cdot Y(\beta_m, \eta) d\zeta d\eta}{\int_0^L \int_0^1 [X(\alpha_n, \zeta) \cdot Y(\beta_m, \eta)]^2 d\zeta d\eta}.$$

Giải bài toán cho 2 trường gió khác nhau: Kết quả được biểu diễn trên các hình vẽ



**Hình 2.16**

Sơ đồ phân bố trường gió (a) và hàm dòng (b)



**Hình 2.17**

Sơ đồ phân bố trường gió (a) và hàm dòng (b)

Hình 2.16a: phân bố trường gió có dạng:

$$\tau_x = \tau_0 + ay$$

$$\tau_y = 0$$

Hình 2.16.b phân bố hàm dòng

Ta thấy hàm dòng có dạng đối xứng qua tâm.

Hình 2.17.a phân bố trường gió có dạng

$$\tau_x = \tau_0 + ay^2$$

$$\tau_y = 0$$

Hình 2.17.b Phân bố hàm dòng.

Đường dòng dày xít vào một phía

### 2.4.3 Lý thuyết của Sverdrup

Năm 1947, Sverdrup đã ứng dụng phương pháp dòng toàn phần để nghiên cứu dòng chảy đại dương, xem chuyển động là ổn định, không xét đến các thành phần quán tính phi tuyến và hiệu ứng trao đổi rối ngang trong hệ phương trình chuyển động.

Phương trình chuyển động :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \left( A_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) + f \cdot \rho \cdot v &= \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial z} \left( A_z \frac{\partial v}{\partial z} \right) - f \cdot \rho \cdot u &= \frac{\partial P}{\partial y}. \end{aligned} \quad (2.215)$$

Phương trình tĩnh học

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -g\rho. \quad (2.216)$$

Phương trình liên tục:

$$\frac{\partial(u\rho)}{\partial x} + \frac{\partial(v\rho)}{\partial y} = 0. \quad (2.217)$$

Gốc tọa độ đặt tại mặt biển: Trục Ox hướng về phía đông, Oy lên phía bắc; Oz hướng thẳng lên trên.

Các điều kiện biên:

- Tại mặt biển

$$z = 0: A_z \frac{\partial u}{\partial z} = \tau_x; \quad A_z \frac{\partial v}{\partial z} = \tau_y; \quad (2.218)$$

Tại độ sâu:

$$z = -d: A_z \frac{\partial u}{\partial z} = 0; \quad A_z \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (2.219)$$

với -d là độ sâu của lớp baroclin, tại đó mặt đẳng áp nằm ngang.

Ký hiệu các thành phần của dòng toàn phần có dạng:

$$S_x = \int_{-d}^0 \rho \cdot u \cdot dz; \quad S_y = \int_{-d}^0 \rho \cdot v \cdot dz.$$

Khi lấy tích phân (2.215) theo z từ -d đến 0 ta có:

$$\begin{aligned}\tau_x + f.S_y &= \frac{\partial P}{\partial x} \\ \tau_y - f.S_x &= \frac{\partial P}{\partial y}\end{aligned}\quad (2.220)$$

hay dưới dạng khác:

$$\begin{aligned}S_y &= \frac{1}{f} \left( \frac{\partial P}{\partial x} - \tau_x \right) \\ S_x &= \frac{1}{f} \left( \frac{\partial P}{\partial y} - \tau_y \right)\end{aligned}\quad (2.221)$$

trong đó : 
$$P = \int_{-d}^0 P dz.$$

Từ (2.221) ta thấy dòng toàn phần trong biển baroclin bao gồm 2 thành phần: Thành phần do dòng gradien gây nên và thành phần do dòng trôi gây nên.

Phương trình liên tục được viết dưới dạng tích phân như sau:

$$\frac{\partial S_x}{\partial x} + \frac{\partial S_y}{\partial y} = 0. \quad (2.222)$$

Lấy vi phân phương trình thứ nhất của (2.220) theo y và phương trình thứ hai theo x sau đó trừ các kết quả cho nhau ta có:

$$\text{rot}_z \tau = \frac{\partial f}{\partial y} S_y \quad (2.223)$$

hay 
$$\beta S_y = \text{rot}_z \tau.$$

Từ (2.223) cho thấy thành phần của dòng toàn phần theo phương kinh tuyến tỷ lệ thuận với xoáy của ứng suất tiếp tuyến gió.

Ở đây 
$$\beta = \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial(2\omega \cdot \sin \varphi)}{\partial y} = 2\omega \cdot \cos \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial y}$$

ta đã có  $dy = R d\varphi$ , R là bán kính Trái Đất,  $\varphi$  là vĩ độ địa lý.

do đó 
$$\beta = \frac{2\omega \cdot \cos \varphi}{R}.$$

Ta có thể viết lại (2.223) dưới dạng khác:

$$S_y = R \frac{\text{rot}_z \tau}{2\omega \cdot \cos \varphi}. \quad (2.224)$$

Khi thay (2.224) vào phương trình thứ nhất của (2.220) ta thu được:

$$R \cdot \text{tg}\varphi \cdot \text{rot}_z \tau + \tau_x = \frac{\partial P}{\partial x}. \quad (2.225)$$

Theo (2.225) thì  $P$  là hàm của ứng suất tiếp tuyến gió  $\tau_x, \tau_y$ .  $T$  cũng dễ dàng tìm được  $S_x, S_y$  làm hàm  $\tau_x, \tau_y$ , mà trường gió có thể nhận được từ tài liệu quan trắc.

#### 2.4.4 Lý thuyết tổng quát của Mank

Vào năm 1950, Mank đã nghiên cứu hoàn lưu đại dương khi tính đến ma sát bên, gió thống kê và sự trao đổi khối lượng, sự biến đổi của  $f$  theo vĩ độ (mặt phẳng  $-\beta$ ). Ông xem đại dương là không đồng nhất và sử dụng hàm  $P$  của Sverdrup, giả thiết ma sát đáy hay ma sát ở lớp tính toán là rất nhỏ, có thể bỏ qua.

Giả thiết hướng trục  $Ox$  về phía đông,  $Oy$  lên phía bắc,  $Oz$  hướng lên trên, nếu bỏ qua các thành phần gia tốc phi tuyến thì hệ phương trình chuyển động có dạng:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial x} - f \cdot \rho \cdot v &= -A_l \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - A_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \\ \frac{\partial P}{\partial y} + f \cdot \rho \cdot u &= -A_l \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - A_z \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (2.226)$$

trong đó  $f = 2\omega \sin\varphi$ ;  $A_l, A_z$  không đổi.

- Phương trình liên tục:

$$\frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} = 0. \quad (2.227)$$

Giả thiết ở độ sâu nào đó  $\text{grad}P = 0$ , tức là mặt đẳng áp nằm ngang, ta lấy độ sâu đó là  $-d$ , có:

$$P = \int_{-d}^{\zeta} p dz; \quad S_x = \int_{-d}^{\zeta} \rho u dz; \quad S_y = \int_{-d}^{\zeta} \rho v dz;$$

Khi lấy vi phân hàm  $P$  ta có:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \int_{-d}^{\zeta} \frac{\partial p}{\partial x} dz + \frac{\partial \zeta}{\partial x} p(\zeta).$$

Thành phần thứ hai trong vế phải của hệ thức trên nhỏ, có thể bỏ qua, tương tự có:

$g(\delta\rho)_0 h_0.$	$z.$	$S''_n$	$S'$	$S''$			
$D''$		$D''$		$D''$		$D''$	
$m', n', \beta', \alpha'$			$m', n', \beta', \alpha'$		$m', n', \beta', \alpha'$		
$\zeta'$	$\zeta'$	$\zeta'$	$\zeta'$	$\zeta'$	$\zeta'$	$\zeta'$	$\zeta'$
	$\zeta'$	$\zeta'$		$\zeta'$		$\zeta'$	
$\beta'$	$\alpha'$		$m'$	$\zeta'$		$\zeta'$	$\zeta'$
	$\zeta'$	$\zeta'$					
$\zeta'$	$\zeta'$	$\zeta'$	$\zeta'$	$\zeta'$	$\zeta'$	$\zeta'$	$\zeta'$
	$\zeta'$		$\zeta'$		$\zeta'$		$\zeta'$
$\zeta'$	$\zeta'$	$\zeta'$	$\zeta'$	$\zeta'$	$\zeta'$	$\zeta'$	$\zeta'$
	$\zeta'$	$\zeta'$		$\zeta'$		$\zeta'$	

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \int_{-d}^{\zeta} \frac{\partial p}{\partial y} dz.$$

Các điều kiện biên:

Tại mặt biên:  $z = \zeta$

$$A_z \frac{\partial u}{\partial z} = \tau_x; \quad A_z \frac{\partial v}{\partial z} = \tau_y. \quad (2.228)$$

Tại độ sâu  $z = -d$

$$A_z \frac{\partial u}{\partial z} = 0; \quad A_z \frac{\partial v}{\partial z} = 0. \quad (2.228')$$

Khi lấy tích phân phương trình (2.226) từ  $z = -d$  đến  $z = \zeta$  có xét đến các điều kiện trên ta có:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial x} - f.S_y - v \left( \frac{\partial^2 S_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S_x}{\partial y^2} \right) - \tau_x &= 0 \\ \frac{\partial P}{\partial y} + f.S_x - v \left( \frac{\partial^2 S_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S_y}{\partial y^2} \right) - \tau_y &= 0 \end{aligned} \quad (2.229)$$

trong đó  $v = \overline{A_1}$  trong lớp  $(-d, \zeta)$ .

Vi phân chéo (2.229) rồi trừ đi nhau có sử dụng (2.228) ta có:

$$v\Delta^2\psi - \beta \frac{\partial\psi}{\partial x} = -\text{rot}_z\tau \quad (2.230)$$

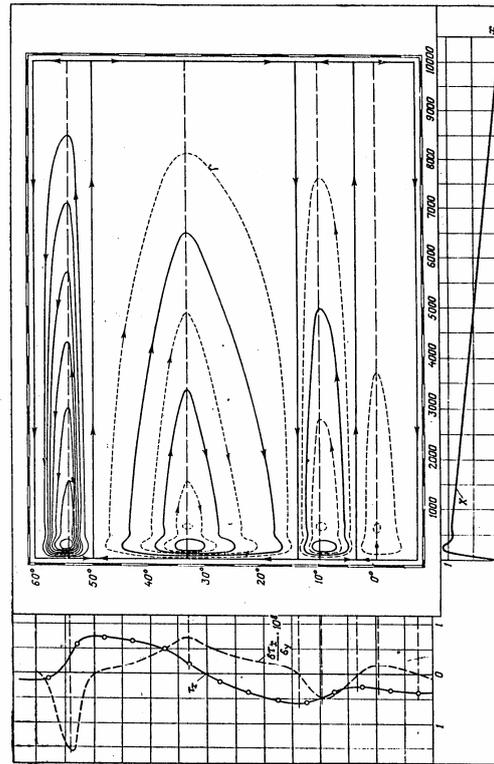
trong đó

$$\begin{aligned} \Delta^2 &= \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4}{\partial x^2\partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \\ S_x &= -\frac{\partial\psi}{\partial y}; \quad S_y = -\frac{\partial\psi}{\partial x}. \end{aligned}$$

Phương trình (2.230) là phương trình xoáy động, nếu không xét đến hiệu ứng  $-\beta$  thì ta nhận được phương trình cơ bản của Stocman, còn nếu không xét đến ma sát bên thì nhận được phương trình cơ bản của Sverdrup:

$$\beta \frac{\partial\psi}{\partial x} = \text{rot}_z\tau$$

Trong thực tế biểu thức này chỉ thích hợp cho vùng trung tâm và vùng phía đông của các đại dương.



**Hình 2.18**

Sơ đồ phân bố đường gió theo đởi và hàm dòng

Điều kiện biên:

$$\psi = 0; \quad \frac{\partial \psi}{\partial n} = 0 \quad (2.231)$$

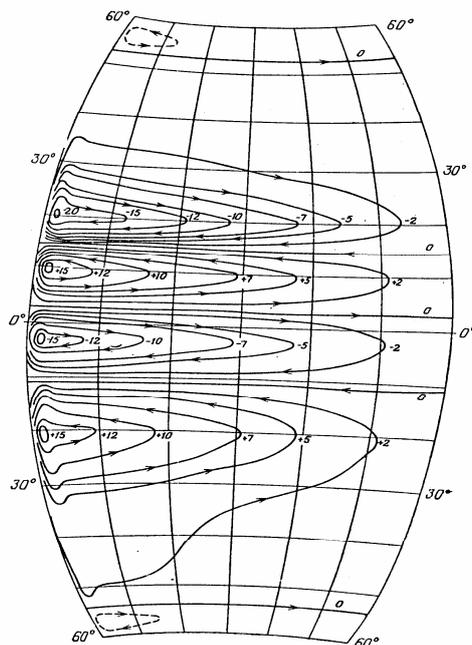


Рис. 92.

**Hình 2.19**

Sơ đồ phân bố hàm dòng với trường gió thực trong đó  $n$  là pháp tuyến với biên.

Nghĩa là, biên đại dương là đường dọc, điều kiện thứ hai không có hiện tượng trượt ở bờ phía tây của đại dương dạng chữ nhật, do đó có

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = S_y = 0. \quad (2.232)$$

Mank đã giải bài toán với các trường gió khác nhau:

- Theo vĩ tuyến
- Theo kinh tuyến
- Gió tổng hợp.

Cho trường hợp biển có dạng chữ nhật. Kết quả thu được bức tranh hoàn lưu tầng mặt tương đối giống với thực tế. (hình 2.18, 2.19).

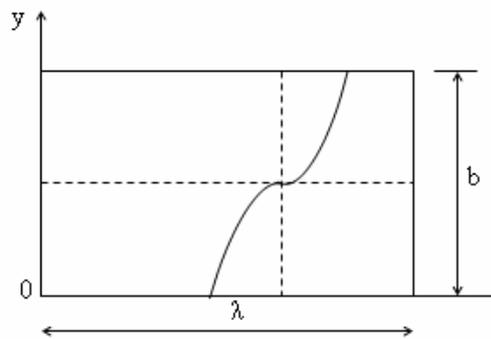
## 2.5 Sự cường hoá dòng chảy ở bờ tây các đại dương - lý thuyết của Stommel

Năm 1948, Stommel đã tìm ra nguyên nhân cường hoá dòng chảy ở bờ tây các đại dương là do sự thay đổi của tham số Koriolis theo vĩ độ dựa vào phương pháp dòng toàn phần.

Stommel đã mô hình hoá biển có dạng chữ nhật: chiều dài là  $a$ , chiều rộng là  $b$  như hình 2.20. Nước biển đồng nhất về mật độ. Độ sâu của biển khi chưa có chuyển động là  $H = \text{const}$ , khi có chuyển động thì độ sâu là  $H + \zeta$ , ( $H \gg \zeta$ ), với  $\zeta$  là độ nâng cao của mực biển. Xét chế độ ổn định và bỏ qua các số hạng phi tuyến, trao đổi rối ngang thì hệ phương trình chuyển động có dạng:

$$\begin{aligned} A_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + 2\omega \sin \varphi \cdot v - g \frac{\partial \zeta}{\partial x} &= 0 \\ A_z \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - 2\omega \sin \varphi \cdot u - g \frac{\partial \zeta}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \quad (2.233)$$

Góc toạ độ đặt tại mặt biển: Trục  $Ox$  hướng về phía đông,  $Oy$  lên phía bắc,  $Oz$  hướng thẳng lên trên.



**Hình 2. 20**

Các điều kiện biên

Tại mặt biển  $z = \zeta$

$$A_z \frac{\partial u}{\partial z} = \tau_x; \quad A_z \frac{\partial v}{\partial z} = 0. \quad (2.234)$$

Tại độ sâu  $z = -H$

$$A_z \frac{\partial u}{\partial z} = -R u_m; \quad A_z \frac{\partial v}{\partial z} = -R v_m \quad (2.235)$$

trong đó  $u_m$ ,  $v_m$  là tốc độ được lấy trung bình theo phương thẳng đứng và ứng suất tiếp tuyến gió  $\tau_x$  có dạng:

$$\tau_x = -F \cos \frac{\pi y}{b}.$$

Khi lấy tích phân hệ phương trình (2.233) từ  $z = -H$  đến  $z = \zeta$ , có:

$$\begin{aligned}
& -F \cos \frac{\pi y}{b} - Ru_m + f.v_m(H + \zeta) - g(H + \zeta) \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0 \\
& -Rv_m - f.u_m(H + \zeta) - g(H + \zeta) \frac{\partial \zeta}{\partial y} = 0.
\end{aligned} \tag{2.236}$$

Sau đây ta bỏ chỉ số m, nếu cho rằng u, v là tốc độ trung bình trong lớp nước.

Nếu xem  $H \gg \zeta$  thì phương trình liên tục được viết dưới dạng:

$$\frac{\partial(u.H)}{\partial x} + \frac{\partial(v.H)}{\partial y} = 0 \tag{2.237}$$

và viết lại (2.236) dưới dạng:

$$\begin{aligned}
& -F \cos \frac{\pi y}{b} - Ru + f.v.H - g.H \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0 \\
& -Rv + fuv.H - g.H \frac{\partial \zeta}{\partial y} = 0.
\end{aligned} \tag{2.238}$$

Vi phân chéo (2.238) rồi trừ kết quả cho nhau ta được:

$$\begin{aligned}
& F \frac{\pi}{b} \sin \frac{\pi y}{b} + R \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) + H.v. \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \\
& F \frac{\pi}{b.R} \sin \frac{\pi y}{b} + \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\beta.H}{R}.v = 0
\end{aligned} \tag{2.239}$$

Nếu đặt:  $\alpha = \frac{\beta.H}{R}$ ;  $\gamma = \frac{F.\pi}{b.R}$  và chuyển phương trình liên tục về dạng:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

và đưa ra khái niệm hàm dòng  $\psi$  mà

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}; \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

thì có thể viết lại (2.239) dưới dạng:

$$\Delta \psi + \alpha \frac{\partial \psi}{\partial x} = \gamma \cdot \sin \frac{\pi y}{b}. \tag{2.240}$$

Điều kiện biên cho (2.240) như sau:

$$\psi(x,0) = \psi(x,b) = \psi(0,y) = \psi(a,y) = 0. \tag{2.241}$$

Theo (2.241) thì bờ đại dương là đường dòng. Nghiệm riêng của phương trình (2.240) có dạng:

$$\psi = -\gamma \left(\frac{b}{\pi}\right)^2 \sin \frac{\pi y}{b}. \quad (2.242)$$

Ta tiến hành giải phương trình thuần nhất:

$$\Delta\psi + \alpha \frac{\partial\psi}{\partial x} = 0. \quad (2.243)$$

Dùng phương pháp tách biến: Tìm nghiệm của phương trình (2.243) dưới dạng:

$$\psi = X(x) \cdot Y(y)$$

khi đó có:

$$\begin{aligned} \frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} + \frac{\alpha X'}{X} &= 0 \\ \frac{X''}{X} + \frac{\alpha X'}{X} &= -\frac{Y''}{Y} = \lambda^2 \end{aligned}$$

Từ đó có:

$$\begin{aligned} Y'' + \lambda^2 Y &= 0 \\ X'' + \alpha X' - \lambda^2 X &= 0 \end{aligned} \quad (2.244)$$

với  $\lambda$  được xác định từ các điều kiện biên. Ta có nghiệm của (2.244) như sau:

$$\begin{aligned} Y &= \sum_j (C_j \sin \lambda_j y + d_j \cos \lambda_j y) \\ X &= \sum_j (P_j x e^{A_j x} + q_j e^{B_j x}) \end{aligned}$$

với:

$$\begin{aligned} A_j &= -\frac{\alpha}{2} + \sqrt{\frac{\alpha^2}{4} + \lambda_j^2} \\ B_j &= -\frac{\alpha}{2} - \sqrt{\frac{\alpha^2}{4} + \lambda_j^2} \end{aligned}$$

trong đó các hằng số  $c_j$ ,  $d_j$ ,  $q_j$ ,  $p_j$  được xác định từ các điều kiện biên.

Khi đó nghiệm phương trình (2.240) có dạng:

$$\psi = -\gamma \left(\frac{b}{\pi}\right)^2 \sin \frac{\pi y}{b} + X \cdot Y.$$

Từ các điều kiện biên ta có:  $d_j$  và  $c_j = 0$  chỉ có  $c_1 \neq 0$ , tương ứng với giá trị:

$$\lambda_1 = \frac{\pi}{b}.$$

Hằng số  $c_1$  có thể có mặt trong  $p_1$  và  $q_1$ , ở đây nếu bỏ chỉ số  $j$  thì ta có:

$$\psi = \gamma \left(\frac{b}{\pi}\right)^2 \sin \frac{\pi y}{b} (p.e^{Ax} + q.e^{Bx} - 1). \quad (2.245)$$

Với điều kiện  $\psi(0, y) = 0 \Rightarrow p + q - 1 = 0$  do đó  $q = 1 - p$ .

Với điều kiện:  $\psi(a, y) = 0$  ta có:

$$p = \frac{1 - e^{Ba}}{e^{Aa} - e^{Ba}}.$$

Từ đó ta xác định được tốc độ:

$$\begin{aligned} u &= \gamma \frac{b}{\pi} \cos \frac{\pi y}{b} (p.e^{Ax} + q.e^{Bx} - 1) \\ v &= -\gamma \left(\frac{b}{\pi}\right)^2 \sin \frac{\pi y}{b} (p.A.e^{Ax} + q.B.e^{Bx}). \end{aligned} \quad (2.246)$$

Để lấy ví dụ sát với thực tế hơn, Stommel đã cho:  $a = 10.000\text{km}$ ,  $b = 6.238\text{ km}$ ,  $h = 200\text{ m}$  (độ sâu termoklin),  $F = 1\text{dyn/cm}^2$ ,  $R = 0,02$ . Khi đó tốc độ dòng chảy thu được có bậc thường gặp trong thực tế.

Xét 3 trường hợp:

a) Đại dương không quay:

$$f = 2\omega \sin\varphi = 0 \text{ do đó } \beta = 0 \text{ và } \alpha = 0.$$

$$A = \frac{\pi}{b}; \quad B = -\frac{\pi}{b};$$

vì  $\frac{a}{b} \approx 1,5$  nên có  $P \approx e^{-\frac{\pi a}{b}}$ ;  $q \approx 1$

$$\psi = \gamma \sin \frac{\pi y}{b} \left[ \exp\left(\frac{(x-a)\pi}{b}\right) + \exp\left(-\frac{x\pi}{b}\right) - 1 \right].$$

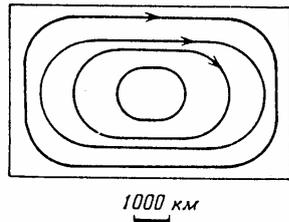
Trên hình 2.21 ta thấy đường dòng đối xứng qua tâm của biển. Trên hình 2.22 các đường đồng mức mực đối xứng qua 2 trục ngang, những điểm mà gió thổi tới là những điểm có mặt mực cao (+), những điểm mà từ đó gió thổi đi là những điểm có mặt mực thấp (-).

b) Đại dương quay với vận tốc đều quanh trục thẳng đứng:

$$\omega \sin\varphi = \text{const.}$$

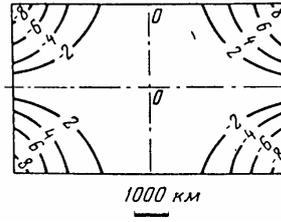
Do đó  $\frac{\partial f}{\partial y} = 0$  hay  $\alpha = 0$ .

Khi đại dương quay với vận tốc như nhau ở các điểm thì  $\psi$  có giá trị như ở trường hợp a;  $u, v$  không chứa  $f$  mà chỉ chứa  $\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{R\alpha}{H} = 0$ , tức là  $u, v$  như nhau trong cả hai trường hợp. Nhưng đại lượng mặt mực  $\zeta$  có chứa  $f$ , do đó nó có giá trị khác đi.



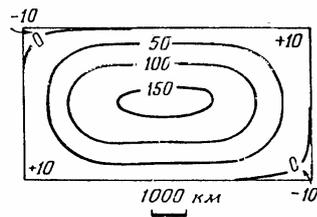
Hình 2.21

Sơ đồ phân bố hàm dòng



Hình 2.22

Sơ đồ phân bố mặt mực



Hình 2.23

Sơ đồ phân bố mặt mực

Ta có

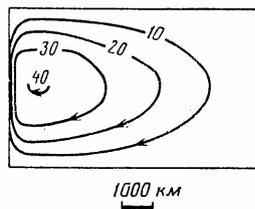
$$\psi = \gamma \left(\frac{b}{\pi}\right)^2 \sin \frac{\pi y}{b} \left[ \exp \frac{(x-a)\pi}{b} + \exp \left(-\frac{\pi x}{b}\right) - 1 \right].$$

Biểu thức này không đổi khi thay  $x$  bằng  $(a-x)$  và  $y$  bằng  $(b-y)$ , từ đó ta thấy đường dòng đối xứng qua tâm của thủy vực (hình 2.21). Đường đồng mặt mực (hình 2.23) có dạng khép kín, đạt cực đại tại tâm thủy vực, cực tiểu ở phía đông nam và tây bắc.

c) Đại dương quay với tham số  $f$  là hàm tuyến tính của  $y$  (hay  $\varphi$ )

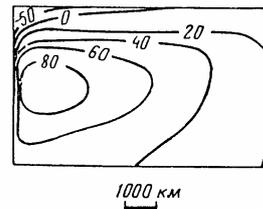
$$f = f_0 + \beta \cdot y; \quad \alpha \neq 0; \quad B \neq A.$$

Trên hình (2.24), (2.25) ta thấy đường dòng cũng như đường đồng mặt mực bị dồn về phía tây.



Hình 2.24

Sơ đồ phân bố hàm dòng



Hình 2.25

Sơ đồ phân bố mật mực

Khi so sánh với 2 trường hợp trên cho thấy nguyên nhân của sự cường hoá ở bờ phía tây của thủy vực là do thay đổi của tham số Koriolis theo vĩ độ.

Đối với Nam bán cầu, vì hệ thống đối xứng qua xích đạo nên  $\alpha$  có cùng dấu,  $\gamma$  đổi dấu. Các đường dòng cũng dày xít lại ở bờ phía tây của thủy vực. Song hiện tượng này nhiều khi không rõ nét bằng ở Bắc bán cầu, theo Stommel đó là do ảnh hưởng của hoàn lưu nhiệt muối.

## 2.6 Ảnh hưởng của địa hình đáy đến hoàn lưu

Ở đây cũng ứng dụng phương pháp dòng toàn phần để nghiên cứu ảnh hưởng của địa hình đáy đến hoàn lưu. Xét chuyển động không dừng thì hệ phương trình chuyển được viết dưới dạng:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} - f \cdot v &= g \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left( A_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + f \cdot u &= g \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \left( A_z \frac{\partial v}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (2.247)$$

Phương trình liên tục

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (2.248)$$

Phương trình tĩnh học

$$\frac{\partial P}{\partial z} = g \cdot \rho. \quad (2.249)$$

Gốc tọa độ đặt tại mặt biển: Ox hướng về phía đông, Oy lên phía bắc, Oz hướng thẳng dưới.

Các điều kiện biên:

Khi  $z = 0$

$$A_z \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\tau_x}{\rho_0}; \quad A_z \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\tau_y}{\rho_0} \quad (2.250)$$

Khi  $z = H$

$$A_z \frac{\partial u}{\partial z} = -RS_x; \quad A_z \frac{\partial v}{\partial z} = -RS_y. \quad (2.251)$$

Tại đường biên:  $S_n = 0$   
(2.252)

trong đó:  $R$  là hệ số tỷ lệ;  $n$  là pháp tuyến với đường biên và

$$S_x = \int_0^H u dz; \quad S_y = \int_0^H v dx.$$

Điều kiện ban đầu

$$t = 0; u = v = \zeta = 0. \quad (2.253)$$

Lấy tích phân hệ phương trình (2.247) từ mặt biển  $z = 0$  đến đáy biển  $z = H$  có tính đến các điều kiện biên thì được:

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_x}{\partial t} - f.S_y &= g.H. \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\tau_x}{\rho_0} - RS_x \\ \frac{\partial S_y}{\partial t} + f.S_x &= g.H. \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\tau_y}{\rho_0} - RS_y. \end{aligned} \quad (2.254)$$

Khi chia hai vế của (2.254) cho  $H$  và khử độ nghiêng của mực biển bằng cách vi phân: - phương trình thứ nhất theo  $y$  phương trình thứ 2 theo  $x$ , trừ kết quả và thay:

$$S_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}; \quad S_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

thì ta có:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{H} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{H} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{f}{H} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{f}{H} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) + \\ \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{R}{H} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{R}{H} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = \left[ \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\tau_x}{\rho_0 H} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\tau_y}{\rho_0 H} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.255)$$

Khi xét bài toàn dừng thì (2.255) trở thành:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{R}{H} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{R}{H} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{f}{H} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) - \\ - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{f}{H} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\tau_x}{\rho_0 H} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\tau_y}{\rho_0 H} \right) \end{aligned} \quad (2.256)$$

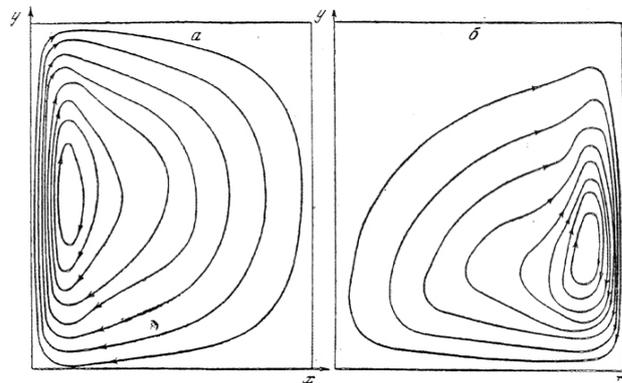
với điều kiện biên:  $\psi|_L = 0$ ,  $L$  là đường biên của vùng nghiên cứu.

Velander (Welander) đã giải bằng số bài toán không dừng trên. Các tính toán được ứng dụng cho thủy vực hình vuông với biên là thành đứng và địa hình đáy tùy ý. Tác giả lấy đơn vị kích thước địa hình bằng  $1,08 \cdot 10^4$  cm, vì vậy độ sâu 200 m sẽ tương ứng với  $H = 1,85$  (hệ các phương trình và điều kiện biên sẽ dẫn ra dưới dạng không thứ nguyên). Trường gió trên mặt biển cho dưới dạng:

$$\begin{aligned} \tau_x &= -\cos \frac{\pi y}{L} \\ \tau_y &= 0 \end{aligned} \quad (2.257)$$

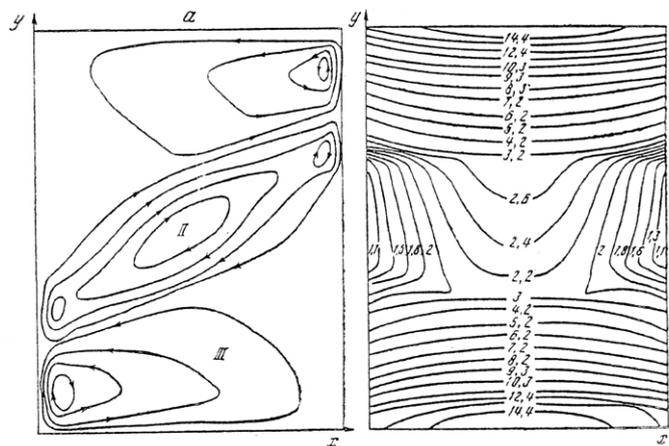
Các kích thước ngang của vùng nghiên cứu bằng khoảng vài nghìn km. Lưới tính đều với số các điểm tính theo một hướng là 30 điểm. Các tính toán bằng số đối với phương trình hàm dòng đã đưa ra kết luận: Địa hình đáy có ảnh hưởng rất lớn đến hàm dòng, sự cường hoá dòng chảy ở bờ đông hay bờ tây phụ thuộc vào dấu của độ hàm  $\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{f}{H} \right)$ . Hướng của hoàn lưu được xác định bằng dấu của đạo hàm  $\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\tau}{H} \right)$ .

Hình 2.26a là dáng điệu của hàm dòng khi thủy vực có độ sâu không đổi, khi đó hiệu ứng  $-\beta$  ép dòng chảy vào bờ phía tây, hình 2.26b minh họa ảnh hưởng của địa hình đáy khi  $\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\tau}{H} \right) < 0$ , khi đó thấy dòng chảy bị ép vào bờ phía đông, tức là địa hình đáy át hẳn ảnh hưởng của hiệu ứng  $-\beta$ . Khi địa hình đáy biến đổi thì có sơ đồ hàm dòng phức tạp hơn (hình 2.27).



**Hình 2.26**

Sơ đồ minh họa hàm dòng khi  $H = \text{const}$



**Hình 2.27**

Sơ đồ hàm dòng và địa hình đáy

## 2.7 Lý thuyết dòng chảy ngược

### 2.7.1 Lý thuyết dòng chảy ngược xích đạo

Ở vùng gần xích đạo của Thái Bình Dương, Đại Tây Dương và Ấn Độ Dương đều có loại dòng chảy mặt rất mạnh hướng ngược với hướng gió tín phong. Những dòng chảy này có tên chung là dòng chảy ngược xích đạo.

Sau đây chúng ta ứng dụng lý thuyết của Stocman để giải thích cơ chế của dòng chảy ngược xích đạo.

Các phương trình xuất phát là các biểu thức của các thành phần của dòng toàn phần của dòng chảy trôi và dòng chảy gradient.

Dòng toàn phần của dòng chảy trôi:

$$S_{xd} = C\tau_y$$

$$S_{yd} = -C\tau_x.$$

Dòng toàn phần của dòng gradien:

$$S_{xg} = B\gamma_x + b\gamma_y$$

$$S_{yg} = B\gamma_y - b\gamma_x.$$

Trên cơ sở đó có thể viết lại các thành phần của dòng toàn phần như sau:

$$\begin{aligned} S_x &= B\gamma_x + b\gamma_y + C\tau_y \\ S_y &= B\gamma_y - b\gamma_x - C\tau_x \end{aligned} \quad (2.258)$$

trong đó  $B = \frac{gD}{4\pi\omega\sin\varphi}$ ;  $b = KH - B$

$$C = \frac{1}{2\omega\sin\varphi}, \quad K = \frac{g}{2\omega\sin\varphi}.$$

Giả sử vùng nghiên cứu là một dải có chiều dài  $L$  với biên là 2 kinh tuyến và chiều rộng  $l$  với biên là 2 vĩ tuyến và cho rằng  $l \ll L$ . Trong các vùng có gió tín phong đặc biệt là ở Thái Bình Dương thì thành phần địa đới của gió chiếm ưu thế, tức là hướng theo trục  $x$ , còn theo trục  $y$ :  $\tau = 0$ . Có thể xem độ nâng cao của mực nước đại dương kể từ kinh tuyến biên là hàm tuyến tính của  $x$ , do đó  $\gamma_x = \text{const}$ . Còn  $\gamma_y$  chỉ là hàm của  $y$ :  $\gamma_y = \gamma_y(y)$ . Khi đó viết lại (2.258) dưới dạng:

$$\begin{aligned} S_x &= B\gamma_x - b\gamma_y(y) \\ S_y &= B\gamma_y - b\gamma_x - c\tau_x(y). \end{aligned} \quad (2.259)$$

Nếu vùng nghiên cứu chứa một lượng nước không đổi thì có:

$$\begin{aligned} \int_0^l S_x dy &= 0 \\ \int_0^l S_y dx &= 0. \end{aligned} \quad (2.260)$$

Từ (2.259) và (2.260) ta có:

$$\begin{aligned} \gamma_x &= -\frac{b}{B.l} \int_0^l \gamma_y dy = -\frac{b}{Bl} \int_0^l \frac{\partial \zeta}{\partial y} dy \\ \gamma_x &= -\frac{b}{B.l} (\zeta_l - \zeta_0) \end{aligned} \quad (2.261)$$

trong đó  $\zeta_l$  và  $\zeta_0$  là các giá trị của  $\zeta$  tại  $y = l$  và  $y = 0$ .

Đặt (2.261) vào phương trình thứ hai của (2.259) và xét đến (2.260) ta có:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial y} = \frac{b^2}{B^2 \ell} (\zeta_0 - \zeta_l) - \frac{c}{B} \tau_x(y) \quad (2.262)$$

$$\zeta(y) = \frac{b^2}{B^2 \ell} (\zeta_0 - \zeta_l) y - \frac{c}{B} F(y) + \zeta_0 \quad (2.263)$$

trong đó  $F(y) = \int \tau_x(y) dy$ . (2.264)

Vì thể tích nước trong vùng nghiên cứu là không đổi, nên dao động của mặt nước tuân theo điều kiện:

$$\int_0^l \zeta(y) dy = 0. \quad (2.265)$$

Đặt (2.263) vào (2.265) ta có:

$$\zeta_l - \zeta_0 = \frac{2B^2}{b^2} \zeta_0 - \frac{2cB}{b^2 \ell} \int F(y) dy. \quad (2.266)$$

Đặt (2.266) vào (2.261) thu được:

$$\gamma_x = \frac{2}{b\ell} [B\zeta_0 - c\bar{F}(y)] = \text{const} \quad (2.267)$$

trong đó  $\bar{F}(y)$  là giá trị trung bình của  $F(y)$  trong khoảng  $x = l$ :

$$\bar{F}(y) = \frac{1}{\ell} \int_0^l F(y) dy.$$

Thay (2.266) vào (2.263) có:

$$\zeta(y) = \frac{2\zeta_0}{\ell} \left( \frac{\ell}{2} - y \right) + \frac{C}{B} \left( \frac{2}{\ell} \bar{F}(y) \cdot y - F(y) \right). \quad (2.268)$$

Thay (2.266) vào (2.262) có:

$$\gamma_y = -\frac{\partial \zeta}{\partial y} = \frac{2\zeta_0}{\ell} - \frac{C}{B} \left( \frac{2}{\ell} \bar{F}(y) - \tau_x(y) \right). \quad (2.269)$$

Hằng số tích phân  $\zeta_0$  được xác định theo phân số của ma sát tiếp tuyến gió dọc theo kinh tuyến  $\tau_x$ . Nếu cho:

$$\tau_x = \bar{\tau} + \tau_x(y) \quad (2.270)$$

trong đó  $\bar{\tau}$  là giá trị trung bình của ứng suất gió trong vùng nghiên cứu. Từ đó Stocman đã tìm được biểu thức biểu diễn  $\zeta_0$  qua  $\bar{\tau}$  như sau:

$$\zeta_0 = \frac{B.l.C.\bar{\tau}}{2(B^2 + b^2)}. \quad (2.271)$$

Thay (2.271) vào (2.267) ta tìm được độ nghiêng của mặt đại dương theo hướng thành phần địa đới của gió:

$$\gamma_x = \frac{C}{b} \left[ \frac{B^2 \bar{\tau}}{B^2 + b^2} - \frac{2}{\ell} \bar{F}(y) \right]. \quad (2.272)$$

Thay (2.271) vào (2.269) và (2.268) ta tìm được độ nghiêng cho mặt biển theo phương kinh tuyến:

$$\gamma_y = \frac{C.B.\bar{\tau}}{B^2 + b^2} - \frac{C}{B} \left[ \frac{2}{\ell} \bar{F}(y) - \tau_x(y) \right] \quad (2.273)$$

và profin kinh tuyến của mặt biển:

$$\zeta(y) = \frac{C.B.l.\bar{\tau}}{2(B^2 + b^2)} \left( 1 - \frac{2y}{l} \right) + \frac{C}{B} \left[ \frac{2}{\ell} \bar{F}(y) \cdot y - F(y) \right]. \quad (2.274)$$

Để thu được sơ đồ hình thể mặt biển và các đường dòng trong vùng dòng chảy ngược, Stocman đã lấy phân bố của  $\tau_x$  dọc theo kinh tuyến dưới dạng sin:

$$\tau_x(y) = -\frac{\tau_0}{2} \left( 1 + \cos \frac{2\pi y}{\ell} \right) \quad (2.275)$$

trong đó  $\bar{\tau} = -\frac{\tau_0}{2}$ .

Từ (2.275) ta tính được:

$$\begin{aligned} F(y) &= -\frac{\tau_0}{2} \int (1 + \cos \frac{2\pi y}{\ell}) dy \\ F(y) &= -\frac{\tau_0}{2} y - \frac{\tau_0 \ell}{4\pi} \sin \frac{2\pi y}{\ell} \end{aligned} \quad (2.276)$$

và  $\bar{F}(y) = \frac{1}{\ell} \int_0^\ell F(y) dy = -\frac{\tau_0 \ell}{4}$ .

Thay các hệ thức đó vào (2.272), (2.73) và (2.274) ta có:

$$\zeta(y) = \frac{C.\ell.\tau_0}{2B} \left[ \frac{\frac{y}{\ell} - \frac{1}{2}}{1 + \left(\frac{b}{B}\right)^2} + \frac{1}{2\pi} \sin \frac{2\pi y}{\ell} \right] \quad (2.277)$$

$$\gamma_y = -\frac{\partial \zeta}{\partial y} = -\frac{C\tau_0}{2B} \left[ \frac{1}{1 + \left(\frac{b}{B}\right)^2} + \cos \frac{2\pi y}{\ell} \right] \quad (2.278)$$

$$\gamma_x = -\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{C.b.\tau_0}{2(B^2 + b^2)} = \text{const.} \quad (2.279)$$

Từ đó xác định được  $G_x$ ,  $G_y$  của dòng chảy sâu:

$$G_x = K\gamma_y = -\frac{K.C.\tau_0}{2B} \left[ \frac{1}{1 + \left(\frac{b}{B}\right)^2} + \cos \frac{2\pi y}{\ell} \right] \quad (2.280)$$

$$G_y = -K\gamma_x = -\frac{K.C.b.\tau_0}{2(B^2 + b^2)}.$$

Các thành phần dòng chảy trôi:

$$U_{0x} = U_{0y} = \frac{\pi.\tau}{2D.\omega.\sin \varphi}$$

hay 
$$U_{0x} = U_{0y} = \frac{K.C.\tau_x}{2B}$$

vì  $\tau_x = 0$ .

Khi tính đến (2.275) thì có:

$$U_{0x} = U_{0y} = \frac{K.C.\tau_0}{4B} \left( 1 + \cos \frac{2\pi y}{\ell} \right) \quad (2.281)$$

Các thành phần vận tốc dòng tổng hợp:

$$U_{1x} = G_x + U_{0x} = -\frac{K.C.\tau_0}{4.B} \left[ \frac{1}{1 + \left(\frac{b}{B}\right)^2} + 1 + 3 \cos \frac{2\pi y}{\ell} \right] \quad (2.282)$$

trong đó

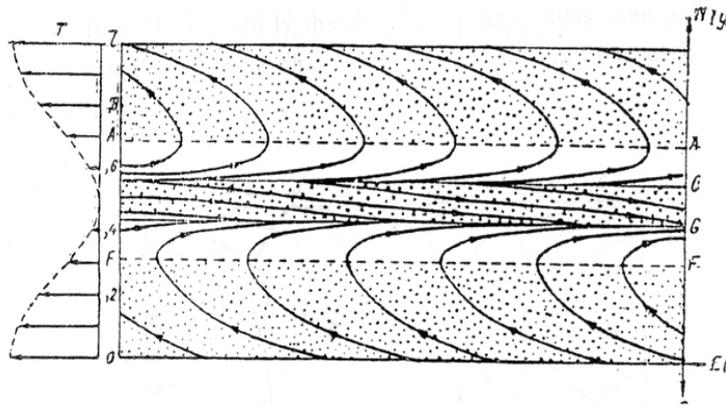
$$Q = \frac{(B-b)^2}{B^2 + b^2} = \frac{(\pi \frac{H}{D} - 1)^2}{(\pi \frac{H}{D} - 1)^2 + (\pi \frac{H}{D} - \frac{1}{2})^2}$$

Từ đó có thể tìm được phương trình các đường dòng của dòng chảy tổng hợp. Phương trình vi phân của các đường dòng là:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{U_{1y}}{U_{1x}} = - \frac{Q + \cos \frac{2\pi y}{\ell}}{\frac{2B^2}{B^2 + b^2} + 1 + 3 \cos \frac{2\pi y}{\ell}}$$

hay

$$x = \frac{3(Q-1)}{\sqrt{1-Q^2}} \left( \frac{2B^2}{B^2 + b^2} + 1 \right) \ln \frac{\sqrt{1-Q} \cdot \text{tg} \frac{\pi y}{\ell} + \sqrt{1-Q}}{\sqrt{1-Q} \cdot \text{tg} \frac{\pi y}{\ell} - \sqrt{1-Q}} - 3y + C \quad (2.283)$$



Hình 2.28

Sơ đồ phân bố trường gió và hàm dòng

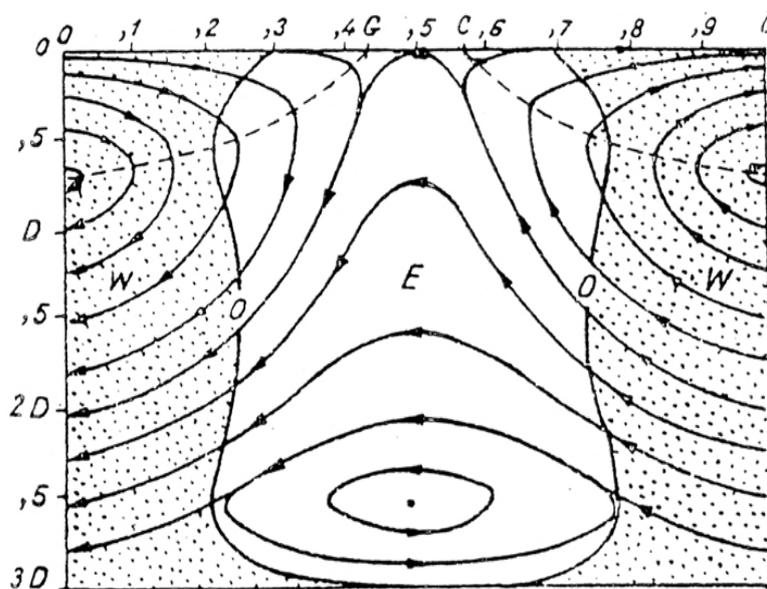
Trên hình 2.28 là các đường dòng được xây dựng theo (2.283) bên trái là phân bố  $\tau_x$  theo kinh tuyến, còn đường gạch là biên giới của dòng chảy ngược xích đạo giữa hai dải dòng chảy xích đạo bắc nam, từ phân bố đường dòng ta thấy dòng chảy ngược có hướng ngược với các thành phần địa đới của gió. Chỉ ở giữa sơ đồ thành phần đó bằng không. ở biên của dòng chảy ngược, vận tốc gió và ứng suất của nó có giá trị khá lớn. Như vậy lý thuyết của Stocman đã giải thích được đặc điểm tồn tại dòng chảy ngược xích đạo trên mặt các đại dương có hướng ngược với hướng gió tín phong.

Ứng với  $\frac{H}{D}$  xác định, ta có  $Q$  xác định (trên sơ đồ hình 2.28 với  $\frac{H}{D} = 3$ ) sẽ xuất hiện “nhân của dòng chảy ngược” nằm giữa tuyến phân kỳ và tuyến hội tụ của hệ dòng chảy. Với những giá trị  $\frac{H}{D}$  rất lớn, 2 tuyến này nhập lại và

nhân của chúng chảy ngược sẽ trở thành đường thẳng chạy dọc theo trục của nó.

Qua quan trắc thấy tuyến phân kỳ và tuyến hội tụ có tồn tại trong thực tế. Ở tuyến phân kỳ có dòng nước đi lên, còn ở tuyến hội tụ có dòng nước đi xuống.

Hình 2.29 là sơ đồ lý thuyết mặt cắt thẳng đứng theo phương kinh tuyến trong vùng dòng chảy xích đạo W và vùng dòng chảy ngược E giữa chúng.



**Hình 2.29**

Sơ đồ phân bố hàm dòng trên mặt cắt thẳng đứng theo phương kinh tuyến

Cũng như trong sơ đồ trên, trong vùng các dòng chảy xích đạo W có thành phần chính của vận tốc hướng về phía tây, trong vùng dòng chảy ngược E. nó hướng về phía đông.

### 2.7.2 Dòng chảy ngược dưới sâu trong đại dương baroclin

Để làm sáng tỏ vai trò tính chất baroclin của nước biển trong việc thành tạo dòng chảy ngược dưới sâu, người ta đã xét hệ phương trình chuyển động, phương trình liên tục và phương trình tĩnh học trong biển có địa hình đáy không đổi với mật độ được xem là hàm đã biết của các tọa độ:

$$\begin{aligned} -fv &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left( A_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ fu &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \left( A_z \frac{\partial v}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (2.284)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.285)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = g\rho \quad (2.286)$$

trong đó  $A_z$  là hệ số trao đổi rối thẳng đứng và giả thiết là hàm liên tục của  $z$ , chỉ khác 0 trong lớp biên trên và lớp biên dưới.

Các điều kiện biên có dạng:

$$\text{Khi } z = \zeta(x,y) \quad P = P_a$$

$$\begin{aligned} A_z \frac{\partial u}{\partial z} &= -\tau_x, & A_z \frac{\partial v}{\partial z} &= -\tau_y \\ w &= u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} \end{aligned} \quad (2.287)$$

$$\text{Khi } z = H \quad A_z \frac{\partial u}{\partial z} = R \int_{\zeta}^H u dz, \quad A_z \frac{\partial v}{\partial z} = R \int_{\zeta}^H v dz \quad (2.288)$$

$$w = 0$$

trong đó  $R = \text{const}$ .

Khi lấy tích phân phương trình chuyển động và liên tục theo  $z$  từ  $\zeta$  đến  $H$  có tính đến điều kiện biên ta có:

$$\begin{aligned} -f \int_{\zeta}^H v dz &= -\frac{1}{\rho_0} \int_{\zeta}^H \frac{\partial P}{\partial x} dz - R \int_{\zeta}^H u dz + \tau_x \\ f \int_{\zeta}^H u dz &= -\frac{1}{\rho_0} \int_{\zeta}^H \frac{\partial P}{\partial y} dz - R \int_{\zeta}^H v dz + \tau_y \end{aligned} \quad (2.289)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{\zeta}^H u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{\zeta}^H v dz = 0. \quad (2.290)$$

Khi sử dụng phép lấy tích phân từng phần với giả thiết  $P_a = \text{const}$  và có tính đến phương trình tĩnh học thì ta có:

$$\begin{aligned} \int_{\zeta}^H \frac{\partial P}{\partial x} dz &= H \frac{\partial P}{\partial x} \Big|_H - g \int_{\zeta}^H z \frac{\partial \rho}{\partial x} dz \\ \int_{\zeta}^H \frac{\partial P}{\partial y} dz &= H \frac{\partial P}{\partial y} \Big|_H - g \int_{\zeta}^H z \frac{\partial \rho}{\partial y} dz. \end{aligned} \quad (2.291)$$

Nếu đưa ra hàm dòng theo công thức:

$$\int_{\zeta}^H u dz = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad \int_{\zeta}^H v dz = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (2.292)$$

thì phương trình (2.289) có dạng:

$$f \frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{H}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} \Big|_H + \frac{g}{\rho_0} \int_{\zeta}^H z \frac{\partial \rho}{\partial x} dz - R \frac{\partial \psi}{\partial y} + \tau_x \quad (2.293)$$

$$f \frac{\partial \psi}{\partial y} = -\frac{H}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial y} \Big|_H + \frac{g}{\rho_0} \int_{\zeta}^H z \frac{\partial \rho}{\partial y} dz + R \frac{\partial \psi}{\partial x} + \tau_y$$

Từ phương trình 2.293 ta xác định được gradien áp suất tại đáy:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial x} \Big|_H &= \frac{g}{H} \int_{\zeta}^H z \frac{\partial \rho}{\partial x} dz - \frac{\rho_0}{H} \left[ R \frac{\partial \psi}{\partial y} + f \frac{\partial \psi}{\partial x} - \tau_x \right] \\ \frac{\partial P}{\partial y} \Big|_H &= \frac{g}{H} \int_{\zeta}^H z \frac{\partial \rho}{\partial y} dz - \frac{\rho_0}{H} \left[ R \frac{\partial \psi}{\partial x} + f \frac{\partial \psi}{\partial y} - \tau_y \right] \end{aligned} \quad (2.294)$$

Nếu vi phân phương trình thứ nhất của (2.294) theo  $y$ , phương trình thứ hai theo  $x$  rồi trừ đi nhau sẽ khử được gradien áp suất sát đáy và thu được phương trình đối với hàm dòng  $\psi$ . Khi đó vế phải của phương trình thu được trong trường hợp đó không phụ thuộc vào mật độ của nước biển mà chỉ phụ thuộc vào các thành phần của ứng suất tiếp tuyến gió. Như vậy chuyển động của chất lỏng có thể được biểu diễn dưới dạng chuyển động không phụ thuộc vào mật độ (chuyển động barotrop) và chuyển động được xác định qua gradien mật độ (chuyển động baroclin). Bằng cách vi phân phương trình tĩnh học theo  $x$  và  $y$ , rồi lấy tích phân theo  $z$  từ  $H$  đến  $\zeta$ , ta có:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial x} &= \frac{\partial P}{\partial x} \Big|_H + g \int_H^{\zeta} \frac{\partial \rho}{\partial x} dz \\ \frac{\partial P}{\partial y} &= \frac{\partial P}{\partial y} \Big|_H + g \int_H^{\zeta} \frac{\partial \rho}{\partial y} dz. \end{aligned} \quad (2.295)$$

Khi thay (2.294), (2.295) vào (2.284) và chỉ hạn chế ở các lớp trung gian của đại dương (ngoài các lớp biên) ta có:

$$\begin{aligned} -f.v &= -\frac{1}{\rho_0} \left( \frac{g}{H} \int_{\zeta}^H z \frac{\partial \rho}{\partial x} dz + g \int_H^{\zeta} \frac{\partial \rho}{\partial x} dz \right) + \frac{1}{H} \left( R \frac{\partial \psi}{\partial y} + f \frac{\partial \psi}{\partial x} - \tau_x \right) \\ f.u &= -\frac{1}{\rho_0} \left( \frac{g}{H} \int_{\zeta}^H z \frac{\partial \rho}{\partial y} dz + g \int_H^{\zeta} \frac{\partial \rho}{\partial y} dz \right) - \frac{1}{H} \left( R \frac{\partial \psi}{\partial x} - f \frac{\partial \psi}{\partial y} - \tau_y \right). \end{aligned} \quad (2.296)$$

Ở đây nếu ta xem vận tốc dòng chảy bao gồm hai thành phần: barotrop và baroclin thì có:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_t + \mathbf{u}_k$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_t + \mathbf{v}_k$$

với

$$\begin{aligned} u_t &= -\frac{1}{fH} \left( R \frac{\partial \psi}{\partial y} + f \frac{\partial \psi}{\partial x} - \tau_x \right) \\ v_t &= -\frac{1}{fH} \left( R \frac{\partial \psi}{\partial x} - f \frac{\partial \psi}{\partial y} + \tau_y \right) \end{aligned} \quad (2.297)$$

$$\begin{aligned} u_k &= -\frac{g}{H.f.\rho_0} \left[ H \int_{\zeta}^z \frac{\partial \rho}{\partial y} dz - \int_{\zeta}^H (H-z) \frac{\partial \rho}{\partial y} dz \right] \\ v_k &= \frac{g}{H.f.\rho_0} \left[ H \int_{\zeta}^z \frac{\partial \rho}{\partial x} dz - \int_{\zeta}^H (H-z) \frac{\partial \rho}{\partial x} dz \right]. \end{aligned} \quad (2.298)$$

Ta thấy thành phần barotrop của vận tốc không thay đổi theo độ sâu, còn thành phần baroclin phụ thuộc vào gradient mật độ và thay đổi theo độ sâu. Ta viết công thức của thành phần baroclin khi  $z = \zeta$  và  $z = H$ .

Khi  $z = \zeta$

$$\begin{aligned} u_k &= \frac{g}{Hf\rho_0} \int_{\zeta}^H (H-z) \frac{\partial \rho}{\partial y} dz \\ v_k &= -\frac{g}{Hf\rho_0} \int_{\zeta}^H (H-z) \frac{\partial \rho}{\partial x} dz. \end{aligned} \quad (2.299)$$

Khi  $z = H$ :

$$\begin{aligned} u_k &= -\frac{g}{Hf\rho_0} \int_{\zeta}^H z \frac{\partial \rho}{\partial y} dz \\ v_k &= \frac{g}{Hf\rho_0} \int_{\zeta}^H z \frac{\partial \rho}{\partial x} dz. \end{aligned} \quad (2.300)$$

Công thức (2.299) và (2.300) chứng tỏ rằng tại nơi nào mà dấu của gradient mật độ không thay đổi theo độ sâu thì thành phần baroclin của vận tốc trong các lớp trên sẽ ngược về hướng với thành phần tương ứng ở trong các lớp sát đáy. Nhưng góc quay của thành phần baroclin phụ thuộc vào gradient mật độ ở các tầng khác nhau vì trong biểu thức dưới dấu tích phân của công thức (2.299) và (2.300) có hệ số trọng lượng.

Trong trường hợp khi thành phần baroclin lớn hơn thành phần barotrop thì đương nhiên sẽ có mặt dòng chảy ngược ở phía dưới các dòng chảy cơ bản, còn trong những trường hợp khác thì việc có hay không có mặt dòng chảy ngược sẽ được xác định bằng việc đóng góp của thành phần baroclin và barotrop vào chuyển động chung.

## 2.8 Tính toán và dự báo dòng chảy trong điều kiện tự nhiên, lý thuyết của Xarkixian

Bài toán có chú ý đầy đủ nhất các nhân tố tự nhiên đã được Xarkixian đề ra và giải quyết. Đương nhiên bài toán phức tạp như vậy chỉ có thể giải quyết đến kết quả cuối cùng trên máy tính điện tử. Ở đây chúng ta xét những nét cơ bản về một số ứng dụng của lý thuyết này để giải quyết vấn đề tính toán và dự báo dòng chảy biển trong điều kiện tự nhiên.

### 2.8.1 Các phương trình xuất phát và những điều kiện biên

Để nghiên cứu chuyển động quy mô lớn của nước trong đại dương không đồng nhất về mật độ chúng ta sẽ xét đến bài toán trong hệ tọa độ Đề các và áp dụng cho Bắc Bán Cầu (việc chuyển bài toán về xét trong tọa độ cầu và áp dụng cho Nam Bán Cầu có thể dễ dàng thực hiện được). Ở đây sẽ sử dụng phép gần đúng Businessq và phép gần đúng tựa tĩnh học, khi đó các phương trình thủy nhiệt động lực học cho đại dương có dạng:

- Các phương trình chuyển động:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - f.v = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + A_\ell \Delta u \quad (2.301)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + f.u = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + A_\ell \Delta v \quad (2.302)$$

- Phương trình tĩnh học:

$$\frac{\partial P_1}{\partial z} = g\rho_1 \quad (2.303)$$

- Phương trình liên tục của chất lỏng không chịu nén

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.304)$$

- Các phương trình vận chuyển nhiệt và muối:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \chi_T \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + A_T \Delta T \quad (2.305)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + u \frac{\partial S}{\partial x} + v \frac{\partial S}{\partial y} + w \frac{\partial S}{\partial z} = \chi_s \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} + A_s \Delta S. \quad (2.306)$$

- Phương trình trạng thái:

$$\rho = a_{1K} T + a_{2K} S + a_{3K} T^2 + a_{4K} S^2 + a_{5K} ST + a_{6K} T^3 + a_{7K} S^2 T + a_{8K} T^2 S + a_{9K} S^3 + \dots \quad (2.307)$$

Ở đây  $\rho_1, P_l$  là mật độ áp suất trong nước biển;  $\rho, P$  là dị thường của mật độ và áp suất;  $A_l$  và  $\nu$  là hệ số nhớt rối theo phương ngang và thẳng đứng;  $T$  và  $S$  là dị thường nhiệt độ và độ muối;  $A_T, \chi_T$  là hệ số khuếch tán nhiệt theo phương ngang và thẳng đứng,  $A_S, \chi_S$  là hệ số khuếch tán muối theo phương ngang và thẳng đứng;  $a_{ik} = a_{ik}(z)$ . Phương trình trạng thái dạng (2.307) là do Brian và Kox đưa ra.

Các phương trình (2.301) - (2.307) chứa 7 ẩn số:  $u, v, w, P, \rho, T, S$ . Khi giải một bài toán không dừng thì cần cho điều kiện ban đầu đối với 4 hàm:  $u, v, T, S$ , sau đó có thể xác định được 3 hàm còn lại.

Các điều kiện biên:

- Trên mặt đại dương  $z = \zeta_1(x, y, t)$

$$P_1 = P_a \quad (2.308)$$

$$\rho_0 \nu \frac{\partial u}{\partial z} = -\tau_x; \quad \rho_0 \nu \frac{\partial v}{\partial z} = -\tau_y \quad (2.309)$$

$$w = -\left( \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} + \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} u + \frac{\partial \zeta_1}{\partial y} v \right) \quad (2.310)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = Q \quad (2.311)$$

hay:  $T = T(x, y, t) \quad (2.312)$

$$\frac{\partial S}{\partial z} = Q_1 \quad (2.313)$$

hay  $S = S(x, y, t). \quad (2.314)$

- Ở đáy đại dương  $z = H(x, y)$

+ Điều kiện tính vận tốc:

$$u = v = 0; w = 0 \quad (2.315)$$

hay điều kiện trượt không ma sát:

$$\frac{\partial u}{\partial n} = \frac{\partial v}{\partial n} = 0 \quad (2.316)$$

và

$$w = u_H \frac{\partial H}{\partial x} + v_H \frac{\partial H}{\partial y}. \quad (2.317)$$

Với nhiệt độ và độ muối cho điều kiện:

$$\frac{\partial T}{\partial n} = \frac{\partial S}{\partial n} = 0 \quad (2.318)$$

hay:  $T = T_H; S = S_H \quad (2.319)$

trong đó:  $n$  là pháp tuyến của mặt đáy;  $Q$  và  $Q_1$  là dòng nhiệt và muối qua mặt đại dương. Một số điều kiện biên được cho dưới 2 dạng. Việc chọn điều kiện nào sẽ tùy thuộc vào bài toán cụ thể.

Chúng ta xét các điều kiện biên theo phương ngang. Các biên bên của đại dương được xem là các thành đứng. Nói chung, ở biên lỏng cần cho trước  $u$  và  $v$  như là hàm của tọa độ và thời gian; ở biên cứng thì sử dụng điều kiện dính. Tuy nhiên, trong nhiều bài toán chúng ta sẽ không tính đến sự trao đổi ngang, khi đó cần cho trước thành phần vận tốc pháp tuyến với biên. Khi nghiên cứu các dòng chảy quy mô lớn và trung bình người ta thường cho giá trị trung bình của vận tốc theo chiều sâu. Điều kiện biên như vậy sẽ đưa đến sai số trong các trường dòng chảy ven bờ, nhưng chắc chắn ở xa bờ ảnh hưởng của nó sẽ không lớn. Trong mặt phẳng ngang, đường bờ thường được xem là đường gãy khúc mà mỗi đoạn gãy khúc đó sẽ song song với một trong các trục tọa độ. Như vậy đối với  $u$  và  $v$  có thể đặt điều kiện ở biên dưới dạng:

$$\frac{1}{H} \int_0^H u dz = U_1; \quad \frac{1}{H} \int_0^H v dz = V_1; \quad (2.320)$$

ở phần biên cứng  $U_1 = V_1 = 0$ .

Đối với nhiệt độ và độ muối ở biên:

$$\frac{\partial T}{\partial N} = Q'; \quad \frac{\partial S}{\partial N} = Q'_1; \quad (2.321)$$

hay  $T = T_b; S = S_b \quad (2.322)$

ở phần bờ cứng:  $Q' = Q'_1 = 0$

trong đó:  $N$  là pháp tuyến với bờ;  $T_b$  và  $S_b$  là giá trị nhiệt độ và độ muối tại biên bên.

## 2.8.2 Đơn giản hoá các phương trình và các điều kiện biên đối với các dòng chảy dừng quy mô lớn hay các dòng chảy mùa

Chúng ta vừa xét một hệ các phương trình phi tuyến khá phức tạp chỉ có thể giải được bằng các phương pháp trên máy tính điện tử cỡ lớn nhất. Vấn đề đặt ra là cần đơn giản hóa các phương trình sao cho có thể giải được chúng trên những máy tính hiện có mà không làm giảm đáng kể độ chính xác.

Trước hết chúng ta hãy biến đổi phương trình tĩnh học (2.303). Ta lấy tích phân (2.303) từ  $-\zeta_1$  đến  $z$  có tính đến điều kiện biên (2.308):

$$P_1 = P_a + g \int_{-\zeta_1}^z \rho_1 dz = P_a + g \int_{-\zeta_1}^0 \rho_1 dz + g \int_0^z \rho_1 dz$$

$$P_1 = P_a + g \int_{-\zeta_1}^0 \rho_0 dz + g \int_0^z (\rho_0 + \rho) dz$$

$$P_1 = P_a + \rho_0 g \zeta_1 + \rho_0 g z + g \int_0^z \rho_0 dz$$

trong đó:  $\rho_1 = \rho + \rho_0$

Nếu không xét đến áp suất của cột nước đồng nhất  $P_0 = \rho_0 g z$  và  $P_1 = P_0 + P$  thì có:

$$P = P_a + \rho_0 g \zeta_1 + g \int_0^z \rho dz. \quad (2.323)$$

Nếu thay cho độ nâng cao mực biển tự nhiên ta sử dụng độ nâng cao quy ước là:

$$\zeta = \zeta_1 + \frac{P_a}{\rho_0 g} \quad (2.324)$$

thì phương trình (2.303) và điều kiện (2.308) được thay thế bằng công thức đơn giản đối với dị thường áp suất.

$$P = \rho_0 g \zeta + g \int_0^z \rho dz. \quad (2.325)$$

Để đánh giá bậc đại lượng của các thành phần trong các phương trình xuất phát, sẽ chuyển sang các biên không thứ nguyên:

$$\begin{aligned} x &= l_0 \bar{x}, y = l_0 \bar{y}, z = h_0 \bar{z}, u = v_0 \bar{u}, v = v_0 \bar{v}, w = w_0 \bar{w} \\ t &= t_0 \bar{t}, P = P_0 \bar{P}, \rho = (\delta\rho)_0 \bar{\rho}, \zeta = \zeta_0 \bar{\zeta}, f = f_0 \bar{f}, \beta = \beta_0 \bar{\beta}. \end{aligned} \quad (2.326)$$

Trước hết chúng ta hãy xét chuyển động quy mô lớn trong thủy vực nằm ngoài xích đạo. Xem các kích thước đặc trưng của độ dài là  $L_0$ , của lớp baroklin là  $h_0$  và giá trị dị thường của mật độ là  $(\delta\rho)_0$ : là những đại lượng cho trước. Các đại lượng khác kể cả  $v_0$  sẽ được xác định qua ba tham số đó cùng với  $f_0$ ,  $\beta_0$  và các hằng số đã biết:

$$t_0 = \frac{L_0}{v_0}. \quad (2.327)$$

Xác định  $w_0$  nhờ phương trình liên tục:

$$w_0 = \frac{h_0}{l_0} v_0 \quad (2.328)$$

chuyển (2.301) sang phương trình các đại lượng không thứ nguyên, sau đó chia hai vế cho  $f_0$ ,  $v_0$  có xét đến (2.327) và (2.328) ta có:

$$\begin{aligned} K_0 \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{z}} \right) - \bar{f} \cdot \bar{v} \\ = - \frac{P_0}{\rho_0 L_0 v_0} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}} + E_v \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{z}^2} + E_m \Delta \bar{u} \end{aligned} \quad (2.329)$$

trong đó  $K_0 = \frac{v_0}{f_0 L_0}$  là số Kibel (Rossbi) (2.330)

$$E_v = \frac{\nu}{f_0 h_0^2}; \quad E_m = \frac{A_e}{L_0^2 f_0}; \quad (2.331)$$

là các số Ecman đối với độ nhớt rối theo phương thẳng đứng và nằm ngang.

Phương trình truyền nhiệt (2.305) dưới dạng không thứ nguyên:

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{t}} + \bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} + \bar{w} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{Pe} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{z}^2} + \frac{1}{\tilde{Pe}} \Delta \bar{T} \quad (2.332)$$

trong đó  $Pe = \frac{W_0 h_0}{\chi_T}; \quad \tilde{Pe} = \frac{v_0 L_0}{A_T}$  (2.333)

là các số Pekle đối với khuếch tán theo phương thẳng đứng và nằm ngang.

Để đánh giá sơ bộ, ta lấy giá trị bằng số của các tham số như sau:  $L_0 = 100 + 1000 \text{ Km}$ ,  $v_0 = 1 + 10 \text{ cm/s}$ ,  $\nu = 1 + 100 \text{ cm}^2/\text{s}$ ;  $A_e = 10^6 + 10^9 \text{ cm}^2/\text{s}$ ;  $f_0 = 10^{-4} 1/\text{s}$ . Trong các giới hạn đó thì các số  $K_0$ ,  $E$ ,  $E_m$  nhỏ hơn một vài bậc, khi đó có:

$$\frac{P_0}{\rho_0 L_0 f_0 v_0} = 1. \quad (2.334)$$

Mặt khác từ (2.325) nếu xem các số hạng đến có cùng bậc thì có:

$$P_0 = \rho_0 g \zeta_0 = g(\delta\rho) h_0. \quad (2.335)$$

Các hệ thức (2.327), (2.328), (2.334) và (2.335) cho phép xác định các biểu thức của các đặc trưng như sau:

$$v_0 = \frac{gh_0(\delta\rho)_0}{\rho_0 L_0 f_0}; \quad w_0 = \frac{g(\delta\rho)_0}{\rho_0 f_0} \left( \frac{h_0}{L_0} \right)^2 \quad (2.336)$$

$$t_0 = \frac{\rho_0 f_0 L_0^2}{gh_0(\delta\rho)_0}; \quad P_0 = gh_0(\delta\rho)_0; \quad \zeta_0 = \frac{(\delta\rho)_0 h_0}{\rho_0}.$$

Nếu  $h_0 = 500\text{m} = 5 \cdot 10^4 \text{cm}$ ;  $L_0 = 10^3 \text{Km} = 10^8 \text{cm}$ ;  $(\delta\rho)_0 = 10^3 \text{g/cm}^3$ ;  $\rho_0 = 1 \text{g/cm}^3$ ;  $g = 10^3 \text{cm/s}^2$  thì theo (2.36) ta có:

$$P_0 = 5 \cdot 10^4; \quad \zeta_0 = 50; \quad v_0 = 5; \quad w_0 = 2,5 \cdot 10^{-3}; \quad t_0 = 2 \cdot 10^7 \quad (2.337)$$

Đối với các phương trình (2.302) và (2.306) cũng làm tương tự. Những thừa số không thứ nguyên xuất hiện trong các phương trình đó đều nhỏ. Ví dụ,  $\chi_T=1$ ;  $A_T = 10^6$  thì ta có  $E = 4 \cdot 10^{-4}$ ;  $E_m = 10^{-5}$ ;  $P_e^{-1} = 0,8 \cdot 10^{-2}$ ;  $\nu = 10^2$ ,  $A_e = 10^7$ , các giá trị trong (2.337),  $P_e^{-1} = 2 \cdot 10^{-3}$ ,  $K_0 = 5 \cdot 10^{-4}$ . Có nghĩa là trong các phương trình chuyển động thì cân bằng địa chuyển là cơ bản nhất, còn trong các phương trình khuếch tán (2.305), (2.306), vai trò đáng kể trong lớp biên mỏng. Ta cần thấy rằng ngay trong các lớp dòng chảy mạnh loại Goxtrim thì số Kibel vẫn không lớn. Ví dụ với  $v_0 = 50 \text{cm/s}$ ;  $L_0 = 50 \text{Km} = 5 \cdot 10^6 \text{m}$  ta có  $K_0 = 0,1$ , có tính đến các thành phần phi tuyến bằng phương pháp xấp xỉ liên tiếp.

Chúng ta hãy đánh giá lại đặc trưng  $W_0$  của tốc độ thẳng đứng. Vì trong các phương trình chuyển động thì cân bằng địa chuyển đóng vai trò quan trọng, nên đúng ra thì không thể xem các thành phần của phương trình liên tục có cùng bậc. Có nghĩa là công thức (2.328) nhận được từ (2.304) có thể không chính xác. Nếu trong (2.304) thay  $u, v$  bằng:

$$u_g = -\frac{1}{\rho_0 f} \frac{\partial P}{\partial y}; \quad v_g = -\frac{1}{\rho_0 f} \frac{\partial P}{\partial x}; \quad (2.338)$$

thì ta có: 
$$\frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\beta}{f} v_g.$$

Từ đó thấy đặc trưng  $W_0$  trong lớp baroklin khi  $\beta = 2 \cdot 10^{-13}$  bằng:

$$W_0 = \frac{\beta_0 v_0 h_0}{f_0} = 5 \cdot 10^{-4}. \quad (2.339)$$

Giá trị này nhỏ hơn giá trị tìm được ở trên là 5 lần. Nhưng các kết quả tính toán nhờ (2.328) vẫn có giá trị. Ở các độ sâu lớn cần đánh giá  $W_0$  trên cơ sở điều kiện biên (2.317). Ở đó, nước hầu như đồng nhất nên không có cơ sở để xác định  $W_0$  qua  $h_0$ . Vận tốc ngang ở dưới sâu nhỏ hơn nhiều so với trong lớp baroklin, còn dòng chảy thẳng đứng hình thành dưới ảnh hưởng của địa hình đáy. Nếu lấy các giá trị đặc trưng của độ sâu đại dương  $H_0 = 1 \text{km}$ ,  $v_H = 1 \text{m/s}$  và  $L_H = 500 \text{km}$  thì:  $w_H = v_H \frac{H_0}{L_H} = 2 \cdot 10^{-3} \text{cm/s}$ , tức là cùng bậc với (2.337). Chú ý rằng (2.328) đưa đến các phương trình có dạng đơn giản như

(2.329) và (2.332), còn sự biến đổi  $w$  một vài lần không làm thay đổi tính chất của các kết luận, nên để tính  $w_0$  ta vẫn sử dụng (2.336).

Cuối cùng từ (2.310) ta hãy đánh giá  $w$  trên mặt. Thay  $V_0$  bằng giá trị đặc trưng của vận tốc dòng chảy trôi thuần túy  $v_d = 25\text{cm/s}$ . Mặc dù  $v_d$  lớn như vậy nhưng ta vẫn có  $w_0 = v_d \frac{\zeta_0}{L_0} = 10^{-5}$ , tức là nhỏ hơn (2.336) là 2 bậc. Vì vậy có thể thay (2.310) bằng điều kiện cái nắp cứng:

$$w = 0 \text{ tại } z = 0.$$

Công thức (2.336) vẫn đúng trong trường hợp đánh giá các đại lượng đặc trưng của hoàn lưu quy mô lớn nếu thay  $h_0$  bằng  $H_0$ ;  $L_0$  bằng  $L_H$  và giảm  $(\delta\rho)_0$  xuống một bậc. Khi đó các đại lượng đặc trưng sẽ xấp xỉ với các giá trị của chúng trong lớp baroklin:  $(\delta\rho)_0$  và  $h_0$ .

Các điều kiện biên (2.309) và (2.311) (cho  $\tau$  và  $Q$ ) chỉ ứng dụng để đánh giá các đặc trưng của hoàn lưu trên mặt dày khoảng 10m chứ không phải cho lớp baroklin. Mặt khác  $(\delta\rho)_0$  và  $h_0$  có thể biết với độ chính xác không kém hơn độ chính xác của  $\tau$  và  $Q$ . Đặc biệt từ bản đồ các yếu tố thủy văn bất kỳ đều có thể xác định được  $h_0$ , dựa vào tiêu chuẩn: Ở biên dưới của lớp baroklin, gradien mật độ nhỏ hơn một bậc so với giá trị của nó ở trên mặt. Nhờ công thức (2.336) ta thấy rõ rằng: Sự bất đồng nhất của nước biển là nhân tố quyết định trong động lực các dòng chảy biển. Do đó, tất cả các đại lượng đặc trưng của dòng chảy quy mô lớn đều được đánh giá không phải qua ma sát tiếp tuyến gió, mà qua các nhân tố nhiệt, cụ thể ở đây là qua  $(\delta\rho)_0$ .

Những đánh giá trên cho phép đơn giản bài toán thêm một bước sau khi thay (2.303) bằng (2.323) hay (2.325) và điều kiện (2.310) bằng  $w = 0$ . Ta có thể chuyển các điều kiện biên (2.39), (2.311) - (2.314) về mực  $z = 0$ .

Như ta đã biết ở trên, (2.336) được sử dụng để đánh giá các dòng chảy mạnh quy mô lớn và cả quy mô trung bình ( $L \approx 50\text{Km}$ ), trừ dải xích đạo vì trong dải hẹp xích đạo  $|\sin\varphi| \ll 1$  nên không tồn tại điều kiện cân bằng địa chuyển. Trong đới xích đạo gradien áp lực chủ yếu cân bằng với các thành phần quán tính phi tuyến. Cho các giá trị đặc trưng của các thành phần trong (2.302) bằng nhau thì ta có:

$$\frac{v_0}{t_0} = \frac{v_0^2}{L_0} = \frac{w_0 v_0}{h_0} = \frac{1}{\rho_0} \frac{P_0}{L_0}, \quad (2.340)$$

$P_0$  và  $\zeta_0$  vẫn xác định theo (2.336).

Như vậy đối với dải xích đạo ta nhận được các biểu thức:

$$P_0 = gh_0(\delta\rho)_0; \quad \zeta_0 = \frac{(\delta\rho)_0}{\rho_0} h_0; \quad v_0 = \sqrt{\frac{gh_0(\delta\rho)_0}{\rho_0}} \quad (2.341)$$

$$W_0 = \frac{h_0}{L_0} \sqrt{\frac{gh_0(\delta\rho)_0}{\rho_0}}; \quad t_0 = \frac{L_0}{v_0} = L_0 \sqrt{\frac{\rho_0}{gh_0(\delta\rho)_0}}$$

$L_0$  và  $h_0$  có giá trị nhỏ hơn một bậc so với quá trình ngoài xích đạo. Như vậy đối với các dòng chảy xích đạo ta lấy  $L_0 = 10^7$ ;  $h_0 = 5 \cdot 10^3$ ;  $(\delta\rho)_0 = 10^{-3}$  và theo (2.341) ta có:

$$P_0 = 5 \cdot 10^3; \delta_0 = 5; v_0 = 70; W_0 = 3,5 \cdot 10^{-2}; t_0 = 1,4 \cdot 10. \quad (2.342)$$

So sánh (2.342) với (2.337) ta thấy dị thường áp suất và mực biển nhỏ hơn 1 bậc so với các vĩ độ trung bình. Tuy vậy kích thước đặc trưng cho phương ngang nhỏ hơn một bậc nên gradien áp suất và độ nghiêng mặt biển ở đây có cùng bậc với ở vĩ độ trung bình. Do đó với cùng giá trị gradien áp suất nhưng nó sẽ gây nên dòng chảy ở xích đạo có vận tốc lớn hơn so với ở vĩ độ trung bình. Trong (2.342) ta cũng thấy  $t_0$  nhỏ hơn 2 bậc so với ở các vĩ độ trung bình.

*Tính toán vai trò của nhớt rối ở xích đạo.* Nếu viết phương trình tương tự (2.329) cho xích đạo thì thành phần nhớt rối thẳng đứng có thừa số là:  $\frac{\pi}{Pe}$

trong đó  $\pi = \frac{\nu}{\chi}$  là số Prandtl, với  $\nu = 10 \text{ cm}^2/\text{s}$  và các giá trị đặc trưng trong

(2.342) thì ta có:  $\frac{\pi}{Pe} < 0,1$ . Như vậy, ở vùng xích đạo nhớt rối thẳng đứng nhỏ hơn một bậc so với các thành phần quán tính và gradien áp suất; nhưng vai trò của yếu tố này ở xích đạo vẫn lớn hơn so với ở các vĩ độ trung bình. Tương tự ta có thể thấy rằng vai trò của ma sát bên ở xích đạo với  $Al = 10^6 \text{ cm}^2/\text{s}$  nhỏ hơn 1 bậc so với vai trò của nhớt thẳng đứng.

### 2.8.3 Phương trình các hàm phụ

Chúng ta xét việc xây dựng các phương trình vi phân đối với các hàm phụ để xác định trường áp suất. Trước hết ta xét một vài phép biến đổi đơn giản.

Nếu trong (2.301), (2.302) bỏ qua các thành phần của quán tính và hiệu ứng xáo trộn ngang thì ta có thể viết lại hệ phương trình đó dưới dạng phức như sau:

$$\nu \frac{\partial^2 M}{\partial Z^2} - i.f.M = \frac{1}{\rho_0} \left( \frac{\partial P}{\partial x} + i \frac{\partial P}{\partial y} \right) \quad (2.343)$$

trong đó:  $M = u + iv. \quad (2.344)$

Giả thiết gradien áp suất trong vế phải của (2.343) không phụ thuộc vào  $z$  thì nghiệm của phương trình đó là:

$$M = \frac{1}{f \cdot \rho_0} \left( i \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) + C_1 e^{-\alpha(1+i)Z} + C_2 e^{\alpha(1+i)Z} \quad (2.345)$$

trong đó:  $\alpha = \sqrt{\frac{f}{2\nu}}$ .

*a - Xét bài toán về phân bố gió theo chiều cao trong lớp khí quyển sát mặt nước:*

Đặt gốc toạ độ trên mặt biển, Oz hướng lên trên, thay P bằng áp suất khí quyển  $P_a$  và sử dụng các điều kiện biên để xác định  $C_1, C_2$ : trên mặt biển tốc độ gió bằng không, ở giới hạn trên của lớp khí quyển sát mặt nước thì bằng tốc độ gió địa chuyển. Kết quả từ (2.345) có:

$$u'+iv' = \frac{1}{f \cdot \rho_0} \left( i \frac{\partial P_a}{\partial x} - \frac{\partial P_a}{\partial y} \right) [1 - e^{-(1+i)\alpha'Z}] \quad (2.346)$$

trong đó  $\alpha' = \sqrt{\frac{f}{2\nu'}}$ ,  $\nu'$  là hệ số nhớt rối thẳng đứng của khí quyển,  $\rho_0$  là mật độ trung bình của không khí trên mực biển.

Từ (2.346) ta xác định được ứng suất ma sát tiếp tuyến gió trên mặt biển. Lấy vi phân (2.346) theo z thì ta có:

$$\tau_x + i\tau_y = \rho\nu' \frac{\partial M'}{\partial Z} \Big|_{Z=0} = \frac{\nu'}{f} \alpha' (1+i) \left( i \frac{\partial P_a}{\partial x} - \frac{\partial P_a}{\partial y} \right) \quad (2.347)$$

hay

$$\begin{aligned} \tau_x &= -\frac{1}{2\alpha'} \left( \frac{\partial P_a}{\partial x} + \frac{\partial P_a}{\partial y} \right) \\ \tau_y &= \frac{1}{2\alpha'} \left( \frac{\partial P_a}{\partial x} - \frac{\partial P_a}{\partial y} \right). \end{aligned} \quad (2.348)$$

*b - Ứng dụng (2.345) để mô tả phân bố dòng chảy theo chiều sâu trong lớp biên sát mặt Ecmán :*

Đặt gốc toạ độ trên mặt biển, Oz hướng xuống dưới, điều kiện biên trên mặt là (2.309) còn ở biên bên dưới của lớp ma sát là dòng chảy địa chuyển, kết quả ta có:

$$M = \frac{1}{f \cdot \rho_0} \left( i \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) \Big|_{Z=0} + \frac{(1-i)}{2\rho_0\nu\alpha} (\tau_x - i\tau_y) e^{-(1+i)\alpha Z}. \quad (2.349)$$

Công thức này chỉ có ý nghĩa ở lớp biên mỏng sát mặt (25+50m). Thành phần thứ hai trong vế phải của (2.349) mô tả đường xoắn ốc của Ecmán. Từ đó ta có thể xác định được hiệu ứng nhớt rối thẳng đứng trong lớp mặt Ecmán:

$$v \frac{\partial^2 M}{\partial z^2} \Big|_E = \frac{\alpha(1+i)}{\rho_0} (\tau_x - i\tau_y) e^{-(1+i)\alpha Z}. \quad (2.350)$$

*c - Ứng dụng (2.345) trong lớp đáy:*

Ở đáy đại dương ta sử dụng 2 loại điều kiện biên: điều kiện dính (2.315) hoặc điều kiện trượt không ma sát (2.316). Ở biên trên của lớp ma sát đáy ta sử dụng điều kiện dòng địa chuyển. Kết quả có:

$$M = \frac{1}{f \cdot \rho_0} \left( i \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right)_{z=H} [1 - \delta \cdot e^{(1+i)\alpha(Z-H)}]. \quad (2.351)$$

trong đó  $\delta = 1$  với điều kiện dính và  $\delta = 0$  với điều kiện trượt không ma sát. Từ đó xác định được ma sát đáy:

$$\tau_x^H + i\tau_y^H = \rho_0 v \frac{\partial M}{\partial z} \Big|_{z=H} = -\frac{(1+i)\alpha\delta}{f \cdot \rho_0} \left( i \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right)_{z=H} \quad (2.352)$$

hay:

$$\tau_x^H = \frac{\delta}{2\alpha} \left( \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial y} \right) \quad (2.353)$$

$$\tau_y^H = \frac{\delta}{2\alpha} \left( \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right).$$

Từ (2.351) ta có thể nhận được biểu thức đối với lực nhớt rối thẳng đứng trong lớp ma sát đáy:

$$\left( v \frac{\partial^2 M}{\partial z^2} \right)_D = \frac{\delta}{\rho_0} \left( \frac{\partial P}{\partial x} + i \frac{\partial P}{\partial y} \right)_{z=H} \cdot e^{(1+i)\alpha(Z-H)}. \quad (2.354)$$

Ta viết lại (2.343) dưới dạng sau:

$$M = \frac{1}{f \cdot \rho_0} \left( i \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) - \frac{iv}{f} \cdot \frac{\partial^2 M}{\partial Z^2}. \quad (2.355)$$

Ta xét việc đơn giản hoá biểu thức này: Trong lớp ma sát mặt thì hiệu ứng nhớt rối thẳng đứng được tính theo (2.350), còn trong lớp ma sát đáy thì tính theo (2.354), toàn bộ lớp còn lại bỏ qua yếu tố này:

$$M = \frac{1}{f \cdot \rho_0} \left( i \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) + \frac{(1-i)}{2\rho_0 \cdot v \cdot \alpha} (\tau_x + i\tau_y) e^{-(1+i)\alpha Z} - \frac{\delta}{\rho_0 \cdot f} \left( i \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right)_{z=H} e^{(1+i)\alpha(Z-H)}. \quad (2.356)$$

Phương trình (2.356) xác định vận tốc dòng chảy qua gradien áp suất và đường ma sát tiếp tuyến với gió.

Sau đây chúng ta sẽ dẫn ra các phương trình đối với các hàm phụ. Viết lại (2.301) và (2.302) dưới dạng:

$$v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + f \cdot v = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} + A \quad (2.357)$$

$$v \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - f \cdot u = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial y} + B \quad (2.358)$$

trong đó:

$$A = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + A_l \Delta u \quad (2.359)$$

$$B = \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + A_l \Delta v. \quad (2.360)$$

Lấy tích phân phương trình (2.357), (2.358) theo  $z$  từ mặt đến đáy biển có tính đến điều kiện (2.309) và công thức (2.353) với  $\delta = 1$  thì có:

$$fS_y = \frac{1}{\rho_0} \int_0^H \frac{\partial P}{\partial x} dz - \frac{\tau_x}{\rho_0} - \frac{1}{2\alpha\rho_0} \left( \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial y} \right)_{z=H} + \int_0^H A dz \quad (2.361)$$

$$fS_x = -\frac{1}{\rho_0} \int_0^H \frac{\partial P}{\partial y} dz + \frac{\tau_y}{\rho_0} + \frac{1}{2\alpha\rho_0} \left( \frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial P}{\partial x} \right)_{z=H} - \int_0^H B dz \quad (2.362)$$

trong đó:  $S_x = \int_0^H u \cdot dz$ ;  $S_y = \int_0^H v \cdot dz$ .

Khi lấy tích phân phương trình liên tục (2.304) theo chiều sâu có tính đến các điều kiện biên kể trên đối với  $w$  (điều kiện "cái nắp cứng" trên mặt và (2.319) ở đáy) ta có:

$$\frac{\partial S_x}{\partial x} + \frac{\partial S_y}{\partial y} = 0. \quad (2.363)$$

Lấy vi phân chéo (2.361), (2.362) có tính đến (2.363) ta thu được:

$$\begin{aligned} \beta S_y = & -\frac{1}{\rho_0} J(HP)_{z=H} + \frac{1}{\rho_0} \text{rot}_z \tau \\ & - \frac{1}{2\alpha\rho_0} (\Delta P)_{z=H} + \frac{\partial}{\partial y} \int_0^H A dz - \frac{\partial}{\partial x} \int_0^H B dz \end{aligned} \quad (2.364)$$

trong đó:  $\beta = \frac{\partial f}{\partial y}$ ;  $J$  là toán tử Jacobi:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}(\mathbf{HP})_{z=H} &= \left( \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial H}{\partial y} \frac{\partial P}{\partial x} \right)_{z=H} \\ \text{rot}_z \tau &= \frac{\partial \tau_y}{\partial x} - \frac{\partial \tau_x}{\partial y}. \end{aligned} \quad (2.365)$$

Khi chuyển từ (2.361) và (2.362) sang (2.364) ta đã xem  $\alpha = \text{const}$ . Lấy gradien của áp lực sát đáy ta xem  $H = \text{const}$ . Dưới đây, trong các số hạng nhỏ của nhiều phương trình ta sẽ xem  $H = \text{const}$ , điều đó có nghĩa là đi đôi với việc bỏ qua hiệu ứng  $-\beta$  thứ cấp ta sẽ bỏ qua cả hiệu ứng địa hình đáy thứ cấp và trong các số hạng đó chỉ giữ lại các thành phần có đạo hàm bậc cao. Đối với hiệu ứng hình cầu của Trái Đất và sự biến đổi địa hình đáy thì ta không chỉ giữ lại mà còn chỉ ra tầm quan trọng của các nhân tố đó. Trong vế trái của phương trình (2.364) chỉ có hiệu ứng  $-\beta$  là chủ yếu, thành phần thứ nhất trong vế phải có hiệu ứng địa hình đáy. Ta tiến hành phép đơn giản hoá 2 thành phần trong vế phải của (2.364).

Trong A và B bỏ qua các số hạng có chứa  $w$ , trong các số hạng có chứa đạo hàm theo thời gian thì ta thay  $u$  và  $v$  bằng các biểu thức gần đúng từ (2.356) với  $\delta = 0$ . Trong các số hạng còn lại ta thay  $u$  và  $v$  bằng phép xấp xỉ địa chuyển được xác định bằng các số hạng đầu trong vế phải của (2.356). Sau khi bỏ qua các hiệu ứng biến đổi thứ cấp của  $f$  và  $H$  ta thu được:

$$\frac{\partial}{\partial y} \int_0^H A dz - \frac{\partial}{\partial x} \int_0^H B dz \approx \frac{1}{\rho_0 f} \frac{\partial}{\partial t} \text{div} \tau - \int_0^H \left( \frac{\partial \Omega}{\partial t} + u_g \frac{\partial \Omega}{\partial x} + v_g \frac{\partial \Omega}{\partial y} \right) dz + A_0 \int_0^H \Delta \Omega dz \quad (2.366)$$

trong đó:

$$\begin{aligned} \text{div} \tau &= \frac{\partial \tau_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_y}{\partial y} \\ \Omega &= \frac{\partial v_g}{\partial x} - \frac{\partial u_g}{\partial y} \approx \frac{1}{\rho_0 f} \Delta P. \end{aligned}$$

Kết quả cuối cùng là:

$$\frac{\partial}{\partial y} \int_0^H A dz - \frac{\partial}{\partial x} \int_0^H B dz \approx \frac{1}{\rho_0 f} \frac{\partial}{\partial t} \text{div} \tau - \frac{1}{\rho_0 f} \int_0^H \left[ \frac{\partial}{\partial t} \Delta P + \frac{1}{\rho_0 f} \mathbf{J}(P, \Delta P) \right] dz + \frac{A_c}{\rho_0 f_0} \int_0^H \Delta \Delta P dz \quad (2.367)$$

Thay (2.367) vào (2.364) ta có biểu thức gần đúng của phương trình xoáy:

$$\beta S_y = -\frac{1}{\rho} \mathbf{J}(H, P)_{z=H} + \frac{1}{\rho} \text{rot}_z \tau + \frac{1}{\rho_0 f} \frac{\partial}{\partial t} \text{div} \tau - \frac{1}{2\alpha \rho_0} (\Delta P)_{z=H}$$

$$-\frac{1}{\rho_0 f} \int_0^H \left[ \frac{\partial}{\partial t} \Delta P + \frac{1}{\rho_0 f} J(P, \Delta P) \right] dz + \frac{A_c}{\rho_0 f} \int_0^H \Delta \Delta P dz. \quad (2.368)$$

Phương trình (2.368) là phương trình xuất phát để ta tìm hai phương trình cho các hàm phụ, ta chọn các hàm phụ là mặt mực  $\xi$  và hàm dòng toàn phần  $\psi$ . Với độ chính xác đến một thừa số không đổi thì mặt mực là dị thường áp suất trên mặt đại dương:  $P_s = \rho_0 g \xi$ . Từ (2.325) tìm được hệ thức liên hệ giữa độ nghiêng mặt mực, gradien áp suất và gradien mật độ:

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial P}{\partial x} \right)_{z=H} &= \rho_0 g \frac{\partial \xi}{\partial x} + g \int_0^H \frac{\partial \rho}{\partial x} dz = \frac{\partial P_s}{\partial x} + g \int_0^H \frac{\partial \rho}{\partial x} dz \\ &= \frac{\partial P_s}{\partial x} + g \int_0^z \frac{\partial \rho}{\partial x} dz - g \int_0^z \frac{\partial \rho}{\partial x} dz + g \int_0^H \frac{\partial \rho}{\partial x} dz \end{aligned} \quad (2.369)$$

$$\left( \frac{\partial P}{\partial x} \right)_{z=H} = \frac{\partial P}{\partial x} \Big|_z - g \int_z^H \frac{\partial \rho}{\partial x} dz \quad (2.370)$$

Hệ thức với đạo hàm theo  $y$  được viết tương tự. Ta tìm công thức liên hệ giữa dị thường áp suất với hàm dòng toàn phần. Từ (2.358) có:

$$S_x = -\frac{\partial \psi}{\partial y}; S_y = \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (2.371)$$

và viết lại (3.261), (3.262) dưới dạng:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{1}{\rho_0 f} \int_0^H \frac{\partial P}{\partial x} dz - \frac{\tau_x}{\rho_0 f} - \frac{1}{2\alpha \rho_0 f} \left( \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial y} \right)_{z=H} + \frac{1}{f} \int_0^H A dz \quad (2.372)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{1}{\rho_0 f} \int_0^H \frac{\partial P}{\partial y} dz - \frac{\tau_y}{\rho_0 f} - \frac{1}{2\alpha \rho_0 f} \left( \frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial P}{\partial x} \right)_{z=H} + \frac{1}{f} \int_0^H B dz. \quad (2.373)$$

Ở vế phải của các phương trình này số hạng đầu là chủ yếu, còn các số hạng sau với phép gần đúng bậc nhất có thể bỏ qua. Một cách thô thiển, trong các số hạng đầu ta bỏ qua cả sự biến đổi của  $f$  và  $H$ , thu được biểu thức gần đúng:

$$\psi = \frac{1}{\rho_0 f} \int_0^H P dz. \quad (2.374)$$

Biểu thức này chỉ rõ bản chất vật lý của mối liên hệ giữa  $\psi$  và  $P$ : hàm dòng toàn phần với độ chính xác đến một thừa số không đổi là tích phân theo chiều sâu của dị thường áp suất.

Có thể tìm phương trình đối với mặt mực từ (2.68) nhờ các hệ thức (2.369), (2.370). Ta có:

$$\begin{aligned} & \underbrace{-A_e \Delta \Delta \xi}_{\text{VI}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \Delta \xi}_{\text{V}} + \underbrace{\frac{g}{f} J(\xi, \Delta \xi)}_{\text{IV}} + \underbrace{\frac{1}{2\alpha H} \Delta \xi}_{\text{III}} + \underbrace{\frac{f}{H} J(H, \xi)}_{\text{II}} + \underbrace{\beta \frac{\partial \xi}{\partial x}}_{\text{I}} \\ & = \underbrace{\frac{f}{gH\rho_0} \text{rot}_z \tau}_{\text{VII}} + \underbrace{\frac{1}{gH\rho_0} [\beta \tau_x + \frac{\partial}{\partial t} \text{div } \tau]}_{\text{VIII}} + \underbrace{f_1}_{\text{IX}}. \end{aligned} \quad (2.375)$$

trong đó:

$$\begin{aligned} f_1 & = \underbrace{\frac{1}{H} \left( \frac{g}{\rho_0 f} \right)^2 J \left( \int_0^H J(H, \rho) dz, \int_0^H (H-z) \Delta \rho dz \right) - \frac{g}{\rho_0 f H} \int_0^H (H-z) J(\zeta, \Delta \rho) dz}_{\text{VI}} - \\ & \underbrace{\frac{1}{\rho_0 H_0} \int_0^H \Delta \rho dz}_{\text{III}} - \underbrace{\frac{f}{\rho_0 H} \int_0^H J(H, s) dz}_{\text{II}} - \underbrace{\frac{\beta}{\rho_0 H} \int_0^H (H-z) \frac{\partial \rho}{\partial x} dz}_{\text{I}} - \\ & \underbrace{- \frac{1}{\rho_0 H} \int_0^H (H-z) \frac{\partial}{\partial t} \Delta \rho dz}_{\text{V}} - \underbrace{\frac{g}{\rho^2 f H} \int_0^H J \left( \int_0^z \rho dz, \int_0^z \Delta \rho dz \right) dz}_{\text{IV}} \end{aligned} \quad (2.376)$$

Để tìm phương trình đối với  $\psi$  cần sử dụng các hệ thức (2.372), (2.373), ở vế phải của các hệ thức này ta chỉ giữ lại hai số hạng đầu và chuyển từ gradien áp lực sang độ nghiêng mặt mực nhờ (2.369), (2.370). Kết quả ta có:

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{f}{gH} \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{1}{H\rho_0} \int_0^H (H-z) \frac{\partial \rho}{\partial x} dz + \frac{\tau_x}{gH\rho_0} \quad (2.377)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial y} = \frac{f}{gH} \frac{\partial \psi}{\partial y} - \frac{1}{H\rho_0} \int_0^H (H-z) \frac{\partial \rho}{\partial y} dz + \frac{\tau_y}{gH\rho_0}. \quad (2.378)$$

Việc chuyển từ (2.375) sang phương trình tương ứng đối với  $\psi$  được thực hiện như sau: đạo hàm bậc nhất của  $\xi$  được thay bằng đạo hàm bậc nhất của  $\psi$  nhờ (2.377), (2.378). Để thay các đạo hàm bậc hai, phải lấy vi phân (2.377) theo  $x$  và (2.378) theo  $y$  nhưng không tính đến sự thay đổi của  $f$  và  $H$  (bỏ qua hiệu ứng biến đổi thứ cấp của các đại lượng đó). Kết quả có:

$$\underbrace{-A_e \Delta \Delta \psi}_{\text{VI}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \Delta \psi}_{\text{V}} + \underbrace{\frac{1}{H} J(\psi, \Delta \psi)}_{\text{IV}} + \underbrace{\frac{f}{2\alpha H} \Delta \psi}_{\text{III}} + \underbrace{\frac{f}{H} J(H, \psi)}_{\text{II}} + \underbrace{\beta \frac{\partial \psi}{\partial x}}_{\text{I}}$$

$$= \underbrace{\frac{1}{\rho_0} \text{rot}_z \tau}_{\text{VII}} + \underbrace{\frac{1}{\rho_0 H} \left( \frac{\partial H}{\partial y} \tau_x - \frac{\partial H}{\partial x} \tau_y \right)}_{\text{X}} + f_2. \quad (2.379)$$

trong đó:

$$f_2 = \underbrace{\frac{1}{H} \left( \frac{g}{f\rho_0} \right)^2 J \left( \int_0^H (H-z)\rho dz, \int_0^H (H-z)\Delta\rho dz \right)}_{\text{IV}} - \left( \frac{g}{f\rho_0} \right)^2 \int_0^H J \left( \int_0^z \rho dz, \int_0^z \Delta\rho dz \right) dz$$

$$- \underbrace{\frac{g}{2\alpha H\rho_0} \int_0^H z\Delta\rho dz}_{\text{III}} - \underbrace{\frac{g}{H\rho_0} \int_0^H zJ(H,\rho) dz}_{\text{II}}. \quad (2.380)$$

Khi dẫn ra (2.379) ta đã bỏ qua một số số hạng nhỏ do ma sát tiếp tuyến gió gây ra. Mặc dù có nhiều bước đơn giản hoá, song chúng ta đã nhận được phương trình tương đối tổng quát và phức tạp (2.379). Từ đó ta có thể tìm được những hệ thức cơ bản của nhiều mô hình nổi tiếng của lý thuyết dòng toàn phần.

Ý nghĩa vật lý của các số hạng trong vế trái của phương trình (2.375) như sau: VI- hiệu ứng ma sát ngang; V- đạo hàm riêng theo thời gian của các số hạng quán tính; IV- các thành phần quán tính phi tuyến; III- hiệu ứng ma sát đáy; II- ảnh hưởng của địa hình đáy; I- hiệu ứng  $\beta$ . Ở vế phải: VII- xoáy của ma sát tiếp tuyến gió; VIII- hiệu ứng  $\beta$  gió; IX- hiệu ứng không dừng của gió. Các thành phần khác của vế phải do sự bất đồng nhất của nước biển gây ra được đánh số như các thành phần tương ứng của vế trái và cũng có bản chất vật lý như các thành phần đó. Vì vậy thành phần VI trong vế phải có thể được gọi là hiệu ứng baroklin của ma sát ngang; I- hiệu ứng  $\beta$  baroklin và v.v... với phương trình (2.379) ta cũng có tương tự.

## 2.8.4 Đánh giá bậc đại lượng trong phương trình đối với các hàm phụ

Ta ký hiệu các đại lượng đặc trưng như ở mục 2:8.2 chỉ riêng  $h_0$  ta sẽ thay bằng đặc trưng độ sâu của biển  $H_0$ . Ở đây ta lấy số hạng có chứa hiệu ứng  $\beta$  là số hạng chuẩn để so sánh. Khi so sánh giá trị đặc trưng của các thành phần ở vế trái và vế phải của (2.375) với số hạng I ta có:

$$\xi_0 = \frac{(\delta\rho)_0}{\rho_0} H_0. \quad (2.381)$$

Tương tự như (2.341), nhờ (2.381) ta dễ dàng xác định được rằng ở hai vế của phương trình (2.375) các thành phần có cùng thứ tự sẽ có cùng bậc đại lượng, vì vậy không cần phải đánh giá bậc đại lượng của tất cả các số hạng.

Ta cho rằng các thành phần quán tính V và IV là những đại lượng có cùng bậc và có giá trị nhỏ. Điều đó cho phép xác định kích thước thời gian đặc trưng:

$$t_0 = \frac{f_0 L_0^2}{g \xi_0} = \frac{L_0}{v_0}. \quad (2.382)$$

Ta chuyển (2.275) về dạng không thứ nguyên, chia phương trình đó cho đại lượng đặc trưng của chuẩn số là:  $\frac{P_0 \xi_0}{L_0}$  và có chú ý đến (2.281) và (2.282).

Kết quả cuối cùng là:

$$\begin{aligned} & \varepsilon_6 \overline{\Delta \Delta \xi} + \varepsilon_5 \frac{\partial}{\partial t} \overline{\Delta \xi} + \frac{\varepsilon_5}{\bar{f}} \overline{J(\xi, \Delta \xi)} \\ & + \varepsilon_3 \frac{\bar{f}}{2\bar{\alpha} \bar{H}} \overline{\Delta \xi} + a_2 \frac{\bar{f}}{\bar{H}} \overline{J(\bar{H}, \xi)} + \bar{\beta} \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial \bar{x}} \\ & = \varepsilon_7 \frac{\bar{f}}{\bar{H}} \overline{\text{rot}_z \bar{\tau}} + \varepsilon_8 \frac{\bar{\beta}}{\bar{H}} \bar{\tau}_x + \varepsilon_9 \frac{1}{\bar{H}} \frac{\partial}{\partial t} \overline{\text{div} \bar{\tau}} + \frac{L_0}{\beta_0 \xi_0} f_1 \end{aligned} \quad (2.383)$$

trong đó

$$\begin{aligned} \varepsilon_6 &= \frac{A_0}{\beta_0 L_0^3}; \varepsilon_5 = \frac{1}{t_0 \beta_0 L_0}; \varepsilon_3 = \frac{\sqrt{f_0 v}}{H_0 \beta_0 L_0} \\ a_2 &= \frac{f_0}{\beta_0 L_0}; \varepsilon_7 = \frac{f_0 \tau_0}{\rho_0 H_0 \beta_0 \xi_0 g}; \varepsilon_8 = \frac{\tau_0 L_0}{\rho_0 g H_0 \xi_0} \\ \varepsilon_9 &= \frac{\tau_0}{t_0 \rho_0 H_0 g \beta_0 \xi_0}. \end{aligned} \quad (2.384)$$

Giá trị bằng số của các đại lượng đặc trưng được cho như sau:

$$f_0 = 10^{-4}, \tau_0 = 1, L_0 = 10^8, A_0 = 10^7, v = 10^2, \beta_0 = 2.10^{-13}, H_0 = 1 \text{ km} = 10^5 \text{ cm} (\delta \rho)_0 = 0,5.10^{-3} \quad (2.385)$$

Nhờ (2.381), (2.382), (2.325), (2.334) ta tìm được các giá trị đặc trưng:

$$\xi_0 = 50, v_0 = 5, P_0 = 5.10^4, t_0 = 2.10^7. \quad (2.386)$$

Các giá trị này trùng với các giá trị đã nhận được ở điểm 2.282

Trên cơ sở (2.385), (2.386) ta có:

$$\begin{aligned} \varepsilon_3 &= 5.10^{-2}, \varepsilon_5 = 2,5.10^{-3}, \varepsilon_6 = 0,5.10^{-4}, \\ \varepsilon_7 &= 0,1, \varepsilon_8 = 2.10^{-2}, \varepsilon_9 = 0,5.10^{-4}, a_2 = 5. \end{aligned} \quad (2.387)$$

Từ đó thấy rằng trong vế trái của (2.383) yếu tố duy nhất có thể so sánh được với hiệu ứng  $\beta$  là hiệu ứng địa hình đáy.  $\varepsilon_6$  lớn hơn số Ecmán  $Em$  là 5 lần,  $\varepsilon_5$  lớn hơn số Kibel là 5 lần. Có nghĩa là ảnh hưởng của các thành phần quán tính và trao đổi ngang trong (2.375) quan trọng hơn ảnh hưởng của chúng trong các phương trình chuyển động (2.301), (230.2). Ta thấy  $\varepsilon_6$ ,  $\varepsilon_5$  vẫn nhỏ, có nghĩa là khi nghiên cứu những dòng chảy dừng ổn định với phép gần đúng bậc nhất có thể bỏ qua các hiệu ứng V và VI ngay cả trong phương trình đối với  $\xi$ . Các yếu tố quan trọng ở vế trái là hiệu ứng  $-\beta$  và hiệu ứng địa hình đáy.

Nếu chuyển (2.376) sang dạng không thứ nguyên và sử dụng (2.381) thì trước mỗi thành phần ta cũng nhận được các tham số không thứ nguyên như ở vế trái. Do đó, có thể kết luận rằng các thành phần quan trọng của vế phải của phương trình (2.376) là hiệu ứng  $-\beta$  baroklin và tác dụng đồng thời của tính baroklin và địa hình đáy SEBIR (nhóm I và II trong (2.376)). Vì  $\varepsilon_7 = 0,1$  nên tác dụng trực tiếp của ma sát tiếp tuyến gió có vai trò kém quan trọng hơn so với dị thường mật độ. Dị thường mật độ phản ánh hiệu ứng trao đổi nhiệt muối, cũng như ảnh hưởng gián tiếp của trường gió.

Ta xét phương trình đối với  $\psi$ . Trước hết ta đánh giá  $\psi$  nhờ (2.377) và (2.378). Các vế trái của hệ thức này và hai thành phần đầu của vế phải là những đại lượng cùng bậc nhỏ. Ta có:

$$\frac{\xi_0}{L_0} = \frac{f_0}{gH_0} \frac{\psi_0}{L_0} = \frac{H_0(\delta\rho)_0}{\rho_0 L_0}$$

$$\text{trong đó: } \psi_0 = \frac{gH_0 L_0}{f_0} = \frac{H_0^2 g(\delta\rho)_0}{f_0 \rho_0}. \quad (2.388)$$

Thay các giá trị bằng số của các đại lượng đặc trưng đã cho ở trên vào thì ta có:

$$\psi_0 = 5 \cdot 10^{13} = 50 \text{ Sverdrup (1Sverdrup} = 1012 \text{ CGS)}.$$

Chuyển (2.379) về dạng không thứ nguyên, chọn yếu tố chuẩn là hiệu ứng  $\beta$ , cuối cùng ta có:

$$\begin{aligned} & \varepsilon_6 \overline{\Delta \Delta \psi} + \varepsilon_5 \frac{\partial}{\partial t} \overline{\Delta \psi} + \varepsilon_5 \overline{J(\psi, \Delta \psi)} \\ & + \varepsilon_3 \frac{\overline{f}}{2\overline{\alpha H}} \overline{\Delta \psi} + a_2 \frac{\overline{f}}{\overline{H}} \overline{J(H, \psi)} + \overline{\beta} \frac{\partial \overline{\psi}}{\partial \overline{x}} \\ & = \varepsilon_7 \overline{\text{rot}_z \tau} + \varepsilon_{10} \left( \frac{\partial \overline{H}}{\partial \overline{y}} \frac{\overline{\tau}_x}{\overline{H}} - \frac{\partial \overline{H}}{\partial \overline{x}} \frac{\overline{\tau}_y}{\overline{H}} \right) + \frac{L_0}{\beta_0 \psi_0} f_2 \end{aligned} \quad (2.389)$$

trong đó  $\varepsilon_{10} = \frac{\tau_0}{\rho_0 \beta_0 \psi_0} = 0,1$ , còn giá trị của các tham số khác vẫn như trên.

Việc đánh giá được tiến hành tương tự như (2.383) ở đây chỉ xét đến sự khác nhau trong vế phải của chúng.

Trong vế phải của (2.389) có số hạng phụ: tác dụng đồng thời của gió và địa hình đáy, mà số hạng này cũng chỉ là đại lượng cùng bậc nhỏ so với xoáy của ứng suất tiếp tuyến gió.

Khác với (2.383), trong vế phải của (2.389) chỉ có một số hạng chính: tác dụng đồng thời của tính baroclin và địa hình đáy, đó là nhóm II trong (2.380). Ta sẽ không xét việc đánh giá số hạng này vì nhờ (2.88) dễ dàng thấy rằng các thành phần trong cả hai vế của (2.379) có cùng số thứ tự là những đại lượng có cùng bậc, có nghĩa là hiệu ứng SEBIR là đại lượng có bậc  $a^2$ .

Kết quả phân tích trên mâu thuẫn với quan niệm truyền thống trong lý thuyết dòng toàn phần, trong đó đã cho rằng  $\text{rot}_z \tau$  là nhân tố chủ yếu tạo thành trường  $\psi$ . Điều đó sẽ được xác minh trong các tính toán cụ thể. ở đây ta chỉ nhấn mạnh rằng trong vế trái của (2.379) và (2.375) các số hạng với đạo hàm bậc nhất là quan trọng.

### 2.8.5 Các hệ thức để tính mực nước trên biên của biển

Như trên ta đã biết để tính các đặc trưng thủy văn ta cần phải giải phương trình vi phân tương ứng đối với một trong các hàm phụ:  $\xi$  hoặc  $\psi$ . Do vậy trước hết phải xác định được giá trị các hàm đó trên biên của thủy vực. Trong trường hợp cho trước lưu lượng nước trên biên thì dễ dàng xác định được cả  $\psi$ . Với  $\xi$  cần xác định trên biên bằng cách giải phương trình vi phân tương ứng.

Ta thiết lập phương trình để xác định  $\xi$  trên đường biên. Xuất phát từ (2.369)-(2.373) và sử dụng điều kiện cho trước lưu lượng nước lấy trung bình theo chiều sâu tại đường biên (ở phần biên cứng lưu lượng nước bằng không). Trong các phương trình đó ta sẽ bỏ qua các thành phần quán tính và trao đổi ngang, sau một số phép biến đổi ta có:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \xi}{\partial x} = & \frac{f}{gH} S_y + \frac{1}{\rho_0 H} \int_0^H \frac{\partial \rho}{\partial x} z dz - \frac{1}{\rho_0} \int_0^H \frac{\partial \rho}{\partial x} dz + \frac{\tau_x}{gH\rho_0} + \frac{1}{2\alpha H} \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y} \right) \\ & + \frac{1}{2\alpha H\rho_0} \left( \int_0^H \frac{\partial \rho}{\partial x} dz + \int_0^H \frac{\partial \rho}{\partial y} dz \right) \end{aligned} \quad (2.390)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial y} = -\frac{f}{gH} S_x + \frac{1}{\rho_0 H} \int_0^H \frac{\partial \rho}{\partial y} z dz - \frac{1}{\rho_0} \int_0^H \frac{\partial \rho}{\partial y} dz + \frac{\tau_y}{gH\rho_0} + \frac{1}{2\alpha H} \left( \frac{\partial \xi}{\partial y} - \frac{\partial \xi}{\partial x} \right)$$

$$+ \frac{1}{2\alpha H \rho_0} \left( \int_0^H \frac{\partial p}{\partial y} dz - \int_0^H \frac{\partial p}{\partial x} dz \right). \quad (2.391)$$

Ý nghĩa vật lý của các thành phần trong vế phải của (2.390), (2.391) như sau: các số hạng đầu là lưu lượng nước tổng cộng cho trước trên đường biên. Các số hạng thứ hai và thứ ba là phần baroklin của dòng chảy gradien lấy trung bình theo chiều sâu. Số hạng thứ 4 là hiệu ứng ma sát tiếp tuyến của gió trên đường biên. Nhóm thứ 5 là hiệu ứng ma sát đáy trên đường biên. Nhóm cuối cùng là hiệu ứng baroklin của ma sát đáy trên đường biên của thủy vực.

Trên đây chúng ta đã xét một số vấn đề cơ bản về lý thuyết dòng chảy đại dương của Xarkixian, ta thấy xuất phát từ tài liệu quan trắc về trường mật độ (hay nhiệt độ và độ muối) và trường gió trên biển có thể tính được các hàm phụ  $\xi$  và  $\psi$ . Từ đó ta có thể tính toán được trường vận tốc dòng chảy.

## Tài liệu tham khảo

- [1] John. R. Apel, Principles of Ocean physics, Academic Press, 1995.
- [2] Kotregin V. P. Lý thuyết và phương pháp tính dòng chảy đại dương, NXB Nauka, M. 1978 (Tiếng Nga).
- [3] Lacombe A. Hải dương học vật lý, NXB Mir, M. 1972 (Tiếng Nga).
- [4] Nihoul J.C.J. Hydrodynamic models of shallow continental seas, Riga, 1982.
- [5] Xarkixian A. X., Phân tích số và dự báo dòng chảy biển, NXB KTTV, L. 1977 (Tiếng Nga).
- [6] Nekraxov A. V. Thực hành động lực Hải dương, NXB KTTV Xanh - Petecbua, 1992.
- [7] Hướng dẫn dự báo thủy văn biển, NXB KTTV Xanh - Petecbua, 1994.