

# CƠ SỞ PHƯƠNG PHÁP MÔ HÌNH HOÁ TRONG HẢI DƯƠNG HỌC

*Đinh Văn Ưu*



NXB Đại học Quốc gia Hà Nội 2006

Từ khoá: Hoàn lưu, đại dương, nhiệt động lực học, chính áp, tà áp, địa thế vị, dòng địa chuyên, mô hình hai chiều, mô hình 3D

---

*Tài liệu trong Thư viện điện tử Đại học Khoa học Tự nhiên có thể được sử dụng cho mục đích học tập và nghiên cứu cá nhân. Nghiêm cấm mọi hình thức sao chép, in ấn phục vụ các mục đích khác nếu không được sự chấp thuận của nhà xuất bản và tác giả.*

**ĐINH VĂN ƯU**

**CƠ SỞ PHƯƠNG PHÁP MÔ HÌNH HOÁ  
TRONG HẢI DƯƠNG HỌC**

TailieuVNU.com Tổng hợp & Sưu tầm

**NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI**

## MỤC LỤC

MỞ ĐẦU .....	4
<b>CHƯƠNG 1. PHÂN TÍCH CÁC HỆ THỐNG TỰ NHIÊN VÀ THIẾT KẾ MÔ HÌNH TOÁN HỌC .....</b>	<b>6</b>
1.1. PHÂN TÍCH VÀ THỂ HIỆN HỆ THỐNG TỰ NHIÊN .....	6
1.2. GIẢM BỚT KÍCH THƯỚC CỦA HỆ THỐNG.....	8
1.3. LIÊN KẾT VÀ TRAO ĐỔI CỦA HỆ THỐNG VỚI MÔI TRƯỜNG BÊN NGOÀI.....	9
1.4. CÁC BIẾN TRẠNG THÁI .....	10
1.5. CÁC THAM SỐ ĐIỀU KHIỂN.....	12
1.6. CÁC NGUYÊN LÝ VÀ TÁC ĐỘNG CỦA QUÁ TRÌNH TIẾN TRIỂN .....	14
<b>CHƯƠNG 2. CƠ HỌC CHẤT LỎNG ĐỊA VẬT LÝ VÀ CÁC PHƯƠNG TRÌNH TIẾN TRIỂN .....</b>	<b>18</b>
2.1. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN KHỐI LƯỢNG VÀ PHƯƠNG TRÌNH KHUYÉCH TÁN VẬT CHẤT.....	18
2.2. CÁC PHƯƠNG TRÌNH THUỶ ĐỘNG LỰC TỔNG QUÁT.....	21
2.3. CÁC PHƯƠNG TRÌNH NHIỆT ĐỘNG HỌC TỔNG QUÁT .....	23
2.4. PHƯƠNG TRÌNH TIẾN TRIỂN CỦA ĐỘ NỔI.....	27
<b>CHƯƠNG 3. RỐI BIÊN VÀ CÁC ĐẶC TRƯNG KHUYÉCH TÁN RỐI .....</b>	<b>34</b>
3.1. CÁC ĐẠI LƯỢNG TRUNG BÌNH VÀ NHIỄU ĐỘNG .....	34
3.2. PHƯƠNG TRÌNH KHUYÉCH TÁN RỐI BIÊN .....	35
3.3. TẢN MÁT NĂNG LƯỢNG RỐI.....	39
3.4. PHỔ NĂNG LƯỢNG RỐI.....	42
3.5. Ý NGHĨA CỦA ĐẠI LƯỢNG TRUNG BÌNH THEO THỜI GIAN VÀ CÁC ĐẶC TRƯNG NĂNG LƯỢNG RỐI BIÊN .....	44
<b>CHƯƠNG 4. XÁO TRỘN VÀ CÁC CẤU TRÚC RỐI.....</b>	<b>51</b>
4.1. ĐỘ ỔN ĐỊNH TRỌNG LỰC.....	51
4.2. TÁC ĐỘNG CỦA PHÂN TẦNG TRONG LỚP BIÊN .....	54
4.3. NÊM NHIỆT NGÀY ĐÊM .....	56
4.4. TÍNH ĐỒNG NHẤT NGANG VÀ TỰA DỪNG CỦA RỐI BIÊN.....	57
4.5. CÁC PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN CỦA RỐI DỪNG ĐỒNG NHẤT NGANG .....	58
4.6. CẤU TRÚC TỐI HẠN CỦA CÁC HÀM ĐẶC TRƯNG RỐI DỪNG VÀ ĐỒNG NHẤT NGANG .....	67
<b>CHƯƠNG 5. THAM SỐ HOÁ, KIỂM ĐỊNH VÀ HIỆU CHỈNH MÔ HÌNH KHUYÉCH TÁN.....</b>	<b>74</b>
5.1. PHƯƠNG HƯỚNG TRIỂN KHAI MÔ HÌNH.....	74
5.2. THAM SỐ HOÁ, KIỂM ĐỊNH VÀ HIỆU CHỈNH CÁC THAM SỐ KHUYÉCH TÁN RỐI THUẦN THUẦN TỬY .....	75

5.3. THAM SỐ HOÁ, KIỂM ĐỊNH VÀ HIỆU CHỈNH THEO XẤP XỈ THUỶ TÍNH .....	76
5.4. THAM SỐ HOÁ, KIỂM ĐỊNH VÀ HIỆU CHỈNH THEO HIỆU ỨNG QUÁN TÍNH .....	79
5.5. VẬN CHUYỂN NGANG VÀ KHUYẾT TÁN SIÊU RỎI. ....	81
5.6. VẬN CHUYỂN NGANG VÀ KHUYẾT TÁN TỰA RỎI.....	83
<b>CHƯƠNG 6. MÔ HÌNH KHUYẾT TÁN CÁC CHẤT TỰA BỀN VỮNG .....</b>	<b>90</b>
6.1. KHÁI NIỆM CHUNG .....	90
6.2. MÔ HÌNH TÍCH PHÂN THEO ĐỘ SÂU .....	92
6.3. THAM SỐ HOÁ HIỆU ỨNG PHÂN LỚP .....	94
6.4. CÁC MÔ HÌNH SÔNG VÀ CỬA SÔNG TÍCH PHÂN THEO MẶT CẮT NGANG.....	97
<b>CHƯƠNG 7. HIỆN TRẠNG PHÁT TRIỂN MÔ HÌNH HOÁ BIỂN .....</b>	<b>100</b>
7.1. XU THẾ PHÁT TRIỂN.....	100
7.2. CÁC MÔ HÌNH CHẨN ĐOÁN.....	101
7.3. CÁC MÔ HÌNH DỰ BÁO BIỂN.....	102
7.4. CÁC PHƯƠNG PHÁP XỬ LÝ ĐIỀU KIỆN BIÊN VÀ ĐIỀU KIỆN BAN ĐẦU CHO MÔ HÌNH DỰ BÁO BIỂN.....	105
<b>TÀI LIỆU THAM KHẢO.....</b>	<b>110</b>

## MỞ ĐẦU

Trong việc mô tả một hệ tự nhiên, do sự hiện diện của nhiều biến độc lập chúng ta luôn gặp những khó khăn cả về lý thuyết lẫn thực hành. Thông thường, ngay việc thu thập đơn thuần các số liệu và xử lý chúng cũng đã hết sức vất vả nên các nhà nghiên cứu đã không thể quan tâm đúng mức tới những yêu cầu khác của vấn đề đặt ra trong đó có mô hình hoá.

Tuy nhiên, trạng thái đáng lo ngại về môi trường sinh thái hiện nay đòi hỏi một kiến thức sâu hơn với một sự kiểm tra chặt chẽ hơn, hợp lý hơn đối với môi trường.

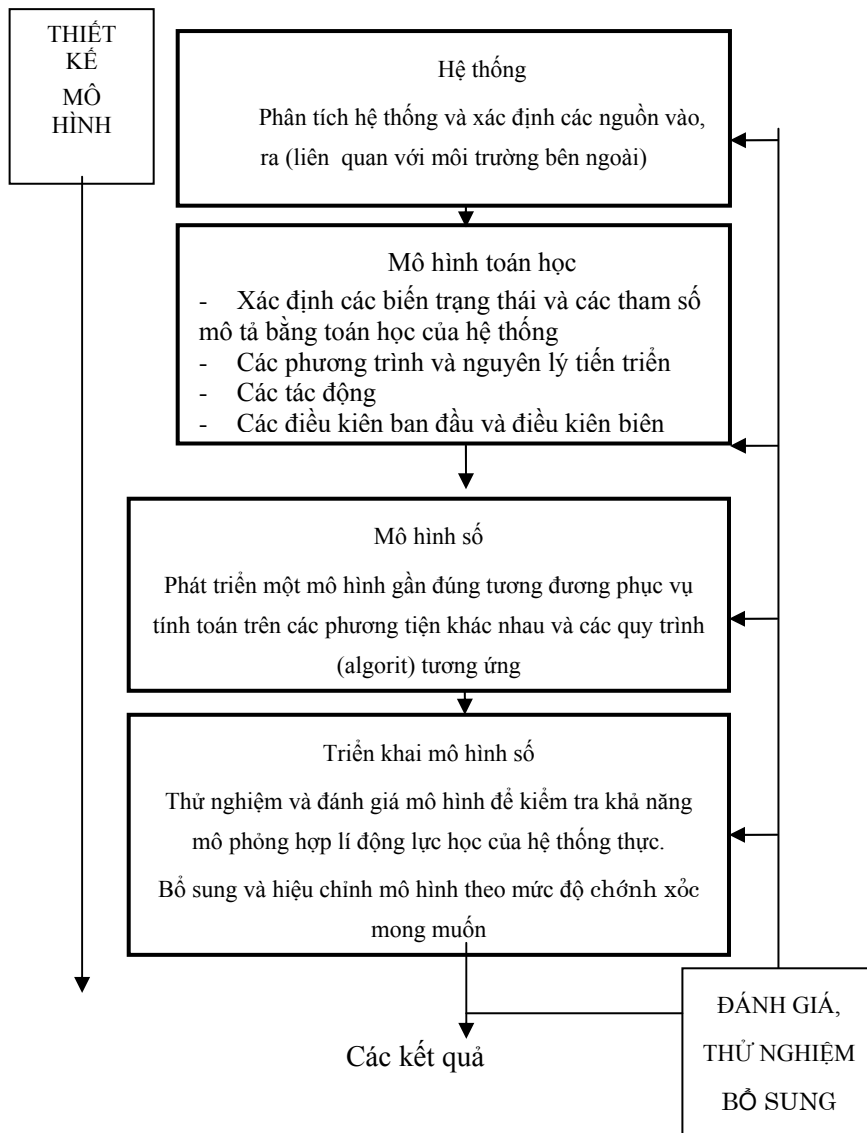
Kiểm soát, kiểm tra và quản lý chỉ có thể tiến hành được nếu như đối với một biến lựa chọn đặc trưng nào đó, người ta có thể dự đoán sự tiến triển của nó. Đồng thời, căn cứ vào các mối liên kết và những tác động tương ứng, có thể xác định bằng phương pháp tối ưu các nhượng bộ cần thiết giữa một bên là sự phát triển công nghiệp hoá với một xã hội đầy đủ và bên khác là các yêu cầu cần bảo vệ các tài nguyên không thay thế được của thiên nhiên.

Nhằm mục đích dự tính sự tiến triển của các biến lựa chọn, người ta cần đến một ý tưởng, một mô hình về các cấu trúc của chúng.

Trong thực tiễn nghiên cứu, người ta sử dụng rất nhiều loại mô hình khác nhau. Trước hết là *mô hình tương đương*, ví dụ như mô hình các khớp nối cho phép mô tả những vận động có thể của chân tay, có loại mô hình kích thước nhỏ như mô hình một máy bay mà người ta sử dụng trong các phòng thí nghiệm, có loại mô hình kỹ hơn, các mô hình vật lý cho phép mô phỏng các hiện tượng rất xa lạ nhưng lại có một cấu trúc hoàn toàn tương tự (*analog*) như một dòng điện tái hiện một quá trình tương tác sinh thái hay chuyển động của một viên đạn. Những mô hình này được gọi là các *mô hình ảnh* vì chúng chỉ thể hiện một hình ảnh cụ thể của hiện tượng. Chúng thường rất có ích cho việc nghiên cứu sơ bộ các hiện tượng đơn giản (người ta có thể xây dựng một mô hình thu nhỏ của thủy vực để nghiên cứu sóng nhưng mô hình như thế không thể sử dụng để nghiên cứu quá trình ô nhiễm hoá học của thủy vực và hệ sinh thái của nó.

Ngược lại, *mô hình toán học* lại thể hiện một hình ảnh tượng trưng của hiện tượng, một hệ thống các kí hiệu và các phương trình có thể thích ứng cho xử lý số trên các máy tính.

Mô hình toán học có khả năng rất lớn cho phép chứa đựng tất cả các mô hình ảnh cụ thể mà hiện tượng có được. Thực vậy, nếu như các quá trình vật lý khác nhau có thể sử dụng để mô tả cùng một hiện tượng, thì về thực chất, chúng được mô tả bởi những phương trình toán học giống nhau và chính những phương trình đó (trong cùng những điều kiện ban đầu và điều kiện biên như nhau) sẽ cho cùng lời giải như nhau. Trong cách tiếp cận này, rất ít khi người ta quan tâm đến ý nghĩa của các kí hiệu: thế điện trường, hàm dòng, nhiệt độ, ...



**Hình 1.1. Nguyên lí mô hình toán học**

Mô hình toán học được xây dựng thích ứng cho tính toán số trị được mô tả trên hình 1.1. Trong giáo trình này chúng tôi sẽ lần lượt trình bày nội dung các hợp phần cơ bản bắt đầu từ phân tích hệ thống, xây dựng mô hình toán học và cuối cùng là mô hình số.

Trong chương 1 sẽ giới thiệu những khái niệm cơ bản về hệ thống biến, các loại mô hình, phương pháp xây dựng và các hợp phần cơ bản của mô hình toán học hệ thống biến.

# CHƯƠNG 1. PHÂN TÍCH CÁC HỆ THỐNG TỰ NHIÊN VÀ THIẾT KẾ MÔ HÌNH TOÁN HỌC

## 1.1. PHÂN TÍCH VÀ THỂ HIỆN HỆ THỐNG TỰ NHIÊN

Vấn đề đầu tiên để thiết lập mô hình toán học của một hệ thống là việc phân tích, mô tả và thể hiện nó. Người ta cần xác định những cấu phần của hệ thống và các cấu phần của môi trường bên ngoài, đồng thời cũng cần xác định các tác động bên ngoài lên các thành phần bên trong cũng như lên biên của hệ thống.

Để mô tả một hệ thống, trước hết cần xác định hệ quy chiếu của nó, nghĩa là giới hạn không gian và thời gian trong đặc trưng giới hạn của nó.

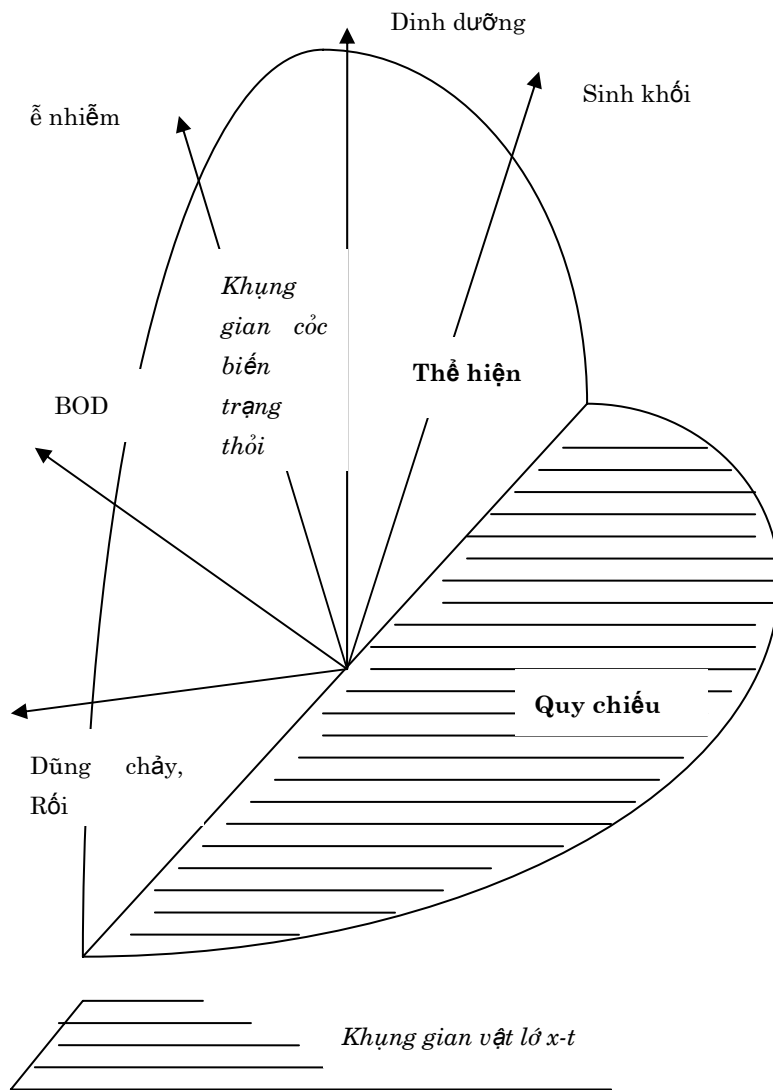
Chúng ta lấy ví dụ về một yêu cầu thiết lập mô hình thông gió cho một khu phòng ở. Hệ thống này không thể xác định một cách đầy đủ nếu chỉ giới hạn cho phòng ở đó. Chúng ta cần xác định yêu cầu nghiên cứu chế độ mùa đông, mùa hè bao quát cả chu kỳ năm hay chỉ đối với một điều kiện ban đầu cụ thể và tiếp diễn mãi hoặc dừng lại tại một trạng thái mong muốn nào đó. Như vậy việc xác định hệ thống đòi hỏi một số yêu cầu cụ thể hoá đối với các giới hạn thời gian.

Tuy nhiên điều này vẫn chưa đủ vì người ta có thể chỉ quan tâm tới một vấn đề duy nhất, ví dụ lưu thông khí trong các phòng và xem đây như là một hệ thủy động lực học đặc trưng.

Đương nhiên các hệ tự nhiên bao giờ cũng hết sức phức tạp, vì vậy yêu cầu có được một mô hình là hết sức cần thiết. Mô hình này, trước hết, cần xác định các tính chất của hệ tự nhiên, những tính chất này là những tính chất cơ bản nhất, phụ thuộc vào các mục tiêu cụ thể của mô hình, cần xác định có bao nhiêu trong số đó là đủ, để cung cấp những mô phỏng hợp lý (và đơn giản nhất) của hệ thống. Nói một cách khác, mô hình cần xác định hệ thống theo đòi hỏi cụ thể và cụ thể hoá các biến cần và đủ để mô tả trạng thái của hệ với một độ chính xác nhất định.

Việc mô tả một hệ thống tương ứng việc xác định giới hạn theo không gian  $X - t$  (*quy chiếu của hệ*) và mức độ *thể hiện* của nó trong không gian các biến trạng thái.

Hiện trạng này được mô tả trên hình 1.2 đối với một hệ thống giả định có thể ứng dụng cho một hệ thống biển; *quy chiếu của hệ* (phần gạch) trong trường hợp đó thể hiện cho một cửa sông, một vịnh, một biển hay thềm lục địa, trong một khoảng thời gian nhất định, phụ thuộc vào mục tiêu cụ thể của mô hình.



**Hình 1.2. Phân tích hệ thống tự nhiên**

Những thể hiện của hệ lại phụ thuộc vào yêu cầu của vấn đề đặt ra. Thông thường người ta chia một hệ tự nhiên thành ba phân hệ: vật lý, hoá học và sinh học. Trước đây, phần lớn các mô hình đều thuộc vào một trong ba phân hệ nêu trên. Trong thực tế hiện nay, đặc biệt khi nói đến những vấn đề liên quan đến ô nhiễm, các mô hình trên trở nên rất hạn chế và xuất hiện yêu cầu nghiên cứu thực sự đa chuyên môn.

Tính chất đa chuyên môn của mô hình đã làm cho nó trở nên lớn hơn. Tuy nhiên, tương ứng với không gian vật lý, mô hình cần được giới hạn mức thể hiện đối với một số biến cơ bản nhất định đáp ứng yêu cầu mô tả cấu trúc trên cơ sở mục tiêu đã được đặt ra.

Như vậy, cùng một hệ thống tự nhiên, có thể được thể hiện qua nhiều hệ mô hình, các mô hình này thường có chung quy chiếu nhưng lại khác nhau về thể hiện và dẫn đến các loại mô hình toán học khác nhau phụ thuộc vào các thiết kế riêng biệt. Các mô hình này cần được xem xét như các tập hợp con của một mô hình vạn năng trong quản lý, theo đó việc xây dựng cần



được tiếp tục nhằm giữ lại các dấu ấn của tất cả các khía cạnh đã từng bị loại bỏ nhằm nhanh chóng đạt được các kết quả riêng, nhưng chúng lại đã từng được thừa nhận.

## 1.2. GIẢM BỚT KÍCH THƯỚC CỦA HỆ THỐNG

Trong rất nhiều trường hợp, người ta không quan tâm đến động lực học của hệ thống, mà chỉ quan tâm đến các cấu trúc trung bình hay tổng thể theo một nghĩa nào đó.

Các giá trị trung bình có thể được thể hiện trong không gian các biến trạng thái cũng như trong không gian vật lí. Ví dụ, có rất nhiều mô hình sông chỉ giới hạn mức độ quan tâm đến sự tiến triển theo thời gian và theo hướng dòng sông của những đặc trưng trung bình theo độ sâu và theo bề rộng. Điều này làm giảm quy chiếu tới mức tối thiểu: một biến thời gian và một biến không gian. Trong giai đoạn ban đầu, một mô hình thủy văn có thể cho phép mô tả độ muối và độ đục được xác định thông qua nồng độ tổng của các phân tử hoà tan và lơ lửng. Trong bước tiếp theo, mô hình được cải tiến nhằm bao gồm cả các yếu tố hoá học cơ bản (dinh dưỡng, ô nhiễm, ...) hoà tan và lơ lửng hoặc tiến tới bao gồm thêm chu trình sinh học, được xét đến trong tổng thể hay chia thành nhiều nhóm các thành phần (thực vật nổi, động vật nổi, sinh vật đáy, ...). Trong thí dụ sau cho ta thấy sự giảm bớt của thể hiện hệ thống.

Một miền chỉ được mô tả bằng các giá trị trung bình của các tính chất hoặc tổng thể của chúng được gọi là *các hộp* trong không gian vật lí hoặc là *các bộ phận* trong không gian trạng thái.

Trong những thí dụ nêu trên, mỗi mặt cắt ngang của sông được xét như mỗi hộp; các phân tử hoà tan, lơ lửng, các hợp phần của xích chuyển hoá sinh học được xem như các bộ phận.

Ngoài ra, phụ thuộc vào các mục tiêu cụ thể của mô hình, mức độ mô tả một hệ thống có thể kĩ hay không kĩ. Điều này được thể hiện một cách chung nhất thông qua:

- xác định quy chiếu, nghĩa là giới hạn hệ thống trong một miền địa lí nhất định và một khoảng thời gian nhất định, đó là đối tượng nghiên cứu;
- xác định thể hiện, nghĩa là cần xác định cụ thể các biến trạng thái cơ bản nhất của bài toán đặt ra;
- giảm bớt quy chiếu, nghĩa là tích phân theo một hay nhiều biến không gian và thời gian;
- giảm bớt thể hiện, nghĩa là giới hạn các tính chất chung của các bộ phận chính trong không gian trạng thái.

Ngoài các tính chất trung bình của các bộ phận, người ta có thể chú trọng đến một thành phần hoá học hay một loài sinh vật đặc trưng nào đó có khả năng thể hiện được cấu trúc mô phỏng cho toàn hệ thống. Các biến trạng thái bổ sung cũng có thể được đưa thêm nhằm mô tả các vết tích đặc trưng.

### 1.3. LIÊN KẾT VÀ TRAO ĐỔI CỦA HỆ THỐNG VỚI MÔI TRƯỜNG BÊN NGOÀI

Các mối tương tác của hệ thống với thế giới bên ngoài được thể hiện thông qua các quan hệ nguồn nhập và xuất của hệ thống.

Việc xác định tất cả các nguồn nhập và xuất là vấn đề cơ bản nhất trong khi xây dựng một mô hình toán học.

Vấn đề phân định giới hạn địa lí của hệ thống làm xuất hiện biên giới (giới hạn – bờ, bãi, biên biển hồ, ...) trên đó thường xảy ra các quá trình trao đổi với bên ngoài. Những trao đổi này hình thành nên các nguồn xuất - nhập qua biên. Các quá trình tương tác có thể được xem hoàn toàn tương tự giữa biển và sông, giữa biển và khí quyển hay giữa biển và trầm tích đáy.

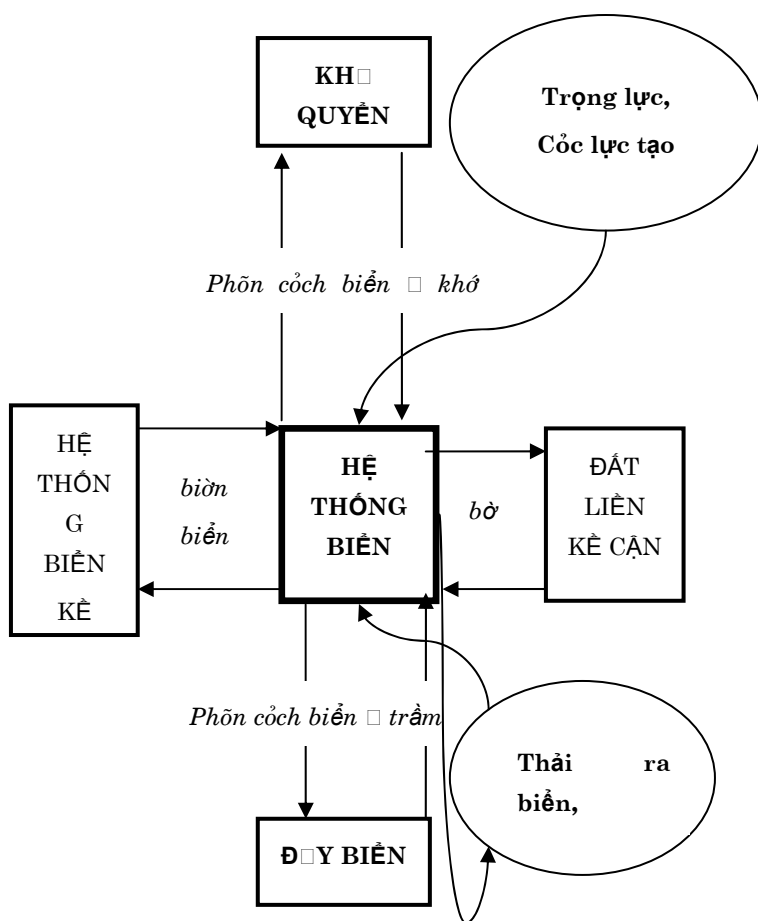
Bên cạnh các mối tương tác trên biên, thế giới bên ngoài còn có thể gây ra tác động lên hệ thống thông qua các lực, các nguồn và các lỗ hổng “thể tích” (lực trọng trường và tạo triều, bức xạ mặt trời, đổ thải ra biển, đánh bắt cá, ...).

Trạng thái trên được thể hiện trên hình 1.3 như một thí dụ đối với hệ thống biển. Giới hạn của thể hiện một hệ thống dẫn đến một dạng phân tách giữa hệ thống và bên ngoài thông qua các trao đổi được thể hiện bằng các nguồn xuất-nhập.

Cần phân tích rõ thêm về vấn đề này vì người ta hay tìm cách kết hợp các quan niệm “trong” và “ngoài” vào việc chỉ mô tả khía cạnh vật lí của hệ thống và quan niệm sai cho rằng các bộ phận bên trong của hệ thống hoặc các cơ chế liên quan trong không gian và thời gian chỉ nằm trong quy chiếu của hệ thống.

Tuy nhiên, trong triển khai mô hình hoá, một hệ thống được xác định bởi thể hiện của nó cũng như quy chiếu và tất cả các phần tử không thuộc không gian các biến trạng thái cần được xem xét như các thành phần bên ngoài, ngay cả khi chúng tương đồng trong không gian vật lí.

Ví dụ, trong các hệ thống biển, năng suất sinh học sơ cấp thường được mô tả thông qua mối tương tác giữa nồng độ tổng cộng của các chất dinh dưỡng và sinh khối của thực vật phù du và động vật phù du. Một số mô hình có thể bao gồm cả vi khuẩn vào biến trạng thái, trong khi một số mô hình khác lại không làm như vậy. Vi khuẩn sống trong vùng biển nghiên cứu là một bộ phận của hệ thống thực nhưng chúng không thuộc vào hệ thống toán học như trong dạng thứ nhất của mô hình. Trong các mô hình loại hai, các vi khuẩn rõ ràng là một bộ phận của thế giới bên ngoài và ảnh hưởng của nó đối với động lực học của hệ cần được xem xét như một nguồn nhập từ bên ngoài.



Hình 1.3. Các quan hệ xuất nhập của hệ thống biển

#### 1.4. CÁC BIẾN TRẠNG THÁI

Giai đoạn trước tiên trong xây dựng một mô hình toán học đó là xác định quy chiếu và thể hiện của hệ thống. Định nghĩa của thể hiện dẫn đến việc lựa chọn một số lượng nhất định các biến trạng thái đại diện. Yêu cầu đặt ra là vừa đủ để mô tả một cách hợp lý cấu trúc của hệ nhưng số lượng phải hạn chế để đảm bảo duy trì hệ thống trong các giới hạn vừa phải được quy định bởi khả năng và giá cả của các công cụ tính toán.

Một cách lí tưởng, nếu người ta mong muốn, có thể mô tả một hệ tự nhiên trong sự phức tạp rất lớn, yêu cầu đặt ra ở đây là xác định nồng độ và tốc độ biến động của tất cả các hoá chất (hoà tan, hạt, ...) và của tất cả các cơ thể sống ở tất cả mọi điểm của quy chiếu.

Một sự mô tả như vậy, về thực chất, có rất ít khả năng triển khai do đó mỗi quan tâm đầu tiên của một mô hình là việc thay thế một hệ thống tự nhiên phức tạp bằng một mô hình hệ thống đơn giản hơn. Có thể dẫn ra sau đây một số hướng đơn giản hoá khi xây dựng và triển khai mô hình.

a) Phép đơn giản hoá đầu tiên đạt được bằng cách đưa vào các biến phổ quát để mô phỏng cơ chế chuyển động. Do nước và không khí là những hỗn hợp của các phần hoà tan, các vật chất đặc biệt, các cá thể sống, ..., nếu như  $\rho_i$  và  $V_i$  được thể hiện tương ứng cho mật độ (khối lượng trên một đơn vị thể tích) và vận tốc các hợp phần  $C_i$ , ta có định nghĩa mật độ của hỗn hợp:

$$\rho = \sum \rho_i, \quad (1.1)$$

vận tốc của hỗn hợp:

$$V = \frac{\sum \rho^i V^i}{\sum \rho^i} \quad (1.2)$$

trong đó các tổng được tiến hành đối với tất cả các hợp phần.

Cơ học của các chất lỏng địa vật lí có nhiệm vụ phân tích các thành phần  $\rho$  và  $V$  cùng với các biến liên quan như áp suất và nhiệt độ.

b) Phép đơn giản hoá thứ hai liên quan đến những hạn chế đối với các biến hoá học và sinh học chủ yếu. Nói một cách khác, người ta không chú trọng tất cả các hợp phần  $C_i$  mà chỉ xem xét một số lượng hạn chế các hợp phần đó.

c) Thể hiện của hệ thống được giảm bớt thông qua việc không xem xét hết tất cả các dạng, các tổ hợp và các biến của các hợp phần lựa chọn mà chỉ giới hạn đối với một số nồng độ phổ quát cho một số lượng các hợp phần (bộ phận) và một số lượng khác được hạn chế nghiên cứu trong dạng các vết tích (tracer).

Mật độ chung của tất cả các hợp phần cần được xem là một trong số các biến trạng thái. Một nét hết sức quan trọng ở đây là đối với hệ thống biển ta có độ muối  $\rho_s$  như mật độ của tất cả các chất hoà tan, còn đối với không khí là mật độ các hơi, chủ yếu là hơi nước (độ ẩm)  $\rho_h$ , mật độ các chất lơ lửng (độ đục)  $\rho_t$  và các sinh khối của các hợp phần sống như thực vật phù du, động vật phù du, ..., được thể hiện trong một thứ nguyên vận năng (ví dụ hàm lượng cacbon). (Cần nói thêm rằng sự khác nhau giữa độ muối và độ đục nhiều khi mang tính quy ước và các nhà thực nghiệm cho rằng những chất hoà tan là những chất có thể đi qua một màng lọc có độ dày nhất định).

Các biến trạng thái hợp phần được kí hiệu như  $\rho_\alpha$ . Người ta nói rằng  $\rho_\alpha$  thể hiện mật độ của hợp phần  $\alpha$ , bằng cách mở rộng khái niệm thành phần vì trong mô hình nó thể hiện cho toàn bộ một hợp phần (tất cả các chất hoà tan, ...) hay tổng lượng của một hợp phần cho một nguyên tố nào đó (dinh dưỡng, ô nhiễm, ...).

d) Ảnh hưởng của nhiệt độ lên động lực học của hệ thống biển đã luôn được nhắc đến. Đó có thể là một biến nhiệt động học được lấy từ cơ sở cơ học thống kê của hệ thống.

Các biến sinh thái có nguồn gốc thống kê tương tự như chỉ số phân tán hay chỉ số ổn định thường sử dụng tốt cho việc mô tả hiện trạng (sức khoẻ) của một hệ sinh thái và cung cấp các thông tin chính xác, không yêu cầu đi vào các chi tiết, của sinh khối hay nồng độ chất ô nhiễm. Việc phân loại “nhiệt thủy động lực” - được rút ra từ các tiến bộ mới nhất của nhiệt động học các quá trình không thuận nghịch trong sinh học và trong sinh thái học - và thường được sử dụng để mô tả một dạng biến như vậy.

e) Một sự đơn giản hoá đáng kể khác được đưa vào để phân chia các biến về trung bình và nhiễu động, trong đó chỉ có một tác động phổ quát – không đi vào chi tiết - được xuất hiện trong mô hình. Phép đơn giản hoá này dẫn đến kết quả làm giảm quy chiều thời gian cho hệ thống.

Trong thực tế, người ta xây dựng một mô hình nhằm mục đích mô phỏng một khía cạnh nào đó của các hiện tượng. Ví dụ  $T$  là thời gian đặc trưng nhỏ nhất của hiện tượng cần nghiên cứu. Các quá trình dao động hoặc chuyển động hỗn loạn với thời gian đặc trưng nhỏ hơn nhiều so với  $T$  có xu thế tự triệt tiêu nhau trong một chu kỳ tương đương  $T$ . Do đó chúng chỉ đóng góp vào trạng thái động lực của hệ thống thông qua các thành phần phi tuyến mà người ta hy vọng thể hiện được trong quy mô phổ quát thông qua một giả thiết khép kín hợp lý nào đó. Biến định lượng này có thể thể hiện bằng toán học thông qua việc đưa ra một đại lượng trung bình theo thời gian – theo nghĩa của phương pháp Krylov, Bôgoliubov và Mitropolsky – với một chu kỳ thời gian đủ nhỏ để hiện tượng nghiên cứu không kịp biến đổi về trung bình nhưng lại đủ lớn để loại trừ các chi tiết của những quá trình đàn hồi và dao động nhanh có khả năng làm phức tạp thêm các phép phân tích.

f) Việc giảm quy chiều bằng cách tích phân theo một hay nhiều tọa độ không gian dẫn đến những phép đơn giản hoá bổ sung. Việc lấy tích phân hay trung bình theo một hướng không gian sẽ loại trừ thành phần vận tốc theo hướng tương ứng, chỉ còn phải xác định giá trị của nó ở trên biên nhằm biết được các phần nhập và xuất vào hộp. Cũng như đối với một mô hình biển ven được tích phân theo độ sâu, véc tơ vận tốc được chuyển thành véc tơ theo mặt ngang với hai thành phần, trong một mô hình sông tích phân theo độ sâu và theo bề ngang, vận tốc chỉ còn một thành phần duy nhất hướng theo trục sông; còn trong mô hình hộp tích phân hoàn toàn trên một không gian của miền, vận chuyển của nước trong lòng hộp sẽ không còn là mục tiêu nghiên cứu nữa và chỉ cần đánh giá phần xuất và nhập qua biên mà thôi, trong trường hợp này biến vận tốc không còn là một biến trạng thái nữa.

## 1.5. CÁC THAM SỐ ĐIỀU KHIỂN

Cùng với các biến trạng thái, một loạt các tham số khác nhau cũng sẽ xuất hiện trong những mô tả toán học của hệ thống. Người ta có thể gọi đó là các tham số điều khiển vì chúng gây ảnh hưởng lên quá trình tiến triển của hệ thống (và từ đây chúng xuất hiện trong các phương trình tiến triển) nhưng lại không thể dự tính theo mô hình được (không thể có một phương trình tiến triển nào đối với chúng).

Loại tham số điều khiển thứ nhất mà chúng ta quan tâm là các *tham số dẫn*, chúng được con người sử dụng để quản lý hệ thống tự nhiên dựa theo một thiết kế tối ưu nào đó.

Nhìn chung, phần lớn các tham số rất khó lựa chọn thật phù hợp với các yêu cầu quản lý. Chúng thường bị tự nhiên áp đặt. Các tham số này thu được do quá trình phân tích và thể hiện ban đầu của hệ. Điều này có nguồn gốc xuất phát từ sự cần thiết phải hạn chế số lượng các biến trạng thái và yêu cầu trình bày quy luật tiến triển theo một cách vừa đơn giản nhưng lại có thể xử lý dễ dàng. Chúng phản ánh tất cả các khía cạnh của hệ thống thực mà mô hình đã không thể tính hết được do các phương trình cần thiết bổ sung phục vụ dự báo đã thoả hiệp phù hợp với quá trình tính toán. Quá trình này được lấy căn cứ theo mức độ khó khăn, sự không chắc chắn của cách thiết lập hoặc nói một cách đơn giản chúng phải phù hợp với kích thước của hệ thống và không vượt quá giới hạn của các máy tính.

Tuy những tham số điều khiển này thường ít có khả năng biết trước một cách tương đối và trong đại bộ phận trường hợp cần phải xác định gần đúng theo các mô hình riêng rẽ, các số liệu thực nghiệm hoặc các nhận quan lý thuyết. Các tham số này nhìn chung được rút ra từ các phép khép kín hệ thống vì thế chúng cần được nhìn nhận cố định, theo thuật ngữ của lý thuyết điều khiển tối ưu, khác với các tham số dẫn đã được đề cập trên đây.

Sự tách biệt giữa các biến trạng thái và các tham số điều khiển nhìn chung mang tính chủ quan hoặc ngẫu hứng và thường là một hàm của khả năng cũng như mức độ và quy mô của mô hình. Ví dụ, tất cả các mô hình biển về năng suất sinh học sơ cấp (các biến trạng thái: dinh dưỡng, vi khuẩn và phù du) đều bị chi phối bởi lượng ánh sáng tới. Trong giai đoạn đầu, ánh sáng tới có thể xem như một tham số điều khiển cố định và được thay bằng một giá trị thực nghiệm đối với từng thời kì cụ thể của năm. Các mô hình có thể chi tiết hơn và cho giá trị ánh sáng tới tại các độ sâu khác nhau như một hàm của cường độ ánh sáng trên mặt biển, từ đó dẫn đến việc độ trong suốt của nước biển trở thành một tham số điều khiển mới. Trong một phương án của mô hình hoàn thiện hơn, độ trong suốt của nước biển có thể được đưa vào trong các biến trạng thái và cùng với độ đục chúng cũng có thể được dự tính theo mô hình.

Các ví dụ về tham số điều khiển thường rất nhiều: hệ số trao đổi qua lớp nêm nhiệt biển hay lớp nghịch nhiệt trong khí quyển ở các mô hình hai lớp, tốc độ phản ứng hoá học cần xác định độc lập theo các thí nghiệm trong phòng hay theo một lý thuyết phân tử cơ bản nào đó được triển khai song song với mô hình, các hệ số tương tác sinh thái học, v.v..

Động lực học hiện tượng chuyển hoá hoá vị (chuyển một nguyên tố hoá học từ một cấu trúc này sang cấu trúc khác) cần được mô tả dưới một dạng toán học tương đối. Điều này chỉ có thể được trong điều kiện đưa ra nhiều tham số mà giá trị của chúng chỉ có thể được xác định bằng con đường thực nghiệm.

Như chúng ta đã thấy, các biến trạng thái được phân tách thành giá trị trung bình và các nhiễu động gắn liền với các dao động hoặc hỗn loạn. Các mô hình xây dựng đối với các biến trung bình chịu ảnh hưởng mạnh mẽ của các nhiễu động được thể hiện thông qua các thành

phân phi tuyến, tuy rằng chúng đã bị triệt tiêu đối với các chu kỳ đặc trưng của các quá trình lấy trung bình.

Những dao động nhanh hỗn loạn, các chuyển động hỗn loạn của tự nhiên đều dẫn đến một sự tăng cường khuếch tán, tương tự như quá trình khuếch tán phân tử, nhưng lại có hiệu quả cao hơn. Trong mô hình khuếch tán phân tử, các hệ số khuếch tán (hoặc khuếch tán xoáy) đều được đưa vào nhằm mục đích mô tả xáo trộn do chuyển động vĩ mô của nước hoặc không khí. Các hệ số này là những tham số điều khiển hết sức quan trọng. Thông thường người ta cho chúng trong dạng bán thực nghiệm một phần rút ra từ quan trắc, phần khác được lấy từ các kết quả nghiên cứu lý thuyết rồi.

## 1.6. CÁC NGUYÊN LÝ VÀ TÁC ĐỘNG CỦA QUÁ TRÌNH TIẾN TRIỂN

Các biến trạng thái chịu sự điều khiển của một hệ các phương trình tiến triển trong dạng đại số hay vi phân. Chúng thể hiện các quy luật bảo toàn động lượng, khối lượng, năng lượng và được thể hiện qua các tương quan giữa những biến thời gian và biến trạng thái. Các nguyên nhân gây nên những biến đổi này xuất phát từ các lực bên ngoài, các nguồn xuất- nhập cục bộ, tương tác bên trong hệ, sự cuốn hút do dòng chảy, quá trình khuếch tán rối và chuyển dịch.

Từ *chuyển dịch* sử dụng ở đây muốn chỉ ra một dạng chuyển động riêng tương đối so với chuyển động của cả tập hợp và được xác định bằng vận tốc xáo trộn  $V$ . Nhìn chung vận tốc riêng riêng phần  $V_a$  không bằng giá trị  $V$ . Do đó:

$$\rho_a V_a = \rho_a V + \rho_a (V_a - V) \quad (1.3)$$

Số hạng đầu của vế phải cho ta dòng vận chuyển (lưu lượng - flow) của thành phần  $a$  trong khi số hạng thứ hai lại là một dạng thông lượng (flux) gắn liền với vận tốc dòng chảy. Thông thường, thông lượng này phụ thuộc trước hết vào khuếch tán phân tử. Tuy nhiên khuếch tán phân tử lại luôn không đáng kể so với khuếch tán rối. Điều này có thể thấy qua phần của lưu lượng gắn liền với nhiễu động hỗn loạn của chuyển động đã được thể hiện rõ trong phương trình tiến triển, khi trường vận tốc được tách thành trường trung bình của bình lưu và các nhiễu động xung quanh trung bình đó. Trong thực tế có thể thấy rằng khuếch tán phân tử đã được bao gồm trong khuếch tán rối.

Một đóng góp khác vào các thông lượng được gây nên do chuyển dịch của động vật tự nguyện vượt qua các khối nước (chuyển dịch ngang của cá và của chim, chuyển dịch thẳng đứng của phù du do ánh sáng, ...), lắng đọng của trầm tích nặng hoặc dòng đi lên của các hợp phần nhẹ hay của khí.

Các thông lượng dạng này được nhóm lại dưới một tên chung là *di cư* (migration).

Một số kiểu di cư (tương tự lắng đọng trầm tích) có thể được mô tả một cách tương đối dễ dàng, một số kiểu khác (như di cư của cá) thường khó thể hiện hơn và thông thường chỉ một số các số liệu thống kê đơn giản được sử dụng để đánh giá chúng.

Về nguyên lí, biến động của một hệ thống luôn chịu tác động của các nguyên lí tiến triển (ví dụ các nguyên lí biến phân) và các tác động. Trong một số trường hợp, các nguyên lí này chỉ là một cách thể hiện các những quy luật tiến triển (ví dụ, các phương trình Euler-Lagrange của nguyên lí biến phân hoàn toàn tương ứng các phương trình tiến triển). Trong những trường hợp khác, chúng có thể hình thành nên một số yêu cầu bổ sung thêm các tham số điều khiển hoặc thông qua các nguồn nhập từ ngoài vào.

Một số tham số điều khiển, như chúng ta đã đề cập đến ở phần trên, được cố định bởi các mô hình riêng rẽ thông qua các số liệu thực nghiệm hay các giả thiết bán thực nghiệm. Một số tham số khác được phổ cập trong khoa học quản lí với mục đích đáp ứng các chỉ tiêu của cấu trúc tối ưu. Đó là các *tham số dẫn* mà các nguyên lí và các tác động dẫn cần phải đáp ứng.

Trong trường hợp một hệ thống tự nhiên, các nguyên lí và những tác động hoạt động một cách tự nhiên do yêu cầu cần thiết phải bảo vệ các tài nguyên thiên nhiên, giảm thiểu ô nhiễm, nói đơn giản là chúng tham gia tích cực vào điều khiển hệ thống. Các nguyên lí bắt buộc trong quản lí có thể xác định thông qua một số tham số điều khiển. Chúng cũng có thể đưa ra các hạn chế đối với các nguồn nhập từ ngoài và được thể hiện qua các yêu cầu kinh tế.

### **1.7. CÁC ĐIỀU KIỆN BAN ĐẦU VÀ ĐIỀU KIỆN BIÊN**

Để giải các phương trình tiến triển, yêu cầu phải có được các điều kiện ban đầu và điều kiện biên.

Về nguyên tắc, loại điều kiện thứ nhất cần phải có đối với tất cả các điểm của miền tính vào một thời điểm quy chiếu được xem là xuất phát. Các điều kiện thứ hai, ngược lại, cần được cho tại mọi thời điểm nhưng chỉ trên các điểm biên của khu vực nghiên cứu. Trong thực tế, trạng thái xuất phát được xác định theo một hoặc nhiều đợt khảo sát hiện trường và phải được xử lí nhằm đưa về một thời gian đồng thời và loại trừ hết các sai số có thể. Mặt khác, ta cũng gặp rất nhiều khó khăn trong việc đảm bảo có được một mạng lưới thường xuyên đủ vững để xác định các điều kiện biên cho mọi thời điểm. Việc thiếu các thông tin liên tục đặt ra yêu cầu phải nội ngoại suy và các xấp xỉ, chúng luôn được phản ánh thông qua chất lượng các kết quả triển khai mô hình. Trong số các vấn đề quan trọng nhất liên quan đến điều kiện biên và điều kiện ban đầu, chúng ta có thể dẫn ra như sau:

- a) sự đảm bảo các số liệu trên các biên khí quyển và biển hở,
- b) hình thành các điều kiện trên đáy và trên mặt phân cách biên-khí quyển,
- c) xác định và định lượng hoá các nguồn nhập theo hướng ngang (đặc biệt đối với các chất ô nhiễm đổ ra từ các nguồn và các sông).

Chúng ta có thể khẳng định rằng hiện nay các mô hình nhìn chung đang ở trạng thái phát triển tốt hơn so với hiện trạng các nguồn số liệu trên biên mà các mô hình đó sử dụng.



Một nhận định quan trọng có thể rút ra từ hiện trạng này. Khi chúng ta làm giảm quy chiếu của hệ bằng cách tích phân theo một hay nhiều biến tọa độ không gian, đồng thời chúng ta cũng đã làm giảm số lượng các biên của miền tính.

Ví dụ, hệ thống biên thể hiện trên hình 3 được mô tả qua 3 chiều và bị giới hạn bằng các biên ngang (bờ biển và các biên biển hồ), mặt phân cách biển-khí quyển và đáy biển.

Nếu như ta tích phân từ mặt đến đáy, làm cho kích thước không gian của quy chiếu bị giảm xuống còn hai, hệ thống được đơn giản hoá đến mức chỉ còn tồn tại các biên ngang mà thôi. Như vậy trên các biên này chúng ta cần áp đặt các điều kiện biên tương ứng cho phép giải các phương trình tiến triển đã được đơn giản hoá (tích phân đến đáy).

Trong trường hợp này, các điều kiện trên đáy và trên mặt phân cách biển-khí quyển không phải đều đã trở nên vô ích cả. Ngược lại chúng xuất hiện bằng cách khác thông qua các phương trình tiến triển rút ra được từ quá trình lấy tích phân. Điều này có thể dễ giải thích thông qua ví dụ về thông lượng theo phương thẳng đứng của một thành phần có nồng độ là  $\mu$ . Trong mô hình ba chiều, thông lượng này được thể hiện thông qua một số hạng dạng:

$$\frac{\partial}{\partial x_3} \left( k_3 \frac{\partial \mu}{\partial x_3} \right)$$

trong đó  $x_3$  là tọa độ theo phương thẳng đứng và  $k_3$  là hệ số khuếch tán rối.

Trong một mô hình tích phân từ mặt đến đáy, thành phần này sẽ có dạng:

$$\int_{-h}^{\zeta} \frac{\partial}{\partial x_3} \left( k_3 \frac{\partial \mu}{\partial x_3} \right) dx_3 = \left( k_3 \frac{\partial \mu}{\partial x_3} \right)_{x_3=\zeta} - \left( k_3 \frac{\partial \mu}{\partial x_3} \right)_{x_3=-h} \quad (1.4)$$

trong đó

$$x_3 = \zeta \quad (1.5)$$

và

$$x_3 = -h \quad (1.6)$$

là các phương trình tương ứng mặt và đáy biển,

$$\left( k_3 \frac{\partial \mu}{\partial x_3} \right)_{x_3=\zeta} \quad \text{và} \quad \left( k_3 \frac{\partial \mu}{\partial x_3} \right)_{x_3=-h}$$

là các thông lượng tại mặt và đáy biển tương ứng.

Các thông lượng này, về nguyên tắc, là các điều kiện biên. Bằng cách tích phân theo độ sâu, chúng đã được đưa vào trong các phương trình tiến triển.

Nhận định này vẫn còn giá trị khi người ta tiến hành tích phân theo số biến không gian lớn hơn 1: các nguồn nhập và xuất trên biên đã được chuyển đổi thành các nguồn xuất-nhập của “thể tích”. Chúng sẽ làm mất các điều kiện biên nhưng cần được đưa vào trong số hạng nguồn-tiêu huỷ của phương trình tiến triển.

Nhìn chung, sẽ rất khó để có thể thể hiện các điều kiện biên nếu như chúng ta không sử dụng đến các hệ số thực nghiệm. Tuy nhiên bằng cách thông qua tích phân theo không gian, các điều kiện trên biên đã được đưa vào trong các phương trình tiến triển, chúng sẽ dẫn đến làm xuất hiện các tham số điều khiển bổ sung, nhiều khi chúng có một vai trò chủ chốt trong cấu trúc của cả hệ thống.

Với việc kết thúc trình bày các khái niệm cơ bản về xây dựng các mô hình toán học hệ thống biển, chúng ta thấy sự cần thiết nhắc lại và đi sâu phân tích hệ các phương trình tiến triển đã được thiết lập trong các giáo trình vật lý và cơ sở động lực học biển. Trong chương 2, chúng ta sẽ tập trung nghiên cứu các phương trình tiến triển tổng quát của cơ học nước biển và không khí (chất lỏng địa vật lý). Tiếp theo, chương 3 sẽ dành sự quan tâm cho các cơ sở lý thuyết của quá trình khuếch tán rối biển và chương 4 là các quá trình xáo trộn trong biển. Những kiến thức này là cơ sở phục vụ nghiên cứu các mô hình hiện có của hệ thống biển cũng như xây dựng các mô hình mới đáp ứng các vấn đề đặt ra.

Chúng ta sẽ bắt tay vào việc nghiên cứu các phương trình tiến triển của cơ học chất lỏng địa vật lý.

## **CHƯƠNG 2. CƠ HỌC CHẤT LỎNG ĐỊA VẬT LÝ VÀ CÁC PHƯƠNG TRÌNH TIẾN TRIỂN**

### **2.1. ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN KHỐI LƯỢNG VÀ PHƯƠNG TRÌNH KHUYÉCH TÁN VẬT CHẤT**

Do đặc điểm của tự nhiên nước trong sông, biển và không khí trong khí quyển luôn được xem là các hỗn hợp chất lỏng. Theo quan điểm này thì bên cạnh các thành phần cơ bản như Ôxy và Nitơ chiếm 99% trong khí quyển và các phân tử nước chiếm 96,5% trong biển, còn có các thành phần thứ cấp như hơi nước trong khí quyển và muối hoà tan trong nước và cuối cùng là các thành phần tỷ trọng thấp chỉ thể hiện trong dạng các vệt.

Giả sử  $\rho^i$  và  $v^i$  là mật độ và vận tốc dịch chuyển của từng của hợp phần  $i$  của chất lỏng. Nếu  $V$  là một thể tích bất kì chiếm một phần chất lỏng có mặt phân cách là  $S$ , thì sự biến đổi theo thời gian của khối lượng chung của một hợp phần  $i$  chứa trong  $V$  có thể thể hiện như tổng của nguồn sản sinh (hay tiêu huỷ) của hợp phần  $i$  trong lòng  $V$  và vận chuyển về (hay đi) của hợp phần đó qua bề mặt  $S$ :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho^i dV = \int_V (S^i + I^i) dV - \int_S (\rho^i v^i) \bar{e}_n dS.$$

trong đó  $\bar{e}_n$  là véc tơ đơn vị theo pháp tuyến đối với mặt  $S$  và  $S^i$  cùng  $I^i$  là tốc độ sản sinh (tiêu huỷ khi chúng có giá trị âm) của hợp phần  $i$  trong một đơn vị thể tích do các tác nhân bên ngoài (v.d. đổ ra biển) hay do tương tác (v.d. phản ứng hoá học và sinh thái).

Khi thể tích  $V$  cố định, người ta có thể chuyển đổi đạo hàm theo thời gian và tích phân trong thành phần trái, áp dụng định lí tích phân mặt của Gauss, ta có thể viết phương trình trên về dạng:

$$\int_V \left[ \frac{\partial \rho^i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho^i \vec{v}^i) - S^i - I^i \right] dV = 0$$

Do thể tích  $V$  là bất kì, và tích phân này chỉ có thể luôn luôn bằng 0 khi biểu thức dưới dấu tích phân bằng 0. Như vậy ta có:

$$\frac{\partial \rho^i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho^i \vec{v}^i) = S^i + I^i \quad (2.1)$$

Để tiện lợi trong thực tế nghiên cứu người ta đưa ra đại lượng mật độ  $\rho$  và động lượng theo vận tốc tổng thể  $\vec{v}$  của hỗn hợp được xác định theo biểu thức sau:

$$\rho = \sum \rho^i, \quad (2.2)$$

$$\rho \vec{v} = \sum \rho^i \vec{v}^i, \quad (2.3)$$

trong đó  $\Sigma$  là tổng tất cả các thành phần của hỗn hợp. Đại lượng  $\rho \vec{v}$  là động lượng trên một đơn vị thể tích ( $\text{kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$ ).

Các vận tốc của từng thành phần không nhất thiết phải bằng vận tốc của hỗn hợp, như vậy phần tải  $\rho^i \vec{v}^i$  của từng thành phần sẽ được phân tích thành phần tải do dòng tổng thể  $\vec{v}$  và phần trượt qua chất lỏng:

$$\rho^i \vec{v}^i = \rho^i \vec{v} + \rho^i (\vec{v}^i - \vec{v}) \quad (2.4)$$

Phần trượt này có thể do khuếch tán phân tử hay thăng, giáng (migration): các phân tử nặng lắng đọng, các khí nhẹ bốc lên cao.

Nếu cho rằng:

$$\rho^i (\vec{v}^i - \vec{v}) = \rho^i \vec{m}^i + \vec{\varphi}^i \quad (2.5)$$

trong đó  $\vec{m}^i$  là tốc độ thăng giáng và  $\vec{\varphi}^i$  là thông lượng phân tử.

Như vậy phương trình (2.1) có thể viết:

$$\frac{\partial \rho^i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho^i \vec{v}) = \phi^i - \nabla \cdot \vec{\varphi}^i \quad (2.6)$$

trong đó

$$\phi^i = S^i + I^i - \nabla \cdot (\rho^i \vec{m}^i)$$

đặc trưng cho tốc độ chung nguồn (hoặc tiêu huỷ) cục bộ của thành phần “ $i$ ” do tương tác với bên ngoài, tương tác bên trong và thăng giáng.

Phương trình (2.6) thể hiện quy luật bảo tồn khối lượng: biến đổi theo thời gian khối lượng cục bộ của mỗi thành phần do kết quả chuyển dịch bởi chất lỏng, do khuếch tán phân tử và do tốc độ bổ sung của nguồn hoặc (và) mất mát do tiêu huỷ.

### Tóm tắt các toán tử

1.  $\nabla$  là toán tử véc tơ “nabla”

$$\nabla = \vec{e}_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + \vec{e}_2 \frac{\partial}{\partial x_2} + \vec{e}_3 \frac{\partial}{\partial x_3}$$

trong đó  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$  là các véc tơ đơn vị theo các trục tương ứng của hệ tọa độ trực giao  $x_1, x_2, x_3$

2. Áp dụng đối với một đại lượng vô hướng  $p$ ,  $\nabla$  tạo nên một véc tơ được gọi là gradient, được ký hiệu bằng grad

$$\nabla p \equiv \text{grad} p = \frac{\partial p}{\partial x_1} \vec{e}_1 + \frac{\partial p}{\partial x_2} \vec{e}_2 + \frac{\partial p}{\partial x_3} \vec{e}_3$$

3. Tích vô hướng  $\nabla \cdot \vec{a}$  cho ta div (divergence) của véc tơ  $\vec{a}$  được thể hiện qua dạng cổ đạo hình thức

$$\nabla \cdot \vec{a} \equiv \text{div} \vec{a} = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial a_j}{\partial x_j} \equiv \frac{\partial a_1}{\partial x_1} + \frac{\partial a_2}{\partial x_2} + \frac{\partial a_3}{\partial x_3}$$

hay viết gọn

$$\frac{\partial a_j}{\partial x_j}$$

theo cách viết quy ước một tổng, theo đó việc lặp lại một chỉ số chỉ ta biết một tổng của các giá trị theo chỉ số đó

4. Tích véc tơ  $\nabla \times \vec{a}$  là một véc tơ được gọi là xoáy của véc tơ  $\vec{a}$  và được ký hiệu theo cách khác nhau

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{a} &\equiv \text{rot} \vec{a} \equiv \text{curl} \vec{a} \\ &= \left( \frac{\partial a_3}{\partial x_2} - \frac{\partial a_2}{\partial x_3} \right) \vec{e}_1 + \left( \frac{\partial a_1}{\partial x_3} - \frac{\partial a_3}{\partial x_1} \right) \vec{e}_2 + \left( \frac{\partial a_2}{\partial x_1} - \frac{\partial a_1}{\partial x_2} \right) \vec{e}_3 \end{aligned}$$

### Tóm tắt các toán tử

5. Tích vô hướng hình thức  $\vec{a} \cdot \nabla$  là một toán tử véc tơ vi phân xem như đạo hàm hướng của véc tơ  $\vec{a}$

$$\vec{a} \cdot \nabla \equiv a_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + a_2 \frac{\partial}{\partial x_2} + a_3 \frac{\partial}{\partial x_3}$$

Các đạo hàm hướng theo các trục tọa độ chính là các đạo hàm riêng

$$\vec{e}_1 \cdot \nabla \equiv \frac{\partial}{\partial x_1}; \quad \vec{e}_2 \cdot \nabla \equiv \frac{\partial}{\partial x_2}; \quad \vec{e}_3 \cdot \nabla \equiv \frac{\partial}{\partial x_3}.$$

### Tóm tắt công thức

Quy luật bảo toàn khối lượng của một hợp phần i n o đú của mọi trường tự nhiên được thể hiện qua một phương trình thể hiện sự biến đổi theo thời gian của nồng độ cục bộ của hợp phần đó do vận chuyển do chất lỏng chuyển động:

$$\nabla \cdot (\rho^i \vec{v}) \equiv \text{div}(\rho^i \vec{v}) \equiv \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho^i v_j) = \\ + \frac{\partial}{\partial x_1} (\rho^i v_1) + \frac{\partial}{\partial x_2} (\rho^i v_2) + \frac{\partial}{\partial x_3} (\rho^i v_3)$$

- nguồn sản sinh hay tiêu huỷ tại chỗ bởi sự tương tác với bên ngoài của hệ thống, tương tác ngay trong lòng hệ thống và thăng giáng (ví dụ đối với trầm tích):

$$\phi^i = S^i + I^i - \nabla \cdot (\rho^i \vec{m}^i)$$

- khuếch tán phân tử trong lòng chất lỏng:  $\nabla \cdot \vec{\phi}^i$

Phương trình này được gọi là phương trình khuếch tán và có thể viết dưới dạng tương đương, trong đó các dạng được sử dụng nhiều nhất là:

$$\frac{\partial \rho^i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho^i \vec{v}) = \phi^i - \nabla \cdot \vec{\phi}^i \\ \frac{\partial \rho^i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_1} (\rho^i v_1) + \frac{\partial}{\partial x_2} (\rho^i v_2) + \frac{\partial}{\partial x_3} (\rho^i v_3) = \\ = \phi^i - \left[ \frac{\partial \phi^i_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \phi^i_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \phi^i_3}{\partial x_3} \right].$$

## 2.2. CÁC PHƯƠNG TRÌNH THỦY ĐỘNG LỰC TỔNG QUÁT

Lấy tổng tất cả các thành phần phương trình 2.6 đối với tất cả các hợp phần của hệ thống, bỏ qua vai trò của các thành phần bên phải, kết hợp các định nghĩa 2.2 và 2.3 ta thu được phương trình liên tục của chất lỏng chuyển động.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) \equiv \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \rho + \rho \nabla \cdot \vec{v} = 0. \quad (2.7)$$

Một phương trình khác thu được từ định luật thứ hai của Newton: đạo hàm của động lượng bằng tổng tất cả các lực tác động. Trong những lực đó cần kể đến các ngoại lực như trọng lực, các ứng suất và các lực gradient áp suất, lực ma sát nhớt.

Trên hệ tọa độ gắn liền với mặt đất, ta có:

$$\frac{\partial \vec{\pi}}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v} \vec{\pi}) = -2\vec{\Omega} \times \vec{\pi} + \rho \vec{g} + \vec{\chi} - \nabla p + \vec{F} \quad (2.8)$$

trong đó  $\vec{\pi} = \rho \vec{v}$  là động lượng trên một đơn vị thể tích,  $\vec{\Omega}$  là véc tơ vận tốc quay của quả đất,  $-2\vec{\Omega} \times \vec{\pi}$  là lực Coriolis,  $\vec{g}$  – véc-tơ gia tốc trọng trường,  $\vec{\chi}$  lực thiên văn tổng cộng trên một đơn vị thể tích ( lực tạo triều, ...),  $p$ - áp suất và  $\vec{F}$  là lực ma sát nhớt.

**Tóm tắt**

Ta có thể rút ra kết luận rằng các phương trình bảo toàn của tất cả các hợp phần của mọi trường tự nhiên cũng như mật độ  $\rho$  của hỗn hợp tuân thủ phương trình liên tục

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) \equiv \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \rho + \rho \nabla \cdot \vec{v} = 0.$$

hay trong tọa độ Đề Cêc:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_1}(\rho v_1) + \frac{\partial}{\partial x_2}(\rho v_2) + \frac{\partial}{\partial x_3}(\rho v_3) = \\ = \frac{\partial \rho}{\partial t} + v_1 \frac{\partial \rho}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial \rho}{\partial x_2} + v_3 \frac{\partial \rho}{\partial x_3} + \rho \left[ \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial v_3}{\partial x_3} \right] = 0. \end{aligned}$$

Cả ba thành phần của động lượng  $\vec{\pi}$  đều tuân thủ một phương trình khuếch tán:

$$\frac{\partial \pi_j}{\partial t} + \nabla \cdot (\pi_j \vec{v}) = \phi^j - \nabla \cdot \vec{\varphi}^j, \quad j = 1, 2, 3$$

hay một cách tường minh:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_j}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_1}(\pi_j v_1) + \frac{\partial}{\partial x_2}(\pi_j v_2) + \frac{\partial}{\partial x_3}(\pi_j v_3) = \\ = \phi^j - \left[ \frac{\partial \varphi^j_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \varphi^j_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \varphi^j_3}{\partial x_3} \right]. \end{aligned}$$

$\phi^j$  là thành phần  $j$  của véc tơ  $-2\vec{\Omega} \times \vec{\pi} + \rho \vec{g} + \vec{\chi} - \nabla p + \vec{F}$  là tập hợp lực Coriolis do quả đất quay, lực trọng trường, lực thiên văn (tạo triều), gradient áp suất và lực nhớt.

Lực ma sát nhớt được thể hiện qua thông lượng phân tử của động lượng, vì vậy các thành phần của nó được biểu diễn trong dạng div của véc tơ thông lượng  $\vec{\varphi}^j$ .

Có thể viết phương trình chuyển động trên về dạng các thành phần theo trục tọa độ như sau:

$$\frac{\partial \pi_j}{\partial t} + \nabla \cdot (\pi_j \vec{v}) = \phi^j - \nabla \cdot \vec{\varphi}^j \quad j = 1, 2, 3 \quad (2.9)$$

trong đó

$$\phi^j = \left[ -2\vec{\Omega} \times \vec{\pi} + \rho \vec{g} + \vec{\chi} - \nabla p \right]_j \quad (2.10)$$

cho ta tốc độ nguồn (hoặc tiêu huỷ) cục bộ của động lượng do các ngoại lực và nội lực tác động, trong đó  $\vec{\varphi}^j$  là thông lượng phân tử của động lượng. Dễ dàng thấy sự giống nhau của phương trình này với các phương trình (2.6), (2.8).

### 2.3. CÁC PHƯƠNG TRÌNH NHIỆT ĐỘNG HỌC TỔNG QUÁT

Phương trình mô tả biến đổi nhiệt độ được lấy từ phương trình cân bằng nhiệt. Nếu lấy ký hiệu entropi là  $\eta$  [ $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{độ}^{-1}$ ] và nhiệt độ là  $T$  [độ], ta có:

$$\begin{aligned} \rho T \left[ \frac{\partial \eta}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \eta \right] &\equiv \rho c_p \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla T \right] - \alpha T \left[ \frac{\partial p}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla p \right] = \\ &= \phi^\xi - \nabla \cdot \vec{\varphi}^\xi \end{aligned} \quad (2.11)$$

trong đó  $\phi^\xi$  là tốc độ nguồn nhiệt (lượng nhiệt trong một đơn vị thời gian) trên một đơn vị thể tích (nhiệt lượng tia, tản mát do ma sát, phản ứng hoá học, v.v...) và  $\vec{\varphi}^\xi$  là thông lượng nhiệt phân tử,  $c_p$  [ $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{độ}^{-1}$ ] là nhiệt dung riêng khi áp suất không đổi và  $\alpha$  [độ<sup>-1</sup>] hệ số giãn nở vì nhiệt.

Trong cơ học chất lỏng địa vật lý, các biến nhiệt động học không chỉ bao gồm nhiệt độ và áp suất. Cần phải tính đến các yếu tố như độ muối (trong biển và cửa sông), độ ẩm (trong khí quyển) và độ đục có thể gây ảnh hưởng tới mật độ.

Nếu chúng ta cho rằng độ muối là khối lượng tất cả các thành phần hoà tan chứa trong một khối lượng nước, độ ẩm là khối lượng hơi nước chứa trong một đơn vị thể tích không khí và độ đục là khối lượng các chất lơ lửng chứa trong một đơn vị thể tích nước, thì hệ phương trình sẽ thể hiện quy luật bảo toàn khối lượng cho ba thành phần tương ứng.

Ký hiệu  $\rho^\alpha$  thay cho từng thành phần tương ứng  $\rho^s, \rho^h, \rho^d$  ta có thể viết các biểu thức sau đây:

$$\rho^\alpha = \sum_{(a)} \rho^i \quad (2.12)$$

$$\rho^\alpha \vec{v}^\alpha = \sum_{(a)} \rho^i \vec{v}^i = \rho^\alpha \vec{v} + \rho^\alpha \vec{m}^\alpha + \varphi^\alpha \quad (2.13)$$

$$\phi^\alpha = \sum_{(a)} (S^i + I^i) - \nabla \cdot (\rho^\alpha m^\alpha) \quad (2.14)$$

Tuy nhiên trong đó các hàm nguồn và tiêu huỷ đã được đơn giản hoá tới mức tối đa. Trong trường hợp này phương trình tiến triển có dạng tổng quát sau đây:



$$\frac{\partial \rho^\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho^\alpha \vec{v}) = \phi^\alpha - \nabla \cdot \varphi^\alpha, \quad (2.15)$$

Chúng ta dễ dàng thấy sự giống nhau giữa phương trình này và phương trình khuếch tán (2.9). Điều này nói lên sự biến đổi cục bộ của độ muối, độ ẩm và độ đục theo thời gian là kết quả của quá trình tải do chất lỏng, của các nguồn (hay tiêu hủy) tại chỗ và khuếch tán phân tử trong môi trường.

Các phương trình 2.11-2.15 tạo nên một hệ gồm 4 phương trình đối với 5 biến  $\rho$ ,  $T$ ,  $\rho^s$  (hay  $\rho^h$ ) và  $\rho^l$ .

Như vậy, vấn đề đặt ra còn chưa được giải quyết. Và yêu cầu tiếp theo là thiết lập một hệ thức bổ sung giữa 5 biến nhiệt động lực học đó. Vấn đề này sẽ được giải quyết thông qua phương trình trạng thái của môi trường.

Như chúng ta đều biết, các chất lỏng địa vật lí luôn được đặc trưng bởi sự biến động không đáng kể của mật độ so với giá trị quy chiếu  $\rho_0$ .

Chúng ta có thể viết :

$$\rho = \rho_0 + \rho' \quad \text{với } \rho' \ll \rho_0$$

Thay biểu thức mật độ này vào phương trình liên tục ta có:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \rho + (\rho_0 + \rho') \nabla \cdot \vec{v} = 0. \quad (2.16)$$

Nếu lấy các đại lượng đặc trưng cho vận tốc và khoảng cách là  $\bar{v}$  và  $l$ , ta có thể rút ra từ biểu thức trên:

$$\nabla \cdot \vec{v} \sim \frac{v}{l} \frac{\rho'}{\rho_0} \ll \frac{\bar{v}}{l} \quad (2.17)$$

Điều này cho thấy rằng các thành phần có chứa đại lượng  $\nabla \cdot \vec{v}$  thường có bậc nhỏ hơn rất nhiều so với  $\bar{v}/l$  và có thể cho rằng khi vận tốc không lớn thì có thể xấp xỉ bỏ qua chúng:

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (2.18)$$

Việc thay phương trình liên tục (2.7) bằng phương trình điều kiện chất lỏng không nén (2.18) được gọi là xấp xỉ Boussinesq.

Trong khuôn khổ xấp xỉ Boussinesq, chúng ta có thể viết:

$$\vec{\pi} = \rho \vec{v} \sim \rho_0 \vec{v}.$$

Tuy nhiên điều kiện chất lỏng không nén (2.18) không áp dụng cho tất cả các thành phần của phương trình chuyển động, truyền nhiệt và khuếch tán trong biển.

**Tóm tắt:**

Nhiệt động học chất lỏng địa vật lý có thể được mô tả thông qua các biến  $\rho$  (mật độ),  $p$  (áp suất),  $\xi$  (năng lượng nhiệt riêng),  $\rho^s$  (độ muối) hay  $\rho^h$  (độ ẩm) và  $\rho^t$  (độ đục). Sự tiến triển của ba biến sau được mô tả bằng phương trình khuếch tán. Chúng ta có:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \nabla \cdot (\xi \vec{v}) = \phi^\xi - \nabla \cdot \varphi^\xi$$

$$\frac{\partial \rho^\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho^\alpha \vec{v}) = \phi^\alpha - \nabla \cdot \varphi^\alpha \quad \alpha = s, h, t$$

hay (trong tọa độ Đề các):

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_1} (\xi v_1) + \frac{\partial}{\partial x_2} (\xi v_2) + \frac{\partial}{\partial x_3} (\xi v_3) = \phi^\xi - \left( \frac{\partial \varphi_1^\xi}{\partial x_1} + \frac{\partial \varphi_2^\xi}{\partial x_2} + \frac{\partial \varphi_3^\xi}{\partial x_3} \right)$$

$$\frac{\partial \rho^\alpha}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_1} (\rho^\alpha v_1) + \frac{\partial}{\partial x_2} (\rho^\alpha v_2) + \frac{\partial}{\partial x_3} (\rho^\alpha v_3)$$

$$= \phi^\alpha - \left( \frac{\partial \varphi_1^\alpha}{\partial x_1} + \frac{\partial \varphi_2^\alpha}{\partial x_2} + \frac{\partial \varphi_3^\alpha}{\partial x_3} \right)$$

Mật độ biến đổi tuân theo phương trình cùng loại, trong đó các số hạng bên phải bị triệt tiêu

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_1} (\rho v_1) + \frac{\partial}{\partial x_2} (\rho v_2) + \frac{\partial}{\partial x_3} (\rho v_3) = 0$$

Mối tương quan giữa áp suất và các biến nhiệt động học khác sẽ được thể hiện thông qua phương trình trạng thái.

Chúng ta cần giữ mật độ biến đổi trong biểu thức lực hấp dẫn (trọng lực) vì  $g$  có giá trị lớn hơn nhiều so với các gia tốc thông thường trong chất lỏng vì vậy  $(\rho - \rho_0)g$  không thể xem là không đáng kể được.

Ngược lại, các hệ số nhiệt động học  $c_p$ ,  $\beta$  có thể xem là không đổi đối với từng môi trường và để tiện lợi người ta thường thay khái niệm nhiệt độ bằng nhiệt độ thế vị ( $\theta$ ) hay năng lượng nhiệt riêng  $\xi$  ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ ) được định nghĩa như sau:

$$T d\eta \sim T_0 d\eta = c_p d\theta$$

$$\xi = \rho c_p \theta$$

Kết hợp các công thức phương trình nhiệt động học 2.11 và các phương trình liên tục 2.18, 2.7 ta thu được:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \nabla \cdot (\xi \vec{v}) = \phi^\xi - \nabla \cdot \vec{\varphi}^\xi.$$

Như vậy chúng ta đã thừa nhận các tác động của quá trình vận chuyển do chất lỏng, của các nguồn cục bộ và của thông lượng phân tử trong biến đổi các tính chất nhiệt theo thời gian.

Trong thực tiễn khí tượng và hải dương học chúng ta thường sử dụng các đặc trưng đối với một đơn vị khối lượng hơn là đối với một đơn vị thể tích, cụ thể là:

*nồng độ* (kg/kg hay %):

$$\delta^\alpha = \rho_0^{-1} \rho^\alpha \quad (2.19)$$

*vận tốc*:

$$\vec{v} = \rho_0^{-1} \vec{\pi} \quad (2.20)$$

( $\vec{\pi}$  là véc tơ động lượng)

và *nhiệt độ thế vị*:

$$\theta = (\rho_0 c_p)^{-1} \xi \quad (2.21)$$

Bằng cách đưa ra các biểu thức đối với tốc độ nguồn và thông lượng trên một đơn vị khối lượng:

$$\psi = \rho^{-1} \phi \quad (2.22)$$

$$\vec{\Psi} = \rho^{-1} \vec{\varphi} \quad (2.23)$$

$$\psi^\theta = (\rho_0 c_p)^{-1} \phi^\xi \quad (2.24)$$

$$\vec{\Psi}^\theta = (\rho_0 c_p)^{-1} \vec{\varphi}^\xi \quad (2.25)$$

Chúng ta có thể viết các phương trình (2.6), (2.7), (2.18) về dạng tổng quát:

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \nabla \cdot (y \vec{v}) = \phi^y - \nabla \cdot \vec{\Psi}^y \quad (2.26)$$

từ phương trình này sẽ dẫn đến (2.6) khi thay  $y = \rho^i$ , thu được (2.7) khi cho  $y = \rho$  và (2.18) khi  $y = 1$  và cho vế phải bằng 0.

Một cách tổng quát, phương trình này cho ta thấy sự biến đổi theo thời gian của  $y$  ( $y = \delta_b, v_j, \theta, \delta_a, l$ ) phụ thuộc vào bình lưu và đối lưu do chuyển tải và đối lưu của chất lỏng  $\nabla \cdot (y\vec{v})$ , do nguồn và phân huỷ cục bộ  $\psi^y$  và do khuếch tán phân tử  $-\nabla \cdot \vec{\Psi}^y$ .

Trong cơ học chất lỏng địa vật lý, chúng ta có thể áp dụng lý thuyết Fourier- Fick – Onsager theo đó các thông lượng phân tử được xem phụ thuộc vào gradient các biến tương ứng, ví dụ:

$$\vec{\Psi}^y = -\alpha^y \nabla y.$$

Các phương trình này được gọi là *các phương trình cơ bản*. Chúng dẫn đến sự xuất hiện các tham số đặc trưng của chất lỏng  $\alpha^y$  ( $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ) và trong các trường hợp cụ thể:

$$1) y=1 \rightarrow \vec{\Psi}^y = 0;$$

$$2) y = v_j \rightarrow \vec{\Psi}^y = -\nu \nabla v_j$$

trong đó  $\nu$  là độ nhớt (hay khuếch tán) động học ( $\nu \sim 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  đối với không khí và  $\nu \sim 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  đối với nước).

$$3) y = \theta \quad \vec{\Psi}^y = -\lambda \nabla \theta_j$$

trong đó  $\lambda$  là hệ số (độ) khuếch tán nhiệt ( $\lambda = 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  đối với không khí,  $\lambda \sim 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  đối với nước).

$$4) y = \delta^i \quad \vec{\Psi}^y = -k^i \nabla \delta^i$$

trong đó  $k^i$  là hệ số (độ) khuếch tán khối ( $k^i$  phụ thuộc vào chất khuếch tán, với dụ  $k^s = 10^{-9} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  đối với muối trong biển).

#### 2.4. PHƯƠNG TRÌNH TIẾN TRIỂN CỦA ĐỘ NỔI

Trong cơ học chất lỏng địa vật lý, người ta thường so sánh trạng thái của hệ trong thực tế với trạng thái chuẩn với điều kiện entropi (và đương nhiên cả nhiệt độ thế vị), độ muối hay độ ẩm cũng như độ đục không biến đổi và chất lỏng nằm trong trạng thái tĩnh.

Trong trạng thái cân bằng thủy tĩnh nêu trên, gradient áp suất sẽ cân bằng lực hấp dẫn (trọng lực-  $\chi \sim 10^{-7} \rho g$ ):

$$\rho \vec{g} - \nabla p = 0, \quad (2.27)$$

Gradient áp suất theo độ cao sẽ tương ứng với phân tầng thẳng đứng; mật độ sẽ thỏa mãn phương trình sau:

$$\frac{d\rho}{dx_3} = \frac{1}{c^2} \frac{dp}{dx_3} = -\frac{\rho g}{c^2} \quad (2.28)$$

trong đó  $c$  là vận tốc truyền âm ( $c^{-2}$  là đạo hàm riêng của mật độ theo áp suất và entropi, độ muối hay độ ẩm và độ đục được xem là không biến đổi).

Theo độ cao, mật độ tương ứng cân bằng thủy tĩnh  $\rho_e$  biến đổi tuân theo quy luật sau:

$$\rho_e = \rho_0 \exp\left(-\frac{x_3}{H}\right) \quad (2.29)$$

trong đó  $\rho_0$  là mật độ khi  $x_3 = 0$ , có thể chọn làm mật độ quy chuẩn, còn

$$H = c^2 g^{-1}$$

là khoảng cách đặc trưng cho biến động của mật độ theo độ cao.

Trong biển và đại dương,  $H$  có giá trị vào khoảng 200 km, lớn hơn rất nhiều so với độ sâu của biển vì vậy có thể xem đảm bảo điều kiện cân bằng thủy tĩnh. Trong không khí,  $H$  có bậc từ 1 km đến 10 km, vì vậy biến đổi của mật độ theo độ cao không thể bỏ qua được. Tuy nhiên đối với các giá trị

$$x_3 \ll H$$

quy luật (2.29) có thể thay bằng biểu thức tuyến tính:

$$\rho_e = \rho_0 \left(1 - \frac{x_3}{H}\right) \quad (2.30)$$

Khác với trạng thái chuẩn, mật độ không chỉ phụ thuộc vào nhiệt độ thể vị mà còn phụ thuộc vào độ muối (hay độ ẩm), độ đục và áp suất. Khi chất lỏng chuyển động thì gradien áp suất không những tác động heo hướng thẳng đứng mà còn cả theo hướng ngang.

Tiến hành đánh giá và so sánh các số hạng của phương trình chuyển động, chúng ta thấy rằng trọng lực có bậc đại lượng lớn hơn nhiều so với lực quán tính và ma sát nhớt, nó cần được cân bằng bởi thành phần thẳng đứng của gradien áp suất, điều này nói lên điều kiện cân bằng thủy tĩnh:

$$-\frac{\partial}{\partial x_3} \left( \frac{p}{\rho_0} \right) \sim \frac{\rho}{\rho_0} g \quad (2.31)$$

Bằng cách so sánh với trạng thái chuẩn, chúng ta có thể viết:

$$\frac{\rho}{\rho_0} \vec{g} = \frac{\rho_e}{\rho_0} \vec{g} + \frac{\rho - \rho_e}{\rho_0} \vec{g} = -\nabla \gamma + b \quad (2.32)$$

với

$$\gamma = g \int \frac{\rho_e}{\rho_0} dx_3; \quad (2.33)$$

$$\vec{b} = b \vec{e}_3;$$

$$b = \frac{\rho - \rho_e}{\rho_0} g \quad (2.34)$$

trong đó  $b$  và  $g$  là giá trị (module) tương ứng của véc tơ độ nổi  $\vec{b}$  và trọng lực  $\vec{g}$ .

Trong các biểu thức trên ta thấy vai trò của độ nổi  $\vec{b}$  trong chuyển động của chất lỏng.

Thông thường, khi các lực  $\vec{\chi}$  có một hàm thế ta có thể viết:

$$\rho_0^{-1} \vec{\chi} = -\nabla \tilde{\omega} \quad (2.35)$$

Nếu ký hiệu:

$$q = \frac{p}{\rho_0} + \gamma + \tilde{\omega} \quad (2.36)$$

Ta có thể biến đổi biểu thức liên quan tới nguồn-phân huỷ trong phương trình chuyển động đối với biến:

$$\psi_j = \left[ -2\vec{\Omega} \times \vec{v} + \vec{b} - \nabla q \right]_j \quad (2.37)$$

Trong điều kiện sử dụng phép xấp xỉ Boussinesq, thành phần liên quan tới biến đổi mật độ chỉ còn xuất hiện trong số hạng lực nổi của các phương trình thuỷ động lực. Các phương trình này hợp thành một hệ gồm 4 phương trình vô hướng đối với 5 biến là  $p$ ,  $\rho$  (hay  $b$ ) và ba thành phần vận tốc.

Điều này đòi hỏi thêm một phương trình nữa để khép kín hệ. Phương trình này gọi là phương trình trạng thái cho ta mối tương quan đại số giữa mật độ và các biến nhiệt động ( $\theta$ ,  $p$ ,  $\delta$ ,  $\delta^h$ ,  $\delta^v$ ).

Giới hạn trong các số hạng đầu của phép khai triển vào chuỗi Taylor tại điểm chuẩn, ta có:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial\rho}{\partial\theta} \frac{d\theta}{dt} + \frac{\partial\rho}{\partial\delta^z} \frac{d\delta^z}{dt} + \frac{\partial\rho}{\partial\delta^t} \frac{d\delta^t}{dt} + \frac{\partial\rho}{\partial p} \frac{dp}{dt} \quad (2.38)$$

trong không khí thì  $\delta^h$  sẽ thay  $\delta^s$ .

Mặt khác,  $\rho_e$  chỉ là hàm của  $x_3$ , vì vậy:

$$\frac{d\rho_e}{dt} = \frac{\partial\rho_e}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \rho_e = v_3 \frac{\partial\rho_e}{\partial x_3}. \quad (2.39)$$

Ảnh hưởng của áp suất lên mật độ nhìn chung không lớn lắm. Chỉ chú trọng tới các thành phần chính ta có:

$$\frac{\partial\rho}{\partial p} \frac{dp}{dt} \sim \frac{\partial\rho}{\partial p} v_3 \frac{\partial p}{\partial x_3} = \frac{v_3}{c^2} \frac{\partial p}{\partial x_3} \quad (2.40)$$

Vì cân bằng thủy tĩnh đảm bảo đối với biến đổi độ cao, ta có thể viết:

$$\frac{\partial p}{\partial x_3} \sim -\rho g \sim c^2 \frac{\partial\rho_e}{\partial x_3} \quad (2.41)$$

Nhóm các biểu thức trên ta có:

$$\frac{\partial\rho}{\partial p} \frac{dp}{dt} \sim \frac{\partial\rho_e}{\partial x_3} \quad (2.42)$$

Nếu trừ hai vế của phương trình (2.38) bởi đại lượng  $\frac{\partial\rho_e}{\partial t}$  và nhân chúng với  $-g/\rho_0$ , sau khi biến đổi với điều kiện phương trình (2.42), ta có:

$$\frac{db}{dt} = \frac{\partial b}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v}b) = \psi^b - \nabla \cdot \vec{\varphi}^b \quad (2.43)$$

trong đó  $\psi^b$  (tương ứng  $\Psi^b$ ) là các tổ hợp tuyến tính của  $\psi^p, \psi^s, \psi^t$  (tương ứng  $\Psi^p, \Psi^s, \Psi^t$ ) cho ta thành phần nguồn (tương ứng các thông lượng) của  $b$ .

Có thể cho rằng  $\psi^b$  và  $\Psi^b$  được thể hiện thông qua hàm của riêng  $b$  và các phương trình tiến triển đối với  $\theta, \delta^s$  và  $\delta^t$  cần có dạng như phương trình đối với  $b$  (2.43).

**Tóm tắt:**

Trong trường hợp áp dụng phấp xấp xỉ Boussinesq, các phương trình cơ học chất lỏng địa vật lý được đơn giản hoá về dạng sau:

$$2. \quad \nabla \cdot \vec{v} = \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial v_3}{\partial x_3} = 0$$

$$3. \quad \frac{\partial v_j}{\partial t} + \nabla \cdot (v_j \vec{v}) = \psi^j + \nabla \cdot (\nu \nabla v_j) \quad j = 1, 2, 3$$

hay trong dạng tường minh

$$\begin{aligned} & \frac{\partial v_j}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_1} (v_j v_1) + \frac{\partial}{\partial x_2} (v_j v_2) + \frac{\partial}{\partial x_3} (v_j v_3) \\ &= \psi^j + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \nu \frac{\partial v_j}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \nu \frac{\partial v_j}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \nu \frac{\partial v_j}{\partial x_3} \right) \end{aligned}$$

trong đó  $\psi^j$  là thành phần  $j$  của  $-2\vec{\Omega} \times \vec{v} + \vec{b} - \nabla q$ ;

$$4. \quad \frac{\partial b}{\partial t} + \nabla \cdot (b \vec{v}) = \psi^b + \nabla \cdot (\kappa \nabla b) \quad j = 1, 2, 3$$

hay trong dạng tường minh

$$\begin{aligned} & \frac{\partial b}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_1} (b v_1) + \frac{\partial}{\partial x_2} (b v_2) + \frac{\partial}{\partial x_3} (b v_3) \\ &= \psi^b + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \kappa \frac{\partial b}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \kappa \frac{\partial b}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \kappa \frac{\partial b}{\partial x_3} \right) \end{aligned}$$

Nhìn chung, các biến đổi của mật độ được xác định chủ yếu theo một trong các yếu tố  $\theta$ ,  $\delta^s$  và  $\delta^t$  (thông thường là  $\theta$ ). Các hàm  $\psi^b$  và  $\vec{\Psi}^b$  thường được tính khá chính xác theo công thức phụ thuộc vào  $b$ , ví dụ:

$$\vec{\Psi}^b = -k \nabla b \quad (2.44)$$

trong đó  $k$  là hệ số khuếch tán.

Trong thực tiễn, công thức gần đúng này không gây nên hậu quả xấu nào đối với bài toán biển và khí quyển, khi các quá trình rối có tính chất quyết định.

Với đặc thù của chất lỏng địa vật lý, các quá trình động lực và nhiệt chất xảy ra trong biển đều mang tính chất rối. Trên cơ sở hệ các phương trình tiến triển tổng quát nêu trên, chúng ta sẽ sử dụng các kiến thức rối biển đưa hệ phương trình thu được về dạng áp dụng thông thường trong thực tế mô hình hoá hệ thống biển. Nội dung chi tiết của rối biển và các đặc trưng khuếch tán rối sẽ được trình bày chi tiết trong chương sau.



$$4. \frac{\partial \rho^*}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho^* \vec{v}) = \psi^* + \nabla \cdot (\kappa^* \nabla \rho^*) \quad j = 1, 2, 3$$

hay trong dạng tường minh

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho^*}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_1} (\rho^* v_1) + \frac{\partial}{\partial x_2} (\rho^* v_2) + \frac{\partial}{\partial x_3} (\rho^* v_3) \\ & = \psi^* + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \kappa^* \frac{\partial \rho^*}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \kappa^* \frac{\partial \rho^*}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( \kappa^* \frac{\partial \rho^*}{\partial x_3} \right) \end{aligned}$$

$$\rho^* = \rho^j, \rho^s, \rho^h, \rho^l, \dots$$

$$\psi^* = S^* + I^* - \nabla \cdot (\rho^* \vec{m}^*)$$

$\rho^*$  ở đây thể hiện nồng độ trong một đơn vị thể tích hay một đơn vị khối lượng ( $\delta^*$ ),  $\psi^*$  là tốc độ nguồn sản sinh hoặc phõn huỷ tương ứng.

Nếu như  $\psi^*$  không đõng kể hoặc cú thể thể hiện qua hàm chỉ của độ nổi  $b$ , các phương trõnh 1, 2, 3 sẽ hõnh thõnh một hệ gồm năm phương trõnh cho năm biến:  $v_1, v_2, v_3, b$  và  $q$ .

Mõĩ khi trường vận tốc đõ được xõ định, ta cú thể thay chõng vào phương trõnh khuyếch tõn 4. Lõĩ giải của phương trõnh này cho ta phõn bố khụng gian- thời gian của hợp phần  $*$  cần quan tõm.



## **CHƯƠNG 3. RỐI BIẾN VÀ CÁC ĐẶC TRƯNG KHUYÉCH TÁN RỐI**

### **3.1. CÁC ĐẠI LƯỢNG TRUNG BÌNH VÀ NHIỄU ĐỘNG**

Khi tiến hành quan trắc tỷ mỉ các đặc trưng trong dòng rối, người ta nhận thấy rằng tốc độ chuyển động, áp suất, nhiệt độ .v.v..., tại một điểm cố định, luôn biến đổi không tuân theo một thứ tự nào cả. Những biến đổi đó được gọi là nhiễu động thăng giáng là một đặc trưng rất quan trọng của chuyển động rối. Trong chuyển động rối, những khối lượng chất lỏng chuyển dịch theo các hướng dọc và ngang hướng chuyển động trung bình không chỉ bao gồm các phân tử riêng biệt như trong thuyết động học chất khí mà là những lượng xoáy khá lớn. Các chuyển động này gây nên nhiễu động của các đặc trưng dòng chất lỏng. Về giá trị tuyệt đối, lượng nhiễu động thăng giáng thường nhỏ so với đặc trưng chính, nhưng lại có một ý nghĩa quan trọng trong sự phát triển chung. Nhiễu động thăng giáng có thể xem như là kết quả của quá trình hình thành các cuộn xoáy tự do trên dòng trung bình. Trong quá trình chuyển động, các cuộn xoáy và thăng giáng tự hình thành và mất đi, giá trị của chúng đặc trưng cho quy mô (kích thước) của cuộn xoáy. Quy mô này phụ thuộc chủ yếu vào điều kiện bên ngoài và tính chất vật lý của chất lỏng.

Để tiện cho việc tính toán và nghiên cứu chuyển động rối bằng các phương pháp khác nhau, người ta phân chuyển động chất lỏng ra hai thành phần trung bình và nhiễu động:

$$u = \langle u \rangle + u' \quad (3.1)$$

trong đó  $u$  được ký hiệu chung cho các đặc trưng như vận tốc, áp suất, mật độ, nhiệt độ v.v...

Các đại lượng trung bình là giá trị của các đặc trưng tương ứng được lấy trung bình theo thời gian tại một điểm cố định theo công thức sau:

$$\langle \varphi \rangle = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \varphi dt \quad (3.2)$$

trong đó  $T$  là chu kỳ lấy trung bình .

Trong quá trình lấy trung bình cần tuân thủ các yêu cầu cơ bản sau đây:

- $T$  cần đủ lớn so với chu kỳ của các quá trình riêng biệt.
- $T$  phải đủ nhỏ so với thời gian mà trong đó các đại lượng trung bình chịu sự biến đổi.

Trong trường hợp khi chuyển động không những biến đổi theo thời gian mà cả theo không gian, thì giá trị trung bình xác định theo không gian như sau đối với trường hợp bề mặt  $\sigma$ :

$$\langle \varphi \rangle = \frac{1}{\sigma} \iint_{\sigma} \varphi dx dy \quad (3.3)$$

Dựa vào chu kỳ lấy trung bình mà bản thân đại lượng trung bình vẫn có thể biến động theo thời gian :

$$\langle\langle\varphi\rangle\rangle \neq \langle\varphi\rangle$$

Tuy vậy vẫn có thể chọn chu kỳ  $T$  sao cho giá trị trung bình không biến đổi:

$$\langle\langle\varphi\rangle\rangle = \langle\varphi\rangle$$

Phép lấy trung bình theo công thức (3.6), (3.7) có một số tính chất cơ bản sau đây:

$$\langle\varphi'\rangle = 0, \quad \langle\varphi\rangle = \langle\langle\varphi\rangle\rangle, \quad \langle\sum\varphi\rangle = \sum\langle\varphi\rangle$$

$$\left\langle\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right\rangle = \frac{\partial\langle\varphi\rangle}{\partial x}, \quad \left\langle\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right\rangle = \frac{\partial\langle\varphi\rangle}{\partial t}$$

$$\langle\varphi_1\varphi_2\rangle = \langle\varphi_1\rangle\langle\varphi_2\rangle + \langle\varphi'_1\varphi'_2\rangle \quad (3.4)$$

Ý nghĩa vật lý của các đại lượng nhiễu động đối với chuyển động rối thể hiện trực tiếp qua việc tăng ma sát (trở kháng) hay độ nhớt do sự xuất hiện ứng suất phụ trong phương trình chuyển động (sẽ được trình bày ở phần sau).

Để nghiên cứu quy luật phát triển của chuyển động rối cần phải tính đến sự phức tạp của các nhiễu động rối, hiện tại chưa có một phương pháp hoàn chỉnh nào để tính toán các đặc trưng đó. Trong nghiên cứu chuyển động rối hiện có hai hướng lý thuyết chủ yếu, đó là: hướng nghiên cứu bán thực nghiệm dựa trên cơ sở giải thích, tìm kiếm các mối tương quan của các đặc trưng rối với các đại lượng trung bình và hướng lý thuyết thống kê nghiên cứu các quy luật phân bố những đặc trưng thăng giáng.

Hai hướng nghiên cứu nói trên vẫn chưa giải quyết hết được những bài toán đặt ra khi xem xét chuyển động rối trong chất lỏng nói chung cũng như trong các vấn đề liên quan tới khí quyển và đại dương.

### 3.2. PHƯƠNG TRÌNH KHUYÉCH TÁN RỐI BIÊN

Trong khi mô tả trạng thái của hệ biên, khí quyển nhằm mục đích dự báo sự biến động của nó, người ta chú trọng tới các đại lượng trung bình và không đi sâu vào các đặc trưng nhiễu động của chúng.

Như chúng ta đều đã chấp nhận, các đặc trưng của hệ được phân tách thành hai phần trung bình và nhiễu động. Đối với từng chu kỳ lấy trung bình thì giá trị trung bình của nhiễu động sẽ bằng 0:  $\langle a' \rangle = 0$ .

Nếu ta lấy trung bình phương trình tiến triển trong dạng tổng quát

$$\frac{\partial \mathbf{y}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{y}\bar{\mathbf{v}}) = \psi^y + \nabla \cdot (\alpha^y \nabla \mathbf{y}) \quad (3.5)$$

trong đó  $y = 1, v, b, \rho^*$  là các biến tương ứng, ta thấy rằng các nhiễu động sẽ bị triệt tiêu trong các số hạng tuyến tính, nhưng sẽ tồn tại trong các số hạng phi tuyến. Trung bình của đại lượng  $\nabla \cdot (\mathbf{y}\bar{\mathbf{v}})$  cho ta hai thành phần, thành phần đầu là tích các đại lượng trung bình, còn thành phần thứ hai là trung bình của tích các nhiễu động.

Ta có thể viết tách riêng các phương trình cơ bản thành hai phần, một cho đại lượng trung bình và một cho các nhiễu động. Có thể thể hiện các biến vận tốc, lực nổi và áp suất giả định trong dạng sau đây:

$$\vec{v} = \vec{u} + \vec{v}', \quad \vec{b} = \vec{a} + \vec{b}' \quad \text{và} \quad q = p + r$$

Các phương trình viết cho các đại lượng trung bình sẽ là:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u} u_\alpha) = \\ \left[ -2\vec{\Omega} \times \vec{u} + \vec{a} - \nabla p \right]_\alpha + \nabla \cdot (\nu \nabla u_\alpha) - \nabla \cdot \langle \vec{v}' v'_\alpha \rangle \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial a}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u} a) = \langle \psi^b \rangle + \nabla \cdot (\kappa \nabla a) - \nabla \cdot \langle \vec{v}' b' \rangle \quad (3.8)$$

với  $\vec{a} = a \vec{e}_3$  và  $\vec{b} = b \vec{e}_3$

Phương trình tương tự đối với các biến vô hướng

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mu^*}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u} \mu^*) = \\ \langle S^* + I^* \rangle - \nabla \cdot (\vec{m}^* \mu^*) + \nabla \cdot (\kappa^* \nabla \mu^*) - \nabla \cdot \langle \vec{v}' \rho^{*'} \rangle \end{aligned} \quad (3.9)$$

với  $\rho^* = \mu^* + \rho^{*'}$

Các phương trình tương ứng đối với các nhiễu động thu được bằng cách trừ hai vé tương ứng các phương trình tổng quát và các phương trình trên.

$$\nabla \cdot \vec{v}' = 0 \quad (3.10)$$

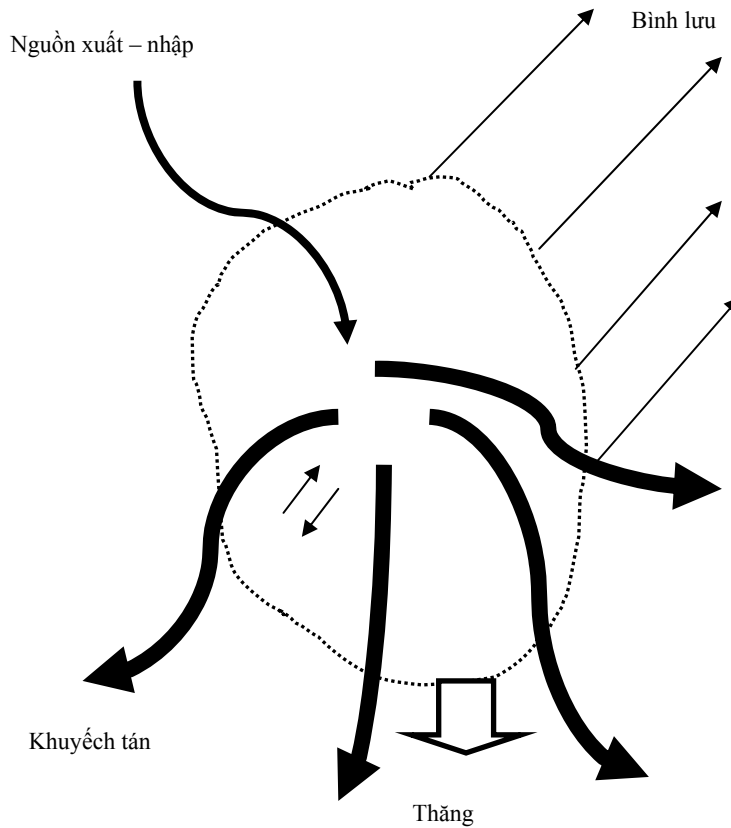
$$\begin{aligned} \frac{\partial v'_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u} v'_\alpha + \vec{v} u_\alpha + \vec{v} v'_\alpha - \langle \vec{v}' v'_\alpha \rangle) = \\ = \left[ -2\vec{\Omega} \times \vec{v}' + \vec{b}' - \nabla r \right]_\alpha + \nabla \cdot (\nu \nabla v'_\alpha) \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial b'}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u} b' + \vec{v} a + \vec{v} b' - \langle \vec{v}' b' \rangle) = \\ = \psi^b - \langle \psi^b \rangle + \nabla \cdot (\kappa \nabla b') \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho^{*'}}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{u} \rho^{*'} + \vec{v} \mu^* + \vec{v} \rho^{*'} - \langle \vec{v}' \rho^{*'} \rangle) = \\ = \langle S^* + I^* \rangle - \nabla \cdot (\vec{m}^* \rho^{*'}) + \nabla \cdot (\kappa^* \nabla \rho^{*'}) \end{aligned} \quad (3.13)$$

Từ các phương trình này ta có thể thu được các phương trình đối với động năng của chuyển động trung bình  $E_S = \frac{1}{2} \langle v \rangle^2 = \frac{1}{2} u^2$  và của nhiễu động  $k = \frac{1}{2} \langle v' \rangle^2$ .

$$\frac{\partial E_S}{\partial t} + \nabla \cdot [\bar{u} E_S] = Q^u + \nabla \cdot [v \nabla E_S] - \nabla \cdot \langle (\bar{u} v') v' \rangle \quad (3.14)$$



**Hình 3.1. Sơ đồ các thành phần phương trình khuếch tán rối**

Bằng cách nhân vô hướng hai vế của các phương trình đối với vận tốc trung bình và nhiễu động với vận tốc tương ứng ta có thể thu được:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \nabla \cdot [\bar{u} k] = Q^w + \nabla \cdot [v \nabla k] - \nabla \cdot \langle \bar{v}' (k + r) \rangle \quad (3.15)$$

trong đó

$$Q^u = \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left\{ \langle v'_{\alpha} v'_{\beta} \rangle \frac{\partial u_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} - v \frac{\partial u_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} \frac{\partial u_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} \right\} + a u_3 - \nabla \cdot (\bar{u} p) \quad (3.16)$$

$$Q^w = \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left\{ \langle v'_{\alpha} v'_{\beta} \rangle \frac{\partial u_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} - v'_{\alpha} \frac{\partial v'_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} \right\} + \langle b' v'_{\beta} \rangle \quad (3.17)$$

Các phương trình trên có thể được viết trong dạng tổng quát sau đây:

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \nabla \cdot (y \vec{u}) = Q^y + \nabla \cdot (\lambda^y \nabla y) - \nabla \cdot \vec{j}^y \quad (3.18)$$

Phương trình này được gọi là phương trình khuếch tán, ý nghĩa của các thành phần có thể khái quát trên hình 3.1 và trong bảng 3.2.

Thực tế cho thấy rằng thông lượng rối gây nên khuếch tán rối tương tự như khuếch tán phân tử nhưng có bậc đại lượng lớn hơn nhiều lần.

Công thức tổng quát của phương trình khuếch tán với các thành phần của nó được thể hiện cụ thể trong khung sau:

Tương tự như đối với các thông lượng phân tử, các thông lượng rối có thể biểu diễn qua tích hệ số rối và gradien đại lượng trung bình:

$$\vec{j}^y = - \left\{ \tilde{\alpha}_1 \frac{\partial y}{\partial x_1} \vec{e}_1 + \tilde{\alpha}_2 \frac{\partial y}{\partial x_2} \vec{e}_2 + \tilde{\alpha}_3 \frac{\partial y}{\partial x_3} \vec{e}_3 \right\} \quad (3.19)$$

trong đó các hệ số khuếch tán rối lại là hàm của không gian và thời gian cần được xác định. Trong nhiều trường hợp người ta ký hiệu hệ số rối tương tự hệ số khuếch tán phân tử với dấu "˜" trên đầu.

**Tóm tắt**

Cỏc đặc trưng trung bõnh của một chất lỏng địa vật ló được thể hiện thụng qua cỏc biõn  $u$  (vận tốc trung bõnh) v  $a$  (độ nổi trung bõnh),

$$E_s = \frac{1}{2} \langle v \rangle^2 = \frac{1}{2} u^2$$

(động năng trường trung bõnh),

$$k = \frac{1}{2} \langle v' \rangle^2$$

(động năng trung bõnh của cỏc nhiễu động) v mật độ trung bõnh  $\mu^*$  của cỏc hợp phần khỏc nhau.

Các biến trạng thái n y tuân thủ phương trình khuếch tán sau:

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \nabla \cdot (y\vec{u}) = Q^y + \nabla \cdot (\lambda^y \nabla y) - \nabla \cdot \vec{j}^y$$

trong đó:

y	$\lambda^y$	$Q^y$	$\vec{j}^y$
$u_j$ (j=1,2,3)	$\nu$	$[-2\vec{\Omega} \times \vec{u} + \vec{a} - \nabla p]_j$	$\langle \vec{v}' v'_j \rangle$
$\alpha$	$\kappa$	$\langle \psi^b \rangle$	$\langle \vec{v}' b' \rangle$
$(0,5)u^2$	$\lambda^u$ $= \nu$	$au_3 - \nabla \cdot (\vec{u}p) +$ $\sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left\{ \langle v'_{\alpha} v'_{\beta} \rangle \frac{\partial u_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} - \nu \frac{\partial u_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} \frac{\partial u_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} \right\}$	$\langle (\vec{u}\vec{v}')\vec{v}' \rangle$
$\langle 0,5v'^2 \rangle$	$\lambda^v$ $= \nu$	$\langle b' v'_3 \rangle +$ $\sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left\{ -\langle v'_{\alpha} v'_{\beta} \rangle \frac{\partial u_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} - \nu \left\langle \frac{\partial v'_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} \frac{\partial v'_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} \right\rangle \right\}$	$\left\langle \left( \frac{\vec{v}'^2}{2} + r \right) \vec{v}' \right\rangle$
$\mu^*$	$\kappa^*$	$\langle S^* \rangle + \langle I^* \rangle - \nabla \cdot (\vec{m}^* \mu^*)$	$\langle \vec{v}' \rho^{*'} \rangle$

Điều kiện khụng nộn  $\nabla \cdot \vec{u} = 0$  thu được tương ứng từ cách viết tổng quát n y với:

$$y=1 \quad \lambda^y=0 \quad Q^y=0 \quad \vec{j}^y=0$$

**Bảng 3.2. Các thành phần của phương trình tổng quát 3.18**

$\nabla \cdot (y\vec{u})$	Bình lưu do dòng trung bình;
$Q^y$	Nguồn cục bộ (hoặc phân huỷ) trung bình do kết quả của thăng, giáng ngoài hoặc do tương tác trong hệ trong đó có tương tác giữa dòng trung bình và các nhiễu động;
$\nabla \cdot (\lambda^y \nabla y)$	Khuếch tán phân tử ( $\lambda^y \nabla y$ là thông lượng phân tử)
$\nabla \cdot \vec{j}^y$	Thành phần liên quan tới thông lượng rối $\vec{j}^y$ từ chuyển động trung bình do các nhiễu động gây nên

### 3.3. TẢN MÁT NĂNG LƯỢNG RỐI

Trước khi trao đổi kỹ hơn về các tác động và ảnh hưởng của rối và sự phân tầng, chúng ta xem xét các cơ chế của khuếch tán rối thông qua một ví dụ đơn giản.



Cho rằng chất lỏng đồng nhất và không phân tầng ( $b = 0$ ) được chứa trong một thể tích  $V$  giới hạn bởi các thành cứng, hoặc bề mặt tự do. Trong ví dụ cụ thể này, chúng ta chọn một đoạn đường ống nằm ngang bị giới hạn bởi thành mặt trụ  $S_3$  và hai mặt  $S_1$  và  $S_2$  vuông góc với trục đường ống. Chất lỏng được đặt dưới gradient áp suất dọc với áp suất trên mặt  $S_1$  lớn hơn so với mặt  $S_2$ . Chuyển động chất lỏng có thể theo lớp (lamina,  $v' = 0$ ) hay rối ( $v' \neq 0$ ).

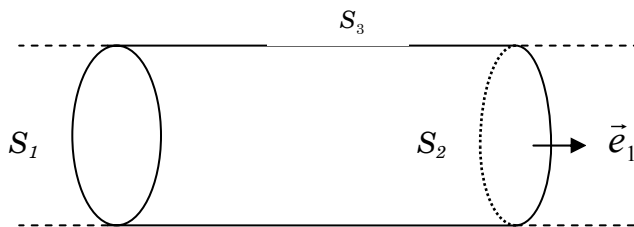
Nếu như tích phân hai phương trình 3.18 và 3.19 trên toàn bộ thể tích  $V$  chứa chất lỏng, ảnh hưởng của các thành phần trong toán tử div sẽ bị triệt tiêu do lấy tích phân theo thể tích của thành phần này với việc sử dụng định lý Gauss biến đổi về tích phân mặt của các thông lượng tương ứng. Những thông lượng này hoặc bằng 0 trên thành ống ( $S_3$ ) hoặc có dấu ngược nhau (một đi vào, một đi ra) do tính đối xứng của bài toán (trên  $S_1$  và  $S_2$ ).

Như vậy ta có

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \left( \frac{1}{2} u^2 \right) dV = \int_V Q^u dV \quad (3.20)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \left( \frac{1}{2} v'^2 \right) dV = \int_V Q^w dV \quad (3.21)$$

Trong trường hợp cụ thể này  $\vec{u}$  là vận tốc ngang  $\vec{u} = u\vec{e}_1$  và do tính đối xứng của bài toán gradient của  $\vec{u}$ ,  $\nabla \vec{u}$ , sẽ theo hướng ngang.



**Hình 3.2. Sơ đồ các thông lượng**

Nếu như  $p_1$  và  $p_2$  là áp suất (đồng nhất) trên các mặt  $S_1$  và  $S_2$  và

$$U = \int_{S_1} u dS_1 = \int_{S_2} u dS_2 \quad (3.22)$$

bằng cách tích phân 3.20 và 3.21 với điều kiện không phân tầng và sử dụng công thức 3.22 ta thu được:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \int_V \left( \frac{1}{2} u^2 \right) dV \\ &= (p_1 - p_2)U + \int_V \{ \tilde{v}(\nabla u) \cdot (\nabla u) - v(\nabla u) \cdot (\nabla u) \} dV \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \left( \frac{1}{2} v'^2 \right) dV = \int_V \{ \tilde{v} (\nabla u) (\nabla u) - \varepsilon \} dV \quad (3.24)$$

trong đó  $\tilde{v}$  là nhớt rối theo phương ngang và

$$\varepsilon = \nu \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left\langle \frac{\partial v'_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} \frac{\partial v'_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} \right\rangle \quad (3.25)$$

là công bị tán mát do nhiễu động rối trong ma sát nhớt.

Điều này có nghĩa trong khi bắt đầu dòng chảy theo lớp ( $v' = 0$ ,  $\tilde{v} = 0$ ,  $\varepsilon = 0$ ) dừng ( $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ ), các phương trình 3.23 và 3.24 chuyển về dạng đơn giản:

$$(p_1 - p_2)U = \int_V \{ \nu (\nabla u) \cdot (\nabla u) \} dV, \quad (3.26)$$

thể hiện cho ta biết rằng công do bên ngoài cung cấp bởi sự chênh lệch áp suất giữa đầu vào và đầu ra bị tán mát thành ma sát nhớt do chuyển động theo lớp  $\vec{u}$ .

Chúng ta dễ dàng hiểu được rằng sự cân bằng đó chỉ có thể tồn tại cho đến khi dòng chảy theo lớp còn đủ khả năng tán mát được nguồn năng lượng nhận được. Nếu nguồn năng lượng vượt qua giới hạn tán mát của dòng chảy theo lớp ( $\nu = 10^{-6}$  trong nước và  $\nu = 10^{-5}$  trong không khí) một mặt dòng chảy sẽ không còn mang tính chất dừng nữa, mặt khác, chỉ một nhiễu động nhỏ (có thể do một khiếm khuyết nhỏ của đường ống, hay một tác động không đáng kể lên thành ống) có thể có một năng lượng lớn dẫn đến cộng hưởng. Do có các thành phần phi tuyến trong các phương trình tiến triển, nhiễu động này có thể dẫn đến những nhiễu động khác (nhìn chung thuộc dạng “điều hoà”) và do sự tương tác giữa chúng với dòng trung bình  $u$  sẽ được tăng cường và đưa hệ thống đến trạng thái lộn xộn, chỉ có phép phân tích thống kê mới mô tả được. Các đặc trưng cơ bản sẽ là các giá trị trung bình dừng kèm theo các nhiễu động với vô số các chu kỳ và độ dài sóng khác nhau.

Trong trạng thái rối dừng đó, các phương trình 3.25 và 3.26 sẽ có dạng sau:

$$(p_1 - p_2)U = \int_V \{ (\nu + \tilde{v}) (\nabla u) \cdot (\nabla u) \} dV \quad (3.27)$$

và

$$\int_V \{ \tilde{v} (\nabla u) \cdot (\nabla u) \} dV = \int_V \varepsilon dV \quad (3.28)$$

Chúng ta dễ thấy rằng hệ thống có hai cơ chế tán mát năng lượng thu nhận được từ bên ngoài. Một phần năng lượng bị tán mát trong chuyển động trung bình. Do nhớt phân tử rất nhỏ nên cơ chế này chỉ đóng một vai trò đáng kể trong lớp rất gần mặt thành ống nơi hiện tượng triệt

tiêu vận tốc trung bình dẫn đến gradient lớn của vận tốc. Năng lượng còn bị tán mát do nhiễu động. Do nhiễu rối thường có giá trị lớn hơn nhiễu so với nhiễu phân tử, nên cơ chế tán mát này đóng vai trò chủ đạo trong cân bằng năng lượng. Thành phần  $\{(\tilde{v})(\nabla u).(\nabla u)\}$  xuất hiện trong công thức (3.28) như một thành phần của tán mát. Trong thực tế nó đóng vai trò trao đổi năng lượng giữa chuyển động trung bình và nhiễu động. Thành phần này cũng xuất hiện trong công thức (3.24) thể hiện cân bằng giữa năng lượng sản sinh và tán mát nhiễu  $\varepsilon$ . Thành phần này rất quan trọng tuy trong công thức 3.23 có chứa hệ số nhiễu phân tử, bởi vì các nhiễu động bao gồm nhiễu chu kì và bước sóng khác nhau nên sẽ có những biến đổi rất lớn dẫn đến các gradient trong công thức này có giá trị lớn.

Bây giờ chúng ta có thể quan sát các nhiễu động thông qua các xoáy với kích thước khác nhau, những xoáy lớn sẽ tác động với dòng trung bình và lấy năng lượng từ đây tạo nên các xoáy kích thước nhỏ hơn, và quá trình chuyển hoá này tiếp tục theo luật bậc thang cho đến khi kích thước trở nên rất nhỏ và bị tán mát do nhiễu phân tử.

Bậc thang năng lượng này chính là cơ chế chủ yếu của rối. Có thể cụ thể hoá điều này thông qua việc xem xét khối thoát ra trong khí quyển rối: khối thoát ra theo các dòng song song bắt đầu hình thành xoáy và làm tăng kích thước của toàn vệt. Vệt lớn này phân tách dần thành các xoáy nhỏ hơn dẫn đến khuếch tán vệt khối.

### 3.4. PHỔ NĂNG LƯỢNG RỐI

Các nhiễu động rối xuất hiện như sự tổng hợp của nhiều dao động ngẫu nhiên với các chu kì và bước sóng khác nhau hình thành nên một khối liên tục các xoáy đủ các kích thước và độ kéo dài khác nhau.

Thời gian đặc trưng cho sự tiến triển của một xoáy gắn liền với kích thước của nó và tương ứng với một phân bố năng lượng rối giữa các quy mô không gian khác nhau và sự phân bố giữa các quy mô thời gian khác nhau. Các phổ đó cần được xem như hai mặt cắt riêng của một phổ không gian-thời gian.

Để làm ví dụ, trên hình 3.3 đưa ra đồ thị kết quả phân tích phổ năng lượng đặc trưng cho các quá trình biển và khí quyển.

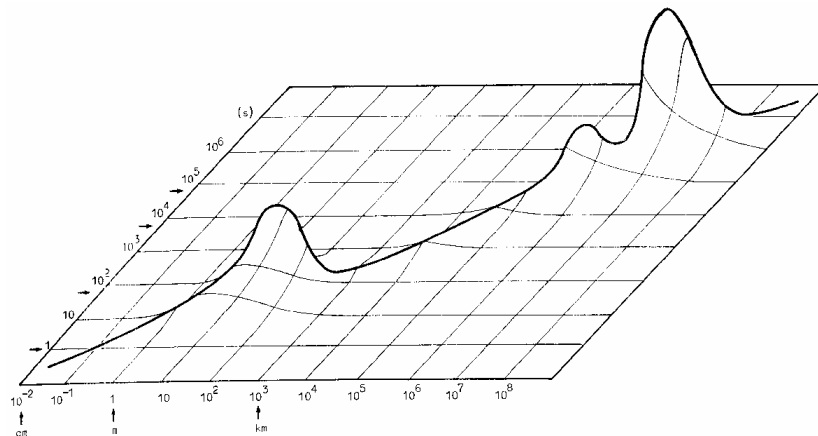
Ta có thể phân ra thành ba nhóm các dao động:

1) Nhiễu động quy mô nhỏ (vi khí tượng) bao gồm những xoáy rối với kích thước từ một vài cm đến hàng trăm m, và thời gian đặc trưng từ một vài phần giây đến hàng chục phút. (Trong lớp biên sát mặt của khí quyển, phổ năng lượng có cực đại tại khoảng 1 phút).

2) Nhiễu động quy mô vừa với biên độ nhìn chung không lớn có chu kì từ vài phút đến vài giờ, nằm giữa vùng rối vi mô (chủ yếu rối ba chiều) và rối synop gần như hai chiều trên quy mô lớn. (Cực tiểu năng lượng tương ứng thời gian 20 phút và không gian 10 km, hay nói cách khác, quy mô các xoáy cùng cỡ quy mô độ dày khí quyển).

3) Nhiễu động khí tượng vĩ mô synop được đặc trưng bởi các chu kì từ nhiều giờ đến nhiều ngày và quy mô ngang đến hàng ngàn km. (Các chuyển động synop chậm nhận được năng lượng từ các xoáy lớn hơn – hay những bộ phận của hoàn lưu chung khí quyển. Các chuyển động synop nhanh hơn sẽ truyền năng lượng cho các xoáy nhỏ hơn theo nguyên lí bậc thang đã mô tả trên đây. Cuối cùng tất cả các chuyển động synop đều gây ra các nhiễu động rối vi mô tại những nơi có giá trị lớn của gradient vận tốc theo phương thẳng đứng, ví dụ gần mặt đất, mặt biển hay trong các dòng xiết).

Tuy sự phân tách trên không thật sự rõ nét, nhưng trong biển chúng ta cũng có thể phân định được giữa rối synop với biến động lớn của kích thước ngang và rối vi mô kích thước nhỏ. Tại các vùng biển độ sâu nhỏ, ví dụ như Biển Bắc, có thủy triều mạnh, rối vi mô xuất hiện do ma sát dòng triều lên đáy biển. Chúng tương ứng các xoáy có kích thước nhỏ hơn hoặc bằng 1 mét, và thời gian tiến triển từ phần mười giây đến 1 phút. Thủy triều, bão cũng như các dao động quán tính (liên quan tới hiệu ứng quay của quả đất và có chu kì khoảng  $10^4$  giây tương đương các thành phần chính của thủy triều) hợp thành một tập hợp các dao động phi tuyến quy mô lớn được xem như một dạng rối synop. Người ta nhận thấy rằng, các thành phần synop liên quan tới sóng triều và của bão có thể cung cấp năng lượng cho hoàn lưu chung của Biển Bắc (các ' dòng chảy dư ' ) và cũng chuyển hoá theo bậc thang về các quy mô nhỏ hơn. Năng lượng rối vi mô sản sinh trực tiếp gắn liền với gradient lớn của vận tốc sát đáy, như đã trình bày ở trên, là nguồn rối vi mô chủ yếu. Mặt khác, khi gió tác động lên mặt biển sẽ tạo ra sóng. Sóng sẽ bị phá vỡ khi đạt tới một biên độ nhất định và sẽ sản sinh ra rối trong lớp nước mặt.



**Hình 3.3. Phân bố hai chiều phổ năng lượng các quá trình đại dương- khí quyển**

Tại những vùng biển có triều yếu và trên các đại dương sâu, trạng thái rối trở nên khác hơn (ví dụ, tại Địa Trung Hải, do triều yếu đã dẫn đến đỉnh phổ rất rõ tương ứng các dao động quán tính), tuy nhiên về tổng thể nên cho rằng các dòng chảy biển là một sự tổng hợp của hoàn lưu dư có quy mô rất lớn với các dao động synop và các nhiễu động rối vi mô.

Quá trình bậc thang năng lượng thường gắn với hiện tượng ‘mất trí nhớ’ của các xoáy, dẫn đến hiện tượng, nếu các cấu trúc rối quy mô lớn nhất thiết phải thể hiện tính bất đồng nhất của môi trường (do sự hiện diện của đáy hoặc bờ), với sự phân nhỏ các xoáy chúng dần dần chuyển sang đồng nhất, thậm chí đẳng hướng. Những xoáy này, dù có nhanh và nhỏ đến đâu,

vẫn thích ứng rất nhanh đối với các biến đổi của chuyển động quy mô lớn, chúng tiến triển theo nhịp của các xoáy lớn và thể hiện tựa dừng.

Ngoài miền sản sinh năng lượng trực tiếp, chúng ta có thể thấy các nhiễu động rối hoặc trong dạng dừng thống kê và đồng nhất khi kích thước xoáy trở nên nhỏ vừa phải.

### **3.5. Ý NGHĨA CỦA ĐẠI LƯỢNG TRUNG BÌNH THEO THỜI GIAN VÀ CÁC ĐẶC TRƯNG NĂNG LƯỢNG RỐI BIỂN**

Khái niệm trung bình triển khai đối với một tập hợp lớn các trạng thái như đã trình bày tuy khá phù hợp về mặt toán học, nhưng lại ít được thực tế chấp nhận. Do trong tự nhiên, khả năng quan trắc không cho phép ghi nhận cùng một hiện tượng nhiều lần tương tự nhằm đảm bảo triển khai các phép tính thống kê, do đó cần phải quay về các khái niệm trung bình theo không gian và thời gian.

Do phép lấy trung bình theo thời gian được sử dụng nhiều hơn cả, nên chúng ta có thể tiến hành phân tích chúng theo cách sau đây.

Trong thực tế, người ta thường quan tâm tới các hiện tượng cụ thể và được đặc trưng bởi các chu kỳ thời gian nhất định. (Ví dụ, khi muốn nghiên cứu thủy triều trên biển, người ta cần biết được các chu kỳ của những thành phần triều cơ bản). Giả sử  $T$  là khoảng thời gian nhỏ nhất cần quan tâm. Các quá trình dao động có thời gian đặc trưng nhỏ hơn  $T$  có xu thế nhập về một chu kỳ cỡ  $T$ . Chúng chỉ tác động lên hệ thống theo một kiểu tổng thể (thông qua các thành phần phi tuyến) và không cần thiết phải mô tả chúng một cách chi tiết. Người ta thường tiến hành lọc các dao động đó và chỉ giữ lại mỗi tác động trung bình trong một chu kỳ thời gian nhất định. Có thể xác định một giá trị trung bình tương tự trung bình thống kê đã được đề cập trong phần trước (theo nghĩa loại trừ các dao động biến thành phần và chỉ giữ lại ảnh hưởng phi tuyến tổng thể) nhưng có sự khác biệt vì đây là trung bình thời gian chỉ mới loại trừ được các nhiễu động có chu kỳ nhỏ hơn chu kỳ lấy tích phân. Trong trường hợp rối khí quyển dẫn ra trên hình vẽ, ta thấy được rằng đại lượng trung bình 4 giờ đã cho phép kể đến hết các rối vi mô. Tuy nhiên để nghiên cứu hoàn lưu chung khí quyển và lọc hết các dao động synop đồng thời với rối vi mô, một phép trung bình cho nhiều ngày trở nên hợp lý hơn.

Sự tồn tại các *bậc thang* rối nêu trên của chuyển động quy mô không gian và thời gian biến đổi cho phép chúng ta có được sự mềm dẻo trong ứng dụng các đại lượng trung bình thông qua việc lựa chọn chu kỳ lấy tích phân căn cứ vào quá trình cần được quan tâm.

Từ góc độ toán học, nếu như muốn có được các phương trình đối với trung bình theo thời gian cùng một dạng như các phương trình đối với trung bình thống kê, đòi hỏi chọn chu kỳ tích phân  $\vartheta$  nằm trên miền trũng năng lượng phân cách hiện tượng cần nghiên cứu với các dao động mạnh hơn.

Trong điều kiện đó, ta có thể cho rằng các thành phần chuyển động khác nhau có thể chia thành hai nhóm: nhóm có thời gian đặc trưng lớn hơn nhiều so với  $\vartheta$  và nhóm có thời gian

đặc trưng rất nhỏ. (Trong trường hợp khí quyển, để nghiên cứu các sóng hành tinh thì  $\mathcal{G} \sim 15$  phút).

Nếu như  $y$  là một biến nào đó cần nghiên cứu, chúng ta có thể viết:

$$y \sim y_L + y_R$$

với  $y_L$  và  $y_R$  là tập hợp các thành phần  $y$  của các biến đổi chậm và nhanh trong chu kỳ  $\mathcal{G}$ .

Chúng ta lấy trung bình trong khoảng  $\mathcal{G}$  đối với phương trình tiến triển của biến  $y$ , phần liên quan tới đạo hàm thời gian sẽ có dạng sau:

$$\mathcal{G}^{-1} \int_t^{t+\mathcal{G}} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} (y_L + y_R) \right\} dt \sim \frac{y_L(t+\mathcal{G}) - y_L(t)}{\mathcal{G}} \sim \frac{\partial y_L}{\partial t}.$$

Do các thành phần nhiễu động  $y_R$  bị triệt tiêu, trong khi đối với  $y_L$  sự biến đổi trong khoảng thời gian  $\mathcal{G}$  không lớn nên có thể thay thế bằng đạo hàm riêng tương ứng.

Liên quan tới các thành phần khác của phương trình tiến triển, việc ứng dụng trung bình theo thời gian không gây ảnh hưởng nào vì tích phân theo thời gian hoán vị được đối với đạo hàm theo không gian.

Như chúng ta đã nhận xét trên đây, các thông lượng rối đóng vai trò quyết định đối với quá trình khuếch tán trong biển và khí quyển. Khuếch tán do các nhiễu động xuất hiện trên nền chuyển động trung bình và bao gồm các xoáy có kích cỡ và thời gian tồn tại khác nhau, chúng sẽ lấy nguồn năng lượng từ động năng và thế năng của chuyển động trung bình.

Tốc độ chuyển năng lượng từ các trường vận tốc trung bình sẽ quyết định cho cường độ rối và hiệu quả của khuếch tán rối. Prandtl đưa ra một tần số  $M$  đặc trưng cho quá trình trao đổi năng lượng và quá trình khuếch tán rối phụ thuộc trực tiếp vào tần số này.

Trong trường hợp chất lỏng không phân tầng, năng lượng rối hoàn toàn có nguồn gốc cơ học và phụ thuộc chủ yếu vào gradien vận tốc trung bình.

Có thể xuất phát từ biểu thức năng lượng

$$\sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left\{ \langle v'_{\alpha} v'_{\beta} \rangle \frac{\partial u_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} \right\} = -\langle \tilde{v}' v'_{\alpha} \rangle \cdot (\nabla u) = \tilde{v}' (\nabla u) \cdot (\nabla u) \quad (3.29)$$

với một tần số đặc trưng

$$M \sim \|\nabla u\| \quad (3.30)$$

Prandtl cho rằng hệ số nhớt rối phụ thuộc trực tiếp vào tần số này

$$\tilde{v} = l_m^2 M \quad (3.31)$$

trong đó  $l_m$  là khoảng cách được gọi là quãng đường xáo trộn.

Lý thuyết nêu trên được áp dụng cho tất cả các hướng trong không gian.

Cho rằng:

$$M = \left\{ \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \frac{\partial u_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} \frac{\partial u_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} \right\}^{\frac{1}{2}},$$

ta có thể viết:

$$\tilde{v}_1 = \tilde{v}_2 = \tilde{v}_3 = l_m^2 M. \quad (3.32)$$

Trong trường hợp phức tạp nhất, đặc biệt khi hiện tượng phân tầng tác động đến trao đổi năng lượng, trong dạng nguồn sản sinh hay tiêu huỷ, định luật Prandtl vẫn được bảo toàn không những đối với nhớt rối mà cả đối với khuếch tán nhiệt và chất – người ta tìm các biểu thức cụ thể thông qua việc tham số hoá  $M$  và quãng đường xáo trộn thích ứng với vấn đề cụ thể đó.

Như đã trình bày trên đây, trong khi phân các đặc trưng chuyển động rối ra đại lượng trung bình  $u$  và nhiễu động  $v'$ , các đại lượng thu được phụ thuộc vào khoảng thời gian lấy trung bình  $\mathcal{Q}$ .

Nếu như chọn  $\mathcal{Q}$  trùng với miền có năng lượng thấp, phương trình đối với  $u$  và nhiễu động  $v'$  sẽ có cùng dạng với phương trình của đại lượng trung bình thống kê. Trường  $u$  sẽ bao gồm các thành phần chuyển động có thời gian đặc trưng lớn hơn nhiều so với  $\mathcal{Q}$ , còn trường  $v'$  gồm các thành phần có thời gian đặc trưng nhỏ hơn nhiều so với  $\mathcal{Q}$ .

Năng lượng của các nhiễu động được lấy từ trường trung bình  $u$  do các xoáy phản ánh tính không dừng, bất đồng nhất và dị hướng của trường này. Năng lượng sẽ được truyền tiếp cho các xoáy có kích thước nhỏ hơn, bậc thang năng lượng này luôn gắn liền với hiện tượng ‘xa rời quá khứ’, nghĩa là bắt đầu từ một kích thước nào đó ta có thể xem các xoáy rối có tính thống kê dừng, đồng nhất và đẳng hướng. Người ta có thể xác định được một kích thước tới hạn của xoáy  $l_H$  mà bắt đầu từ đó tính thống kê dừng được thể hiện. Kích thước này phụ thuộc vào kích thước đặc trưng cho sự biến động của trường trung bình, vào khoảng cách tới biên (tường, vách) và nếu như  $L$  là đại lượng bé nhất trong số các kích thước đặc trưng thì  $l_H \ll L$ .

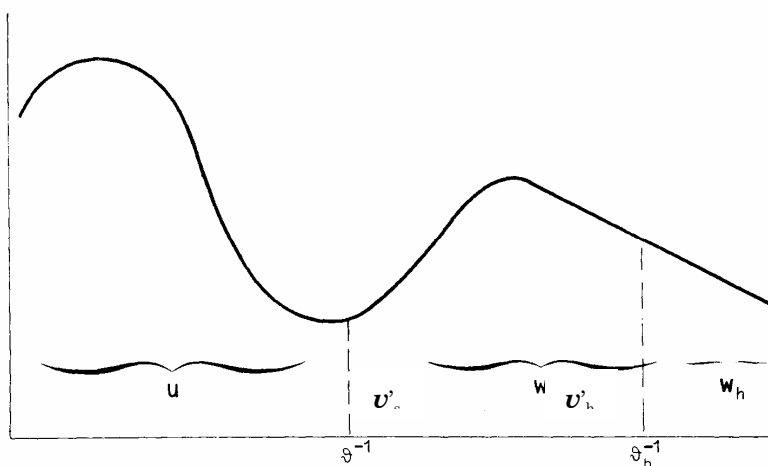
Trong môi trường nước và không khí thì các biến đổi theo phương thẳng đứng thường hay xảy ra và có giá trị lớn hơn cả vì vậy  $L$  có thể gắn liền với khoảng cách đặc trưng của độ sâu hay độ cao.

Hoàn toàn có thể làm rõ cơ chế bên trong của rối đồng nhất thông qua việc lấy tích phân trường vận tốc trong khoảng thời gian  $\mathcal{G}_h$  đủ nhỏ nhằm tách thang năng lượng của các xoáy về một miền có quy mô thời gian được xem như đồng nhất.

Do khoảng thời gian lấy trung bình  $\mathcal{G}_h$  không trùng với thời đoạn có cực tiểu năng lượng trong phổ chuyển động rối nên bên cạnh nhiễu động  $v'_h$  đặc trưng cho những nhiễu động sẽ bị triệt tiêu tại  $\mathcal{G}_h$  còn có thêm thành phần  $v'_s = v - u - v'_h$  có quy mô thời gian đặc trưng trùng với  $\mathcal{G}_h$ .

Nếu lấy trung bình các phương trình đối với  $v$  theo chu kỳ  $\mathcal{G}_h$ , ta thu được các phương trình tương tự như phần trên, nhưng thay vào  $u$  sẽ là  $u + v'_s$ ,  $v'$  là  $v'_h$ .

$E(f)$



**Hình 3.4. Các đặc trưng rối (năng lượng rối) phụ thuộc vào chu kỳ lấy trung bình**

Trong điều kiện này  $v'_h$  được xem là thống kê dừng và đồng nhất và phương trình đối với tản mát năng lượng rối  $\varepsilon$  sẽ có dạng sau:

$$\sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left\{ -\langle v'_{h\alpha} v'_{h\beta} \rangle \frac{\partial u_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} \right\} + \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left\{ -\langle v'_{h\alpha} v'_{h\beta} \rangle \frac{\partial v'_{s\alpha}}{\partial x_{\beta}} \right\} = \varepsilon \quad (3.33)$$

Có thể thấy rằng hai số hạng trong vế trái đặc trưng cho năng lượng lấy từ chuyển động trung bình trong một đơn vị thời gian và năng lượng trao đổi trên một đơn vị thời gian giữa  $v'_s$  và  $v'_h$ , nghĩa là giữa hai xoáy có kích thước gần kề nhau.

Số hạng thứ nhất cũng tương ứng nguồn năng lượng trực tiếp từ rối vi mô, được trường trung bình nuôi dưỡng, còn số hạng thứ hai tương ứng sự thành tạo xoáy rối vi mô bởi xoáy có kích thước lớn hơn liền kề trong thang chuyển hoá năng lượng đã mô tả trên đây. Như vậy tản mát năng lượng sẽ bao gồm tổng của hai số hạng đó.



Nếu cho  $L$  là quy mô nhỏ nhất của biến đổi  $u$  và  $l$  là quy mô không gian của  $v'_s$ , hai số hạng trên sẽ có bậc đại lượng như sau:

$$\langle v'^2 \rangle (u/L) \text{ và } \langle v'^2 \rangle (v'_s/l).$$

Theo đó, nếu các xoáy giảm chậm hơn so với kích thước của chúng, thì ta luôn tìm được  $l \ll L$  làm sao cho quá trình truyền năng lượng theo bậc thang sẽ có tính quyết định và công thức (3.33) có thể viết:

$$\sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left\{ - \langle v'_{h\alpha} v'_{h\beta} \rangle \frac{\partial v'_{s\alpha}}{\partial x_{\beta}} \right\} \sim \varepsilon \quad (3.34)$$

Lựa chọn một hệ số nhớt rối đặc trưng cho thông lượng rối tương ứng  $v'_h$ , có thể rất phù hợp nếu lấy quãng đường xáo trộn Prandtl bằng kích thước  $l$  của xoáy phân cách giữa  $v'_s$  và  $v'_h$ .

Cuối cùng ta có thể viết:

$$l^2 M^3 = \varepsilon$$

hay

$$M \sim \varepsilon^{1/3} l^{-2/3} \quad (3.35)$$

$$\tilde{v} \sim \varepsilon^{1/3} l^{4/3} \quad (3.36)$$

Kolmogorov đã đề xuất một đại lượng gọi là số sóng

$$k = l^{-1}$$

đặc trưng cho quy mô rối và một hàm phổ năng lượng  $E_k$  sao cho  $kE_k$  là động năng chứa trong dải phổ  $k$ .

Theo các công thức trên có thể thấy rằng ứng với một giá trị  $k$  sẽ có một năng lượng  $\varepsilon$  trong miền đồng nhất của rối và nó sẽ được truyền theo thang năng lượng trong một đơn vị thời gian, tần số của quá trình này sẽ là:

$$\omega_k \sim \varepsilon^{1/3} k^{2/3}$$

Ta có thể viết:

$$\varepsilon \sim \omega_k (kE_k) \quad (3.37)$$

Sau khi biến đổi có thể rút ra

$$E_k \sim \varepsilon^{1/3} k^{-5/3} \sim \varepsilon^{1/3} l^{5/3} \quad (3.38)$$

Biểu thức này đã được Kolmogorov rút ra trên cơ sở phân tích thứ nguyên cho ta quy luật phân bố năng lượng trong miền các xoáy đồng nhất.

Công thức của Kolmogorov đã được kiểm nghiệm bằng các số liệu đo đạc trong khí quyển và đại dương đối với phần suy giảm của phổ.

Những mô tả về rối và khuếch tán rối biên vừa trình bày đã cho thấy vai trò của rối động lực gắn liền với các chuyển động theo phương ngang. Các kết quả nghiên cứu cũng đồng thời cho thấy hiệu ứng phân lớp của chuyển động chất lỏng có ý nghĩa quyết định đối với sự hình thành và phát triển rối. Quá trình xáo trộn rối theo phương thẳng đứng có một vai trò tương đương với hiệu ứng phân lớp và cùng với hiệu ứng này hình thành nên cấu trúc rối 3 chiều trong biển và đại dương. Trong chương tiếp theo chúng ta sẽ đi sâu phân tích quá trình xáo trộn và đưa ra phương trình tiến triển đối với cấu trúc rối biên.



## CHƯƠNG 4. XÁO TRỘN VÀ CÁC CẤU TRÚC RỐI

### 4.1. ĐỘ ỔN ĐỊNH TRỌNG LỰC

Độ nổi của nước biển biểu thị sự chênh lệch giữa phân bố thực tế của mật độ và phân bố của nó trong một trạng thái quy chiếu đặc trưng bởi cân bằng thủy tĩnh và các giá trị không đổi của nhiệt độ thể vị (tương đương entropi) cùng các biến trạng thái khác như độ muối hoặc độ ẩm và độ đục.

Độ nổi là một lực – trên một đơn vị khối lượng – hướng xuống dưới khi mật độ lớn hơn mật độ cân bằng và hướng lên trên trong trường hợp ngược lại. Tất cả các biến động của cân bằng thủy tĩnh đều làm xuất hiện một lực đẩy tương tự phản lực nhằm đưa các phần tử chất lỏng trở về vị trí cân bằng.

Các chất lỏng địa vật lý không phải nằm trong trạng thái quy chiếu thủy tĩnh. Đây là nội của các quá trình rối động lực và dẫn đến một sự phân bố của mật độ ngẫu nhiên bao gồm phần trung bình  $\langle \rho \rangle$  và phần nhiễu động.

Sự phân bố thẳng đứng của mật độ trung bình  $\langle \rho \rangle$  không nhất thiết phải giống như cân bằng thủy tĩnh, do đó lực nổi trung bình thường có dạng một hàm không gian-thời gian với đạo hàm riêng  $\frac{\partial a}{\partial x_3}$  có thể có giá trị dương hoặc âm phụ thuộc vào trường hợp cụ thể.

Khi  $\langle \rho \rangle$  vượt quá giá trị cân bằng, thì đạo hàm có giá trị âm

$$a = -g \frac{\langle \rho \rangle - \rho_e}{\rho_0}$$

và độ nổi là một lực hướng xuống dưới ( $\vec{a} = a\vec{e}_3$ ).

Tác động của độ nổi lên các nhiễu động của trạng thái động lực toàn hệ thống được thể hiện qua  $\frac{\partial a}{\partial x_3}$ .

Thật vậy, một sự chuyển dịch  $\delta x_3$  của phần tử chất lỏng có mật độ  $\langle \rho \rangle$  và một lực đẩy  $a$  dẫn đến môi trường mới có độ nổi

$$\vec{a} + \frac{\partial a}{\partial x_3} \delta x_3 \vec{e}_3.$$

Phần tử nước chuyển động sẽ bị một lực tác động tương đối:

$$\frac{\partial a}{\partial x_3} \delta x_3 \bar{e}_3 \quad (4.1)$$

Nếu như  $\frac{\partial a}{\partial x_3}$  có giá trị dương, phần tử nước khi chuyển dịch lên trên ( $\delta x_3 > 0$ ) sẽ chịu một lực kéo lại hướng xuống dưới, còn phần tử nước khi chuyển dịch xuống dưới ( $\delta x_3 < 0$ ) sẽ chịu một lực kéo lại hướng lên trên.

Nếu như  $\frac{\partial a}{\partial x_3}$  có giá trị âm thì hiện tượng trên lại có hướng ngược lại. Phần tử nước khi chuyển dịch lên trên (xuống dưới) sẽ chịu một lực kéo lại hướng đi lên (xuống dưới), nghĩa là làm tăng tốc nhiễu động.

Người ta nói rằng

$$\frac{\partial a}{\partial x_3} > 0 \text{ đặc trưng cho môi trường ổn định}$$

$$\frac{\partial a}{\partial x_3} = 0 \text{ đặc trưng cho môi trường phiếm định}$$

$$\frac{\partial a}{\partial x_3} < 0 \text{ đặc trưng cho môi trường bất ổn định}$$

Khi môi trường ổn định, người ta đưa ra khái niệm tần số Brunt – Vaisalia  $N$  theo định nghĩa sau:

$$\frac{\partial a}{\partial x_3} = N^2.$$

Tần số Brunt – Vaisalia gắn liền với dao động của chất lỏng xung quanh vị trí tự nhiên của nó. Thực vậy, nếu  $x_3 = z$  là vị trí tự nhiên của một phần tử chất lỏng và  $x_3 = z + \zeta$  là vị trí đã bị nhiễu, bỏ qua các lực dạng 4.1, theo định luật Niuton ta có:

$$\frac{d^2 \zeta}{dt^2} + N^2 \zeta = 0 \quad (4.2)$$

Sự biến đổi của mật độ trong cơ học chất lỏng địa vật lý chủ yếu là một hàm của nhiệt độ thể vị. Do đó với phép xấp xỉ bậc nhất:

$$a = -g \frac{\langle \rho \rangle - \rho_e}{\rho_0} \sim \beta g (\langle \theta \rangle - \theta_e)$$

trong đó  $\theta_e$  là nhiệt độ thế vị đồng nhất tương ứng cân bằng tĩnh học đồng nhất entropi.

Theo định nghĩa  $\frac{\partial \theta_e}{\partial x_3} = 0$ , ta có

$$\frac{\partial a}{\partial x_3} \sim \beta g \frac{\partial \langle \theta \rangle}{\partial x_3}.$$

Mặt khác căn cứ các tính chất rút ra từ nhiệt động lực học (công thức 2.14, 2.24, 2.51)

$$\frac{\partial \langle \theta \rangle}{\partial x_3} = \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial x_3} + \Gamma \quad (4.3)$$

trong đó

$$\Gamma = \frac{\beta T_0 g}{c_p} \quad (4.4)$$

là giá trị tuyệt đối của gradient nhiệt độ đoạn nhiệt tương ứng cân bằng thủy tĩnh đồng nhất entropi ( $\Gamma \sim 10^{-2}$  trong không khí và  $\Gamma \sim 5 \cdot 10^{-4}$  trong nước)

$$(\delta\theta \equiv \delta T - \frac{\beta T}{\rho c_p} \delta p = 0).$$

Kết hợp 4.3 và 4.4 ta thu được

$$\frac{\partial a}{\partial x_3} \sim \beta g \left\{ \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial x_3} + \Gamma \right\}.$$

Điều kiện ổn định  $\frac{\partial a}{\partial x_3} > 0$  sẽ tương ứng gradient nhiệt độ trung bình âm và nhỏ hơn về

giá trị tuyệt đối gradient đoạn nhiệt (ổn định yếu) hay dương (độ ổn định lớn); trong khí quyển trạng thái như vậy được gọi là nghịch nhiệt.

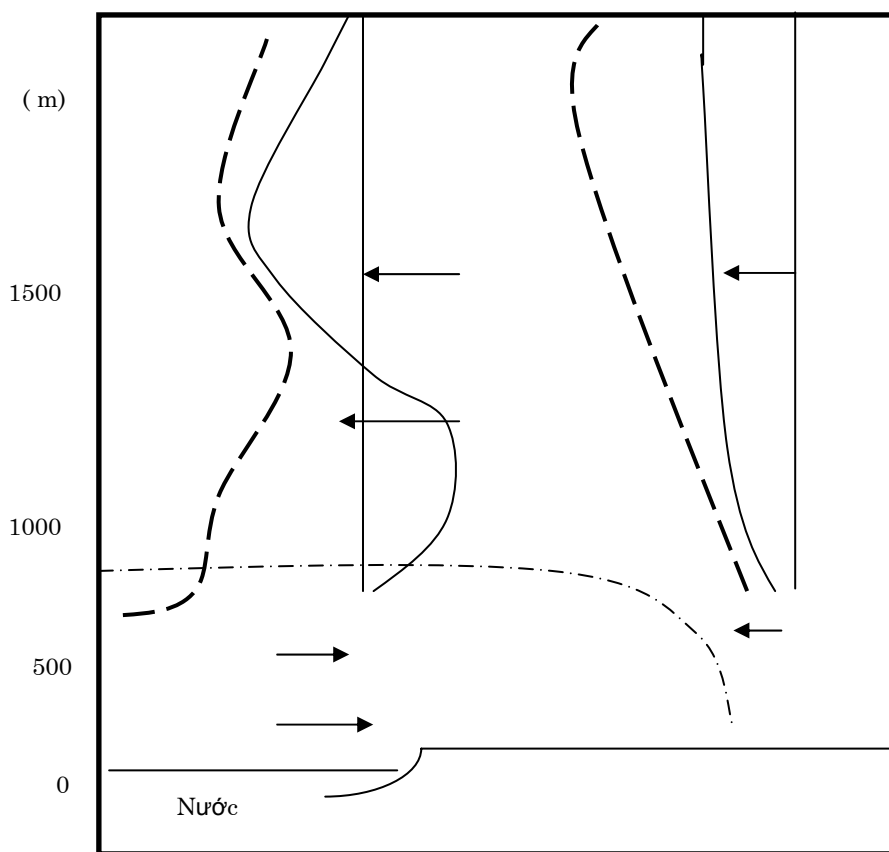
Chúng ta dễ thấy rằng tất cả các trạng thái ổn định đều dẫn đến suy yếu rối cơ học, trong khi sự phân tầng bất ổn định lại làm rối tăng lên. Như vậy hiện tượng khuếch tán phụ thuộc vào sự phân tầng của chất lỏng.

## 4.2. TÁC ĐỘNG CỦA PHÂN TẦNG TRONG LỚP BIÊN

Trong khí tượng học người ta hay nói đến gradient nhiệt độ trung bình hơn là độ nổi khí quyển.

Trong trường hợp phân tầng không ổn định thường dẫn đến sự xáo trộn mạnh và lan truyền rộng về phía dưới của các vệt khói. Điều kiện này thường gặp chủ yếu đối với lớp khí quyển dày khoảng 100 mét gần mặt đất, tương ứng điều kiện đốt nóng do mặt trời hay do khí quyển lạnh xâm nhập vào trong lớp trên.

Trong phân tầng phiếm định lan truyền các vệt chủ yếu do rối cơ học. Hiện tượng này thường xảy ra khi thời tiết gió mạnh và mây bao phủ hoặc xảy ra trong một khoảng thời gian ngắn khi mặt trời đang lên hay lúc hoàng hôn, vào giai đoạn bắt đầu và kết thúc đối lưu nhiệt ngày đêm.



Hình 4.1 Phân bố gió → và nhiệt độ - - - trong điều kiện gió đất, gió biển

Đối với phân tầng ổn định các vệt khói lại có hướng đi lên. Hiện tượng nghịch nhiệt xảy ra

- buổi tối, gần mặt đất, trời không mây và gió mạnh,
- khi không khí nóng xâm nhập vào phía trên bề mặt lạnh của nước hay băng tuyết,
- sau một trận mưa mùa hè, mặt đất bị lạnh do bốc hơi nhiều,

- d) tại những nơi các front khí quyển phân cách các khối khí lạnh và nóng,
- e) tại phần giữa hạ tầng khí quyển (từ  $10^3$  đến  $5.10^3$  m) trong các xoáy nghịch nóng cận nhiệt đới,
- f) tại thượng tầng khí quyển.

Đối với các vùng nông thôn với điều kiện trời không mây, người ta có thể quan trắc một sự biến đổi chu kì ngày của độ phân tầng khí quyển trong lớp hàng trăm mét gần mặt đất.

Hiện tượng nghịch nhiệt vào buổi tối do bức xạ ít khi quan trắc được trong điều kiện thành phố do các quá trình:

- a) các nguồn nhiệt thoát ra từ các khu công nghiệp và dân cư,
- b) nhiệt hấp thụ do bê tông, gạch, ngói sẽ chuyển dần vào không khí trong đêm,
- c) lớp khói và dioxide cacbon hoạt động như một bộ thu-phát nhiệt về cả hai phía trên và dưới làm chậm phát sinh nghịch nhiệt,
- d) đảo nhiệt trên thành phố tồn tại khi gió yếu với các xoáy hình thành do dòng thăng trong phố và dòng giáng phía ngoại ô gây nên mức độ nghịch nhiệt khác nhau giữa hai khu vực,
- e) chuyển động của xe cộ góp phần tạo nên rối cơ học gần mặt đất làm giảm khả năng tạo ra nghịch nhiệt.

Đối với khí quyển trên dải ven bờ vào các mùa xuân và hè khi không khí đi từ biển vào bờ có sự biến đổi mạnh của cấu trúc nhiệt, thông thường tồn tại nghịch nhiệt trên mặt nước, khi đi vào đất liền sẽ xảy ra hiện tượng đốt nóng và gây xáo trộn có thể dẫn đến hiện tượng các chất ô nhiễm tích tụ trên tầng nghịch nhiệt đi xuống mặt đất.

Hiện tượng gió đất, gió biển xảy ra do sự chênh lệch nhiệt trên mặt đất và trên mặt nước cũng làm cho cấu trúc nhiệt thay đổi đáng kể trên các khoảng cách khác nhau tính từ bờ. Các thung lũng cũng dẫn đến các hoàn lưu thứ cấp do tồn tại mặt khuất và mặt bị phơi dưới nắng.

Những cản trở trên mặt đất đặc biệt là các công trình cao cũng hình thành nên các hoàn lưu phụ chủ yếu phía sau công trình.

Trong các biển và đại dương các gradient nhiệt độ đoạn nhiệt thường rất nhỏ ( $10^{-4} - 10^{-5}$ ) do đó sự phân biệt giữa nhiệt độ thực và nhiệt độ thế vị thường ít được quan tâm. Cũng như đối với khí quyển, các dòng chảy mạnh, ví dụ các dòng triều, có thể gây nên rối động lực rất mạnh và xáo trộn có thể bao trùm toàn cột nước, sự phân tầng ở đây bị triệt tiêu. Khi dòng chảy không lớn, các gradient theo độ sâu của nhiệt độ và mật độ tuy không lớn nhưng có thể tạo nên các lực làm suy yếu rối và trao đổi theo phương thẳng đứng.



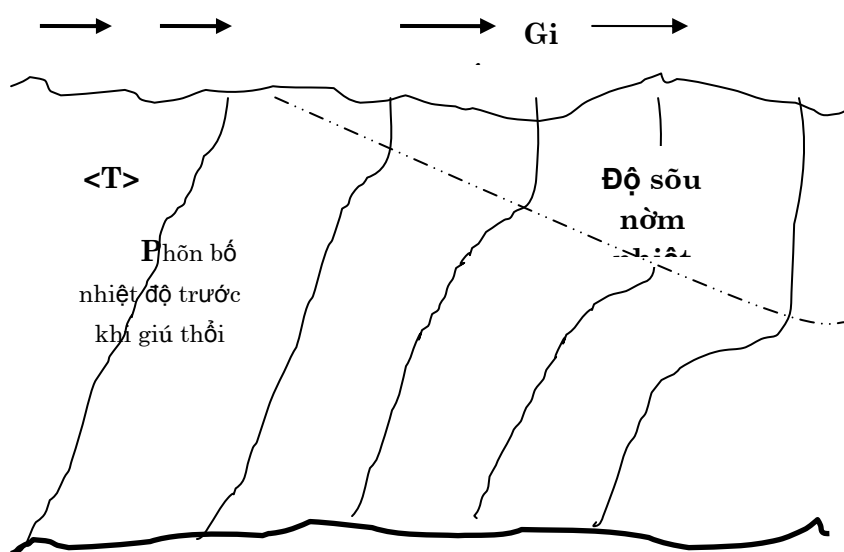
Rối vi mô trong đại dương thường ít chịu biến đổi hơn do nguyên nhân trao đổi nhiệt nếu so sánh rối vi mô trong khí quyển. Rối phát triển gần đáy biển do ma sát, vận tốc dòng chảy theo hướng ngang hoàn toàn tương tự như rối trong lớp biên khí quyển sát mặt, tuy nhiên sự biến động của chúng do bức xạ theo chu kỳ ngày đêm không đáng kể.

Tuy nhiên lớp trên cùng của đại dương là trung tâm của rối hình thành trên mặt phân cách khí quyển - đại dương do các nhân tố khí quyển. Trong số các nhân tố khí quyển, gió có vai trò đặc biệt quan trọng.

### 4.3. NÊM NHIỆT NGÀY ĐÊM

Khi không có gió, trên vùng biển có triều yếu như Địa Trung Hải người ta có thể quan trắc được sự phân tầng ổn định thường xuyên của cột nước. Nếu như gió bắt đầu thổi, ứng suất tiếp tuyến tác động lên mặt biển gây nên sự biến dạng, sự xuất hiện và phát triển của sóng kèm theo quá trình tương tác giữa chúng, cũng như hiện tượng sóng đổ và không ổn định tạo ra các xoáy trên mặt và các nhiễu động rối xâm nhập dần xuống các tầng sâu.

Cùng với gió thổi trên mặt, rối nhận được năng lượng có xu hướng đi vào các tầng sâu hơn. Quá trình xáo trộn của nước dẫn đến sự đồng nhất của nhiệt độ và mật độ trong lớp sát mặt và cũng gây ra trên biên phân cách lớp rối một gradient đáng kể và chuyển dần xuống lớp sâu hơn.



Hình 4.2. Phân bố nhiệt độ theo độ sâu trong các điều kiện gió tác động

Lớp nước tương đối mỏng với gradient nhiệt độ rất lớn (có thể đạt đến 5°C trên 1 mét tại vịnh Calvi gần đảo Corse) được gọi là nêm nhiệt. Nêm nhiệt phân cách lớp xáo trộn trên của biển với lớp nước sâu hơn nơi gradient nhiệt độ ổn định và không lớn.

Cũng như lớp nghịch nhiệt trong khí quyển nêm nhiệt là cản trở đối với khuếch tán theo phương thẳng đứng. Những bức tranh lan truyền khói bụi trong khí quyển hoàn toàn có thể

áp dụng đối với biên tương ứng các điều kiện phân tầng khác nhau. Cần nhắc lại rằng nêm nhiệt trong biển cũng như nghịch nhiệt trong khí quyển tương ứng sự gia tăng nhiệt độ theo độ cao. Tuy nhiên trong biển, khác với trong khí quyển, sự biến đổi này mang tính tự nhiên nên không mang tên nghịch nhiệt.

Đối với các vùng biển khơi, rồi theo độ sâu đóng một vai trò quan trọng trong khuếch tán. Tại các vùng ven bờ, cửa sông thì các xoáy ngang cũng đóng vai trò quan trọng vì vậy rồi thường được xem là 3 chiều. Tại các khu vực này sự phân tầng cục bộ có thể xảy ra do xâm nhập sông, thải nước ấm từ các nhà máy phát điện hoặc nguồn gốc công nghiệp.

#### **4.4. TÍNH ĐỒNG NHẤT NGANG VÀ TỤA DỪNG CỦA RỐI BIÊN**

Như chúng ta đã thấy, trong chất lỏng địa vật lí, các biến đổi theo phương thẳng đứng thường thể hiện rõ hơn nhiều so với các biến đổi ngang. Ví dụ, trạng thái trên hình 4.2 có kích thước thẳng đứng khoảng từ 1 đến 2 km và kích thước ngang từ 10 đến 20 km. Kích thước thẳng đứng trong khí quyển không vượt quá độ dày của lớp biên khí quyển (~ 10 km) trong khi kích thước ngang có thể đạt tới  $10^4$  km. Một biển ven thường có chiều rộng vài ba trăm km, trong khi độ sâu chỉ trong khoảng vài trăm mét. Một con sông kéo dài hàng trăm km nhiều lần lớn hơn bề rộng và độ sâu của nó. Các kích thước ngang của đại dương và khí quyển lớn hơn so với độ dày, không những cho phép tồn tại chuyển động theo quy mô lớn mà còn làm giảm mức độ quan trọng tương đối của các khu vực biên nơi các biến đổi nhanh thường bị áp đặt bởi các điều kiện biên.

Như vậy chúng ta có thể nghĩ rằng giới hạn sự đồng nhất ngang thường lớn hơn nhiều giới hạn thẳng đứng và cho rằng rối vi mô đóng vai trò chủ yếu trong trao đổi thẳng đứng được xem là đồng nhất ngang thậm chí nếu sự đồng nhất hoàn toàn chỉ xảy ra đối với các xoáy vi mô nhỏ nhất.

Giả thiết này, theo đó các đặc trưng trung bình của chất lỏng địa vật lí chỉ phụ thuộc vào  $x_3$ , chỉ tồn tại một cách xấp xỉ tương đối, trong một miền giới hạn của vùng nghiên cứu. Các đặc điểm địa phương (gần bờ, biến đổi địa hình, v.v..) sẽ làm giảm khả năng của nó thậm chí giả thiết đồng nhất ngang hoàn toàn không còn giá trị.

Điều này chỉ thiết lập một cách tiếp cận đầu tiên cho phép thông qua phương thức đơn giản hiểu được cơ chế trao đổi rối thẳng đứng trong chất lỏng phân tầng. Các mô hình dựa trên giả thiết này cung cấp những mô phỏng định tính tương đối chính xác nhưng chỉ so sánh được với thực nghiệm một cách tương đối trong điều kiện lựa chọn kĩ càng địa điểm quan trắc.

Giả thiết đồng nhất ngang thường gắn với giả thiết dừng, theo đó các biến động thẳng đứng của những đặc trưng rối vi mô khu vực chỉ bị biến đổi bởi các hiện tượng địa vật lí không thường xuyên và các thay đổi khí hậu được tiến hành với thời gian đặc trưng lớn hơn nhiều so với thời gian đặc trưng rối vi mô.

Giả thiết thứ hai này cho rằng các tính chất trung bình của chất lỏng địa vật lí không phụ thuộc trực tiếp vào thời gian, vì vậy chỉ có thể thoả mãn tương đối trong một không thời

gian hạn chế. Những hiện tượng đột biến (gió giật, ...), các biến đổi khí hậu nhanh ngược chiều ( thay đổi ngược dấu đột biến thông lượng nhiệt trong lớp biên khí quyển vào giờ hoàng hôn, ...) làm giảm, thậm chí không còn thoả mãn giả thiết dừng.

Do đó nó chỉ là một cách tiếp cận đầu tiên sự trao đổi rối thẳng đứng và các mô hình dừng, nếu chúng được sử dụng để làm rõ một số hiện tượng do sự đơn giản thì cũng chỉ cho phép đưa ra các dự báo định tính và thoả mãn số liệu thực tế trong một số trường hợp và thời điểm được chọn lựa kĩ càng.

Việc hình thành một đới xáo trộn trong lớp nước trên cùng của biển dưới tác động của ứng suất tiếp tuyến của gió mô tả rất rõ giả thiết này. Nếu như gió thổi trong một khoảng thời gian tương đối lớn, nê-m nhiệt đạt đến độ sâu tối đa sau nhiều giờ. Rối thẳng đứng có thể được mô tả bằng mô hình dừng.

Quan trắc tương tự đã được tiến hành trong thí nghiệm vào năm 1973 của Phòng thí nghiệm không lực Cambridge (Hoa Kỳ), Cơ quan NC Khí tượng (Anh) và Cục thời tiết không quân Oklahoma (Hoa Kỳ) tại Minnesota.

Các quan trắc đều cho thấy sự tồn tại của nghịch nhiệt tại độ cao từ 1 đến 2 km. Độ cao mặt dưới của lớp nghịch nhiệt luôn biến đổi từ ngày này qua ngày khác và có thể có biến trình ngày đêm.

#### 4.5. CÁC PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN CỦA RỐI DỪNG ĐỒNG NHẤT NGANG

Các chuyển động thẳng đứng được xem là ít quan trọng hơn so với chuyển động ngang, người ta có thể cho rằng véc tơ vận tốc  $u$  chỉ theo hướng ngang. Do các giá trị trung bình chỉ phụ thuộc vào  $x_3$ , các thành phần bình lưu bị triệt tiêu

$$\nabla \cdot [u \langle \rangle] = u \cdot \nabla \langle \rangle \sim 0$$

Các thông lượng phân tử có thể bỏ qua khi so sánh với thông lượng rối.

Trong các điều kiện như vậy, cho rằng trung bình chỉ phụ thuộc vào  $x_3$ , ta có thể viết phương trình khuếch tán về dạng đơn giản

$$Q^y + \frac{d}{dx_3} \left( \tilde{\lambda}^y \frac{dy}{dx_3} \right) = 0 \quad (4.5)$$

trong đó  $\tilde{\lambda}^y$  là hệ số khuếch tán rối theo phương thẳng đứng đối với biến  $y$ .

Trong các trường hợp cụ thể

$$a) \quad y = u_1 \quad Q^y = fu_2 - \frac{\partial p}{\partial x_1}$$

$$fu_2 - \frac{\partial p}{\partial x_1} + \frac{d}{dx_3}(\tilde{v} \frac{du_1}{dx_3}) = 0, \quad (4.6)$$

$$b) y = u_2 \quad Q^y = -fu_1 + \frac{\partial p}{\partial x_2}$$

$$-fu_1 - \frac{\partial p}{\partial x_2} + \frac{d}{dx_3}(\tilde{v} \frac{du_2}{dx_3}) = 0, \quad (4.7)$$

$$c) y = u_3 \sim 0 \quad Q^y = a - \frac{\partial p}{\partial x_3}$$

$$a - \frac{\partial p}{\partial x_3} = 0 \quad (4.8)$$

$$d) y = a \quad Q^y = \langle \psi^b \rangle$$

$$Q^a + \frac{d}{dx_3}(\tilde{\kappa} \frac{da}{dx_3}) = 0, \quad (4.9)$$

$$e) y = \frac{1}{2}u^2 \quad Q^y = -\nabla \cdot (up) - \tilde{v} \frac{du}{dx_3} \cdot \frac{du}{dx_3}$$

$$-\nabla \cdot (up) - \tilde{v} \frac{du}{dx_3} \cdot \frac{du}{dx_3} + \frac{d}{dx_3}[\tilde{\lambda}^u \frac{d}{dx_3}(\frac{1}{2}u^2)] = 0 \quad (4.10)$$

$$f) y = \langle \frac{1}{2}v'^2 \rangle \quad Q^y = -\tilde{\kappa} \frac{da}{dx_3} - \tilde{v} \frac{du}{dx_3} \cdot \frac{du}{dx_3} - \varepsilon$$

$$-\tilde{\kappa} \frac{da}{dx_3} - \tilde{v} \frac{du}{dx_3} \cdot \frac{du}{dx_3} - \varepsilon + \frac{d}{dx_3}[\tilde{\lambda}^v \frac{d}{dx_3} \langle \frac{1}{2}v'^2 \rangle] = 0 \quad (4.11)$$

$$g) y = u^* \quad Q^y = \langle S^* \rangle + \langle I^* \rangle - \nabla \cdot (m^* \mu^*)$$

$$Q^* + \frac{d}{dx_3}(\tilde{\kappa}^* \frac{d\mu^*}{dx_3}) = 0 \quad (4.12)$$

$$h) y = 1 \quad Q^y = 0$$

$$\nabla \cdot \bar{u} = 0$$

Điều kiện không nén sẽ được thoả mãn hoàn toàn vì  $\vec{u}$  chỉ theo hướng ngang và là hàm chỉ của  $x_3$ .

$$\varepsilon = \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left\{ v \left\langle \frac{\partial v'_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} \frac{\partial v'_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} \right\rangle \right\} \text{ là công bị tản mát do rối.}$$

Đưa thêm khái niệm động năng tổng trung bình

$$\left\langle \frac{1}{2} v^2 \right\rangle = \frac{1}{2} u^2 + \left\langle \frac{1}{2} v'^2 \right\rangle$$

và sử dụng phép gần đúng bậc một,  $\tilde{\lambda}^u = \tilde{\lambda}^w \equiv \tilde{v}$ , từ (4.10) và (4.11) ta có

$$-\nabla \cdot (up) - \tilde{\kappa} \frac{da}{dx_3} - \varepsilon + \frac{d}{dx_3} \left[ \tilde{v} \frac{d}{dx_3} \left\langle \frac{1}{2} v^2 \right\rangle \right] = 0$$

trong đó ta thấy xuất hiện theo thứ tự ba thành phần đầu, công được cung cấp, công trao đổi với trường độ nổi (chuyển hoá động năng-thể năng) và công tản mát. Khi cả ba thành phần này không cân bằng tại chỗ với nhau, chúng dẫn tới khuếch tán năng lượng theo phương thẳng đứng đi tới nhằm cân bằng sự thiếu hụt cục bộ.

Chúng ta chú ý rằng do tính chất của (4.5) và sự đồng nhất ngang

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x_1 \partial x_3} = \frac{\partial^2 p}{\partial x_2 \partial x_3} = 0$$

cùng với lấy đạo hàm 4.2 và 4.5 theo  $x_3$  ta có

$$f \frac{du_2}{dx_3} + \frac{d^2}{dx_3^2} (\tilde{v} \frac{du_1}{dx_3}) = 0 \quad (4.13)$$

$$-f \frac{du_1}{dx_3} + \frac{d^2}{dx_3^2} (\tilde{v} \frac{du_2}{dx_3}) = 0 \quad (4.14)$$

trong đó  $\frac{du_1}{dx_3}$  và  $\frac{du_2}{dx_3}$  là các tần số phân lớp (Prandtl).

Người ta thường xác định gió và dòng chảy địa chuyển thông qua biểu thức

$$f \vec{e}_3 \times \vec{u}_g = -\nabla p. \quad (4.15)$$

Theo công thức này thì vận tốc  $u_g$  không phụ thuộc vào độ cao và độ sâu. Trong chừng mực nào đó có thể cho rằng vận tốc địa chuyển đặc trưng cho hoàn lưu của cả tập hợp chất lỏng địa vật lí.

Căn cứ vào các giả thiết trên đây, chúng ta cũng có thể có một tương quan giản đơn giữa vận tốc địa chuyển và vận tốc trung bình trên một độ cao nào đó của lớp chất lỏng.

$$hf\tilde{e}_3 \times (\bar{u}_g - \bar{u}) = (\tilde{v} \frac{d\bar{u}}{dx_3})_{x_3+h} - (\tilde{v} \frac{d\bar{u}}{dx_3})_{x_3} \quad (4.16)$$

trong đó  $\bar{u}$  là trung bình theo độ sâu của vận tốc  $u$  trong lớp nước quan tâm và số hạng vế phải cho ta hiệu số giữa các thông lượng rối dưới đáy và trên đỉnh của lớp.

### Cung thức tóm tắt

Trong trạng thái dừng  $v$  đồng nhất ngang, các biến trạng thái của chất lỏng địa vật lí sẽ là các hàm chỉ của  $x_3$  và thỏa mãn phương trình trong dạng sau :

$$Q^y + \frac{d}{dx_3} \left( \tilde{\lambda}^y \frac{dy}{dx_3} \right) = 0, \quad y = u_1, u_2, a, \dots$$

cho ta thấy nguồn sản sinh (hay tiêu hủy) cục bộ được cân bằng bởi thông lượng thẳng đứng xuất ra khi nguồn sản sinh dương và nhập vào để cân bằng khi có giá trị âm (phân hủy).

Trường hợp đặc biệt

$$fu_2 - \frac{\partial p}{\partial x_1} + \frac{d}{dx_3} (\tilde{v} \frac{du_1}{dx_3}) = 0,$$

$$-fu_1 - \frac{\partial p}{\partial x_2} + \frac{d}{dx_3} (\tilde{v} \frac{du_2}{dx_3}) = 0,$$

trong đó  $p$  liên quan với độ nổi theo cung thức

$$a - \frac{\partial p}{\partial x_3} = 0 \quad \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x_1 \partial x_3} = \frac{\partial^2 p}{\partial x_2 \partial x_3} = 0 \right)$$

$$-\tilde{\kappa} \frac{da}{dx_3} + \tilde{v} \frac{du}{dx_3} \cdot \frac{du}{dx_3} - \varepsilon + \frac{d}{dx_3} \left[ \tilde{\lambda} \frac{d}{dx_3} \left\langle \frac{1}{2} v'^2 \right\rangle \right] = 0$$

$$Q^a + \frac{d}{dx_3} (\tilde{\kappa} \frac{da}{dx_3}) = 0, \quad Q^* + \frac{d}{dx_3} (\tilde{\kappa}^* \frac{d\mu^*}{dx_3}) = 0.$$

Cho rằng

$$\vec{u}_f = (hf)^{-1} \vec{e}_3 \times [(\tilde{v} \frac{d\vec{u}}{dx_3})_{x_3+h} - (\tilde{v} \frac{d\vec{u}}{dx_3})_{x_3}]$$

chúng ta có thể viết 4.16 về dạng

$$\vec{u} = \vec{u}_g + \vec{u}_f \quad (4.17)$$

Như vậy vận tốc trung bình sẽ bằng vận tốc địa chuyển được hiệu chỉnh bởi  $u_f$  liên quan đến ma sát rối trên đỉnh và dưới đáy của lớp nước.

Các phương trình vừa thu được hình thành một hệ đầy đủ đối với các gradient

$$\frac{da}{dx_3}, \quad \frac{d}{dx_3} \left\langle \frac{1}{2} v'^2 \right\rangle \quad \text{và} \quad \frac{du}{dx_3}$$

Cũng như các tham số khuếch tán rối,  $Q^a$  và  $\varepsilon$  có thể được thể hiện trong dạng hàm phụ thuộc vào 3 biến đó. Mỗi khi các đại lượng này được xác định, chỉ cần tiến hành phép lấy tích phân đơn giản ta thu được độ nổi, năng lượng rối và vận tốc trung bình. Các dữ liệu này có thể thay vào công thức 4.8 nhằm lí giải hiện tượng khuếch tán của bất cứ thành phần (\*) nào.

Để tiện ích, người ta đưa các phương trình về dạng phi thứ nguyên thông qua việc xác lập các kích thước quy chiếu đặc trưng. Người ta cũng xác định vận tốc ma sát  $u_*$  và thể công suất đặc trưng  $h_*$  như sau:

$$\left\| \left\langle -v'_3 v' \right\rangle_{qc} \right\| = \left[ \tilde{v} \left\| \frac{du}{dx_3} \right\| \right]_{qc} = u_*^2 \quad (4.18)$$

$$\left\| \left\langle -v'_3 b' \right\rangle_{qc} \right\| = \left[ \tilde{\kappa} \left| \frac{da}{dx_3} \right| \right]_{qc} = h_* \quad (4.19)$$

ta còn cho rằng  $z = |x_3|$ .

Xem xét một lớp có độ dày xác định  $H$ ,  $x_3$  được xem là dương theo hướng đi lên tính từ đáy hay từ mặt đất, mặt biển tương ứng cho các lớp biên khác nhau.

Trong trường hợp đối với lớp biên mặt nước sông và biển thì  $x_3$  luôn luôn âm, trong khi  $z$  lại có giá trị dương. Đại lượng này sẽ là độ sâu hay độ cao tương ứng biển và khí quyển.

Như vậy :

$$\omega = \frac{kz}{u_*} \frac{du}{dx_3}; \quad \omega = \|\vec{\omega}\| \quad (4.20)$$

$$n = \frac{kz u_*}{h_*} \frac{da}{dx_3}; \quad (4.21)$$

$$\alpha = \frac{kz}{u_*^2} \frac{d \langle \frac{1}{2} v^2 \rangle}{dx_3}; \quad (4.22)$$

$$\sigma^u = \frac{\tilde{v}}{kz u_*}; \quad (4.23)$$

$$\sigma^a = \frac{\tilde{k}}{kz u_*}; \quad (4.24)$$

$$\sigma^w = \frac{\tilde{\lambda}}{kz u_*}; \quad (4.25)$$

$$e = \frac{\epsilon kz}{u_*^3}; \quad (4.26)$$

$$s = \frac{Q^a kz}{h_*}; \quad (4.27)$$

trong đó  $k$  ( $\sim 0,4$ ) là hằng số không thứ nguyên Von Karman được đưa vào nhằm mục đích tiện lợi cho sử dụng.

Các phương trình của hệ ban đầu bây giờ có thể được viết dưới dạng sau :

$$kz \frac{d}{dx_3} (\sigma^a n) + s = 0; \quad (4.28)$$

$$kz \frac{d}{dx_3} (\sigma^w \alpha) + \sigma^u \omega^2 - e = \frac{z}{l_a} \sigma^a n; \quad (4.29)$$

$$(kz)^2 \frac{d^2}{dx_3^2} (\sigma^u \vec{\omega}) = \frac{z}{l_c} \vec{e}_3 \times \vec{\omega}; \quad (4.30)$$

trong đó đã đưa thêm các khái niệm độ dài đặc trưng

$$l_a = \frac{u_*^3}{kh_*}; \quad (\text{độ dài Monin-Obukhov}) \quad (4.31)$$



$$l_c = \frac{u_*}{kf}; \quad (\text{độ dài Coriolis}) \quad (4.32)$$

Theo định nghĩa về các đại lượng  $u^*$  và  $h^*$  chúng ta luôn có

$$\tilde{v} \left\| \frac{du}{dx_3} \right\|^2 \sim u_*^2 \rightarrow \sigma^u \omega \sim O(1); \quad (4.33)$$

$$\tilde{\kappa} \left| \frac{da}{dx_3} \right| \sim h_* \rightarrow \sigma^a |n| \sim O(1); \quad (4.34)$$

$$\frac{\tilde{\kappa}}{\tilde{v}} = \frac{\sigma^a}{\sigma^u} \sim \frac{\omega}{|n|}; \quad (4.35)$$

Tỷ số giữa năng lượng  $\tilde{\kappa} \left| \frac{da}{dx_3} \right|$  thu được trong một đơn vị thời gian từ trường độ nổi

( $\frac{da}{dx_3} < 0$ ) hay bị mất đi do tác động của độ nổi ( $\frac{da}{dx_3} > 0$ ) và năng lượng cơ học  $\tilde{v} \left\| \frac{du}{dx_3} \right\|^2$  mà

dòng rối thu được từ trường vận tốc trung bình được biết đến dưới tên gọi số Richardson thông lượng  $R_f$

$$R_f = \frac{\tilde{\kappa} \frac{da}{dx_3}}{\tilde{v} \left\| \frac{du}{dx_3} \right\|^2} = \frac{z}{l_a} \frac{\sigma^a n}{\sigma^u \omega^2}.$$

Trong khi nghiên cứu độ ổn định của chất lỏng phân tầng người ta đã đưa ra số Richardson

$$R_i = \frac{\frac{da}{dx_3}}{\frac{du}{dx_3} \frac{du}{dx_3}} = \frac{z}{l_a} \frac{n}{\omega^2}.$$

Chúng ta có thể đưa ra các loại phân tầng khác nhau phụ thuộc vào số Richardson như sau

$R_i < 0$  phân tầng ổn định,

$R_i = 0$  phân tầng phiếm định,

$R_i > 0$  phân tầng không ổn định.

Trong trường hợp phân tầng ổn định, lực nổi cản trở lại rối động lực và dẫn đến ngăn cản rối xuất hiện hoặc làm triệt tiêu rối.

Các nghiên cứu lí thuyết cho thấy rằng sự tồn tại phân lớp (có gradien vận tốc theo phương thẳng đứng) là một nhân tố bất ổn định và các kết quả lí thuyết cũng như thực nghiệm đã dẫn đến một số Richardson tới hạn khác 0  $R_{i+}$  mà rối có thể xuất hiện và một số Richardson khác  $R_{i++}$  nếu rối xuất hiện thì sẽ được tồn tại và phát triển ( $R_{i+} \sim 0,25$ ;  $R_{i++} \sim$  từ 0,5 đến 1).

Việc tham số hoá lớp biên rối làm xuất hiện hai kích thước độ dài đặc trưng  $l_a$  và  $l_c$ . Các điều kiện biên cũng sẽ làm xuất hiện thêm hai đại lượng tương tự.

Trước hết, chúng ta nhận thấy rằng, trong các phương trình nêu trên, các thông lượng phân tử được xem là không đáng kể so với thông lượng rối. Các xấp xỉ này chỉ đúng khi

$$\tilde{v} \left\| \frac{du}{dx_3} \right\| \gg v \left\| \frac{du}{dx_3} \right\| \quad \text{hay } z \gg l_v \quad (4.36)$$

$$\tilde{\kappa} \left\| \frac{da}{dx_3} \right\| \gg \kappa \left\| \frac{da}{dx_3} \right\| \quad \text{hay } z \gg l_d \quad (4.37)$$

trong đó

$$l_v = \frac{v}{ku_*}; \quad (4.38)$$

$$l_d = \frac{\kappa}{ku_*}. \quad (4.39)$$

Trong hệ SI

a) đối với khí quyển

$$u_*^2 \geq 10^{-3}; \quad v \sim \kappa \sim 10^{-5}; \\ l_v \sim l_d \leq 10^{-3}$$

b) đối với đại dương

$$u_*^2 \geq 10^{-6}; \quad v \sim \kappa \sim 10^{-6}; \\ l_v \sim l_d \leq 10^{-3}$$

Tác động phân tử chỉ giới hạn trong một lớp rất mỏng gần mặt đất hay mặt phân cách nước-không khí. Khi môi trường yên tĩnh, các trường độ nổi, nhiệt độ và các đại lượng vô

hướng khác cùng các thông lượng tương ứng có thể bị ảnh hưởng bởi sự hiện diện của các lớp nhớt hạn chế này.

Trường vận tốc gần mặt đất và đáy biển thường yếu hơn so với trường hợp gần mặt phẳng. Thực vậy, độ cao gồ ghề (độ nhám),  $l_s$ , thường có giá trị vượt quá  $l_v$ . Các hoàn lưu thứ cấp (rối, xoáy, ...) được hình thành khi vượt qua các cản trở gồ ghề sẽ quyết định chế độ dòng chảy trong lớp có độ dày  $l_v \ll z \leq l_s$  (các hàm phi thứ nguyên  $\omega \dots$  phụ thuộc vào biến phi thứ nguyên  $x_3/l_s$ ). Ngoài lớp nêu trên, ảnh hưởng của độ gồ ghề sẽ mang tính phổ quát và được mô tả thông qua một bề mặt giả định  $z = z_0$  trên đó vận tốc bị triệt tiêu ( $z_0$  được gọi là độ nhám).

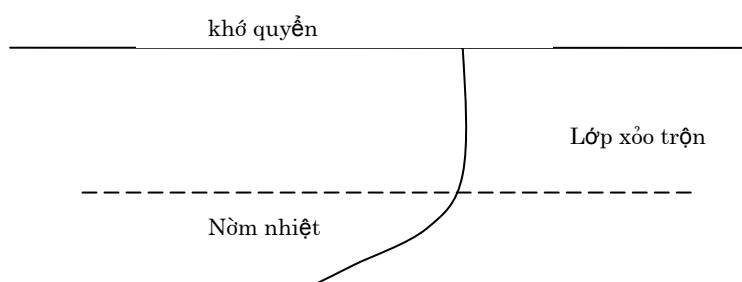
Trong lớp đó, chuyển động của chất lỏng trở nên hết sức phức tạp phụ thuộc vào dạng và kích thước của các bất đồng nhất cục bộ. Nếu như thực tế yêu cầu (ví dụ như các vấn đề lan truyền ô nhiễm biển, khí quyển) thì chúng cần được xem xét trong các bài toán cụ thể.

Độ dày của lớp cần nghiên cứu,  $H$ , là một độ dài đặc trưng thứ hai liên quan tới hình thái lớp biên.

Thông thường mặt  $z = H$  được chọn dọc theo biên tự nhiên (nêm nhiệt trong biển, nghịch nhiệt trong khí quyển) nhằm bao trùm tối đa lớp cần nghiên cứu.

Nếu như lớp này bị giới hạn bởi bề mặt tự do tương tự lớp xáo trộn trên của biển (hình 4.3) chúng ta có thể cho rằng độ dài đặc trưng biến đổi theo phương thẳng đứng (liên quan tới quãng đường xáo trộn  $l_m$ ) phụ thuộc vào độ dày toàn lớp

$$l_m = \gamma H \text{ với } \gamma \sim 0,1. \quad (4.40)$$



**Hình 4.3. Sơ đồ lớp biên trên của biển**

Trong trường hợp lớp này kéo đến đáy (mặt cứng), thì gần mặt phân cách đó quãng đường xáo trộn sẽ tỷ lệ với độ cao (xoáy lớn nhất tại độ cao  $z$  có thể có kích thước tương đương giá trị  $z$ ). Chúng ta có

$$l_m \sim kz$$

trong đó  $k$  ( $\sim 0,4$ ) là hằng số Karman.

Tại các độ cao nằm phía trên, ảnh hưởng của đáy hầu như không còn đáng kể và có thể cho rằng đối với  $z \geq \gamma H$  các điều kiện rối tự do lại được bảo toàn và phương trình 4.40 lại trở nên có nghĩa.

Bài toán do các phương trình 4.28, 4.29 và 4.30 và các điều kiện biên tạo nên đối với chất lỏng ngoài phân lớp phân tử yêu cầu sử dụng 5 độ dài đặc trưng

- a) độ cao (hay độ sâu)  $z$  hay quãng đường xáo trộn  $l_m = kz$ ,
- b) độ dài Monin-Obukhov  $l_a$
- c) độ dày của lớp H hay quãng đường xáo trộn rối tự do  $l_n = \gamma H$ ;
- d) độ dài Coriolis  $l_c$
- e) độ gò ghề  $l_s$

Các biến phi thứ nguyên  $\omega, n, \dots$  cần được xem xét như các hàm theo tỷ số các biến nêu trên:

$$\frac{z}{l_s}, \frac{z}{l_a}, \frac{z}{H}, \frac{z}{l_c}.$$

#### 4.6. CẤU TRÚC TỐI HẠN CỦA CÁC HÀM ĐẶC TRƯNG RỐI DỪNG VÀ ĐỒNG NHẤT NGANG

Động lực học của rối dừng đồng nhất ngang được đặc trưng bởi các hàm phi thứ nguyên của 4 tỷ số

$$\frac{z}{l_s}, \frac{z}{l_a}, \frac{z}{H}, \frac{z}{l_c}.$$

Các tỷ số này có thể có các giá trị hoàn toàn khác biệt nhau phụ thuộc vào độ cao (độ sâu) và thường cho phép phân biệt các lớp khác nhau trong đó các tỷ số này có thể có những vai trò khác nhau. Khi một số tỷ số này nhỏ hơn hoặc lớn hơn nhiều so với 1 các hàm đặc trưng có thể được thay thế bằng các hàm tiệm cận tương ứng.

Các hàm tiệm cận này chỉ chứa một số lượng nhỏ hơn các biến phi thứ nguyên vì vậy thường cho phép thể hiện trong một dạng cụ thể.

Ví dụ, khi ta mô tả rối khí quyển trong lớp biên không ổn định thống kê với độ dày khoảng 1 km (bị giới hạn bởi lớp nghịch nhiệt như ví dụ quan trắc được tại Minnesota)

$$l_s \sim 10; l_a \sim 10; l_n \sim 100; l_c \geq 10^3 \sim H.$$

Hướng của gió thay đổi do lực Coriolis chỉ đáng kể trên độ cao lớn. Trong lớp dưới, vận tốc luôn có một hướng không đổi nên vận tốc có thể được xem như một đại lượng vô hướng.

Chúng ta sẽ phân biệt các phân lớp sau đây căn cứ trên các tính chất tiệm cận.

a) *lớp logarit*

$l_s \ll z \ll l_a$  (trong khoảng vài cm đến vài mét).

Các hàm đặc trưng có thể được xem như không đổi. Bằng cách đưa hàng số Karman, giá trị không đổi này được lấy bằng 1.

$$\text{Từ giả thiết trên ta có : } u = \frac{u_*}{k} \ln \frac{z}{z_0} \quad (4.41)$$

$$\tilde{v} = \tilde{\kappa} = (kz)^2 \left\| \frac{du}{dx_3} \right\| = kzu_*. \quad (4.42)$$

Rối ở đây có nguồn gốc cơ học, được nuôi dưỡng bởi năng lượng lấy từ trường trung bình  $u$ . Sự phân tầng không đóng một vai trò đáng kể nào (vế phải của phương trình 4.29 có thể bỏ qua). Theo sơ đồ của Prandtl, quãng đường xáo trộn có thể được đồng nhất với độ dài Karman  $kz$  và tần số sản sinh năng lượng rối với tần số phân lớp

$$\left\| \frac{du}{dx_3} \right\|$$

b) *lớp mặt*

$l_s \ll z \ll l_a$  (trong khoảng vài cm đến vài chục mét, bao trùm cả lớp loga).

Các hàm đặc trưng chỉ phụ thuộc duy nhất vào biến  $z/l_a$ .

Ví dụ đối với lớp biên khí quyển sát mặt không ổn định ta có:

$$\omega = \left(1 + 15 \frac{z}{l_a}\right)^{-1/3}.$$

c) *lớp đối lưu tự do*

$l_a \leq z \ll H$

(từ vài chục mét đến vài trăm mét)

Trong lớp này, năng lượng rối xuất phát từ độ không ổn định của phân bố năng lượng theo phương thẳng đứng chứ không phải do trao đổi cơ học giữa trường  $u$  và các nhiễu động

(thành phần thứ hai trong 4.29 trước về thứ hai không đáng kể). Trong trường hợp đó tần số sản sinh năng lượng rồi phải phụ thuộc vào  $h^*$  và  $z$  (chứ không phải  $u^*$ ). Chỉ còn một tổ hợp thứ nguyên hợp lí đó là

$$h_*^{1/3} z^{-2/3}$$

và

$$\tilde{v} = ch_*^{1/3} z^{4/3} \quad z \gg l_a \quad (4.43)$$

trong đó  $c$  là một hằng số phi thứ nguyên cỡ 1 ( số liệu quan trắc cho thấy  $c \sim 0,73$ ).

Ta thu được

$$\sigma^u \sim \omega^{-1} \sim \left(\frac{15z}{l_a}\right)^{1/3} \quad \text{đối với } z \gg l_a.$$

*d) lớp xáo trộn*

$l_a \ll l_n \leq z \leq H$ . (từ khoảng 100 m đến đỉnh của lớp).

Trong lớp này, rồi có nguồn từ bất ổn định trọng lực và quãng đường xáo trộn đạt tới một giá trị không đổi  $l_n$ . Ta có

$$\tilde{v} \sim c_1 h_*^{1/3} l_n^{4/3} \quad (4.44)$$

$$\sigma^u \sim \omega^{-1} \sim c_2 \left(\frac{z}{l_a}\right)^{1/3} \left(\frac{z}{l_n}\right)^{-4/3} \quad (4.45)$$

$$\left\| \frac{du}{dx_3} \right\| \sim \frac{u_*}{l_n} \left(\frac{l_a}{l_n}\right)^{1/3} \ll 1 \quad (4.46)$$

( $< 10^{-3}$  khi  $u_* \sim 10^{-1}$ )

Phân bố vận tốc theo phương thẳng đứng gần như đồng nhất, khẳng định tính xáo trộn của lớp đặc trưng này trong khí quyển.

Khi độ phân tầng yếu, rồi cơ học trở nên quan trọng, chúng ta có thể thu được hiện tượng biến đổi hướng gió theo độ cao với  $\frac{l_a}{l_n} = \frac{u_*^2 f}{h_*} \gg 1$ . Trong điều kiện đó, lớp loga ( $\omega=1$ ) trên mặt đất sẽ kết nối luôn với lớp Ekman trong đó các hàm đặc trưng phụ thuộc chủ yếu vào  $z/l_c$ .

Vai trò của lực Coriolis trở nên quyết định dẫn đến hiện tượng xoay hướng gió theo độ cao.

Sử dụng phương trình 4.15, các phương trình 4.6, 4.7 có dạng sau

$$fu'_2 + \frac{d}{dx_3}(\tilde{v} \frac{du'_1}{dx_3}) = 0 \quad (4.47)$$

$$-fu'_1 + \frac{d}{dx_3}(\tilde{v} \frac{du'_2}{dx_3}) = 0 \quad (4.48)$$

hay

$$ifu^+ + \frac{d}{dx_3}(\tilde{v} \frac{du^+}{dx_3}) = 0 \quad (4.49)$$

trong đó

$$u' = u - u_g \quad (4.50)$$

$$u^+ = u'_1 - iu'_2 \quad (4.51)$$

Tương tự như 4.42, cho rằng trong lớp mặt

$$\tilde{v} = kzu_*$$

và kí hiệu

$$z^+ = 5\left(\frac{z}{l_c}\right)^{1/2} = \left(\frac{4fz}{ku_*}\right)^{1/2} = \left(\frac{4fx_3}{ku_*}\right)^{1/2} \quad (4.52)$$

do  $x_3 = z$ . Phương trình 4.39 có thể viết trong dạng sau:

$$\frac{d^2u^+}{dz^2} + \frac{1}{z^+} \frac{du^+}{dz^+} + iu^+ = 0 \quad (4.53)$$

Nghiệm của phương trình này với giới hạn trên độ cao có thể được viết thông qua sử dụng các hàm Kelvin  $her(z^+)$  và  $hei(z^+)$ .

Với yêu cầu phân bố vận tốc cản trở về phân bố logarit trong lớp mặt

$$u_1 = \frac{u_*}{k} \ln \frac{z}{z_0}; \quad u_2 = 0,$$

đối với  $z^+$  nhỏ ( $z \ll l_c$ ), ta có thể xác định các hằng số tích phân và tương quan giữa vận tốc địa chuyển  $u_g$ , vận tốc động lực  $u_*$  và tham số nhám  $z_0$ .

Sử dụng 4.50 ta có:

$$u_1 = \frac{u_*}{k} [nei(z^+) - 2 \ln z^+_0] \quad (4.54)$$

$$u_2 = \frac{u_*}{k} ner(z^+) \quad (4.55)$$

trong đó

$$nei(z^+) = 0,232 + \pi hei(z^+)$$

$$ner(z^+) = -(\pi/2) - \pi her(z^+)$$

và

$z^+_0$  là giá trị  $z^+$  tại  $z_0$ .

Đối với  $z^+$  nhỏ,  $ner(z^+)$  tiến đến 0 trong khi  $nei(z^+)$  sẽ chuyển về  $2 \ln(z^+)$ . Bằng cách sử dụng 4.52 :

$$z^+ \sim z^+_0 \begin{cases} u_1 = \frac{u_*}{k} \ln \frac{z}{z_0} \\ u_2 = 0. \end{cases}$$

Những trạng thái tương tự thường hay gặp trong điều kiện khí quyển phân tầng phiếm định và trong lớp biên đáy biển.

Trong lớp mặt biển, tính đồng nhất của rối do gió tạo nên, các phương trình 4.49a, 4.49b cũng có thể được áp dụng (cho đến khi các giả thiết về dừng và đồng nhất còn thoả mãn).

Hệ số nhớt rối cần được tham số hoá theo một cách khác, vì ở đây lớp rối không bị giới hạn bởi thành cứng. Rất nhiều mô hình đã được đề xuất, chúng khác nhau về dạng thể hiện của  $\tilde{V}$  và các điều kiện biên (trên mặt phân cách đại dương-khí quyển và trên nê-m nhiệt) và áp dụng cho các trường hợp riêng. Không đi sâu phân tích các giả thiết đó chúng ta nhắc lại một số cách tiếp cận đơn giản nhất, trong đó có mô hình Ekman.

Theo mô hình này, thì hệ số nhớt rối  $\tilde{V}$  được xem là không đổi và phương trình 4.39 sẽ có dạng

$$u^+ = A \exp(x_3 \sqrt{\frac{if}{\tilde{V}}}) + B \exp(-x_3 \sqrt{\frac{if}{\tilde{V}}}) \quad (4.56)$$



Đơn giản, ta xét trường hợp lớp rới sâu vô hạn, như vậy  $B = 0$  nhằm triệt tiêu vận tốc trên đáy ( $x_3 = -\infty$ ).

Trên mặt biển, hướng và giá trị thông lượng rới

$$\langle -v'_3, v' \rangle = \tilde{v} \frac{du}{dx_3}$$

được gán bằng ứng suất tiếp tuyến của gió. Nếu như ứng suất có hướng theo trục  $y$ , ta sẽ có

$$\frac{du_1}{dx_3} = 0$$

$$\tilde{v} \frac{du_2}{dx_3} = u_*^2, \quad (4.57)$$

với  $u_*$  cho trước.

Từ đó ta rút ra được

$$u_1 = \frac{u_*^2}{\sqrt{\tilde{v}f}} e^{z^x} \cos\left(z^x - \frac{\pi}{4}\right) \quad (4.58)$$

$$u_2 = \frac{u_*^2}{\sqrt{\tilde{v}f}} e^{z^x} \sin\left(z^x - \frac{\pi}{4}\right) \quad (4.59)$$

với

$$z^x = x_3 \sqrt{\frac{f}{2\tilde{v}}} \quad (4.60)$$

Chúng ta có thể thấy rằng dòng chảy trên mặt tạo nên một góc  $45^\circ$  với hướng gió và hướng tiếp tục quay khi xuống sâu cùng với sự suy giảm của vận tốc. Hình chiếu của các véc tơ vận tốc lên mặt phẳng ngang cho ta một hình đường xoắn ốc được gọi là xoắn ốc Ekman.

Góc  $45^\circ$  lệch khỏi hướng gió trên mặt có thể biến đổi nếu như một số giả thiết khác được bổ sung (độ sâu hữu hạn, hệ số rới biến đổi, ...) tuy nhiên khía cạnh cơ bản của hiện tượng không đổi: hiện tượng đổi hướng dòng chảy do lực Coriolis.

Khi phân tầng trở nên ổn định đáng kể, rới dần bị triệt tiêu. Trong trường hợp đó tham số hoá khuếch tán rới cần phải kể đến các đặc trưng khác, ví dụ độ dài Monin-Obukhov hay số Richardson. Vấn đề này sẽ được đề cập đến trong các phần sau.

Các thí dụ dẫn ra trên đây chỉ là một phân minh hoạ khả năng sử dụng phép phân tích thứ nguyên và các phương pháp tiệm cận trong rối vi mô địa vật lí. Đối với các trạng thái cụ thể của khí quyển và đại dương, các điều kiện có thể rất khác nhau và dạng của các hàm đặc trưng như  $\omega$ ,  $n$ , ... chủ yếu được xác định bằng phương pháp bán thực nghiệm trên cơ sở các độ dài đặc trưng  $l_s$ ,  $l_a$ ,  $l_c$ , ... đối với từng trường hợp cụ thể.

Như vậy chúng ta đã thu được hệ phương trình cơ bản của rối biển trong dạng các phương trình tiến triển bình lưu-khuếch tán đối với các biến động lực cũng như môi trường nước biển. Vấn đề cần giải quyết tiếp theo là triển khai xây dựng các mô hình đối với từng bài toán cụ thể. Để làm được việc này những công đoạn không thể thiếu được như tham số hoá, kiểm định và hiệu chỉnh mô hình cần phải được tiến hành trên cơ sở phân tích so sánh kết quả mô hình hoá với số liệu quan trắc. Trong chương tiếp theo sẽ giới thiệu các nguyên lí cơ bản và những bước cần triển khai để xây dựng các mô hình cụ thể.

## **CHƯƠNG 5. THAM SỐ HOÁ, KIỂM ĐỊNH VÀ HIỆU CHỈNH MÔ HÌNH KHUYẾT TÁN**

### **5.1. PHƯƠNG HƯỚNG TRIỂN KHAI MÔ HÌNH**

Những ứng dụng của kết quả phân tích hệ thống đối với môi trường biển chủ yếu cung cấp cho chúng ta các mô tả toán học của các hệ thống biển tự nhiên. Điều này được cụ thể hoá thông qua việc lựa chọn các biến trạng thái và các tham số điều khiển cùng với các phương trình tiến triển. Những phương trình này có thể ở trong dạng tổng quát phương trình khuyết tán đã được trình bày tóm lược trong các bảng tương ứng.

Kết quả mô tả toán học này cần được gắn liền với cơ sở dữ liệu bao gồm các dữ liệu lịch sử, các dữ liệu quan trắc chuyên ngành (các đài trạm khí tượng, hệ thống kiểm soát ô nhiễm, các chuyến khảo sát và nghiên cứu quốc tế, ...).

Các cơ sở dữ liệu cung cấp những thông tin cho phép khẳng định các phép tham số hoá, kiểm chứng và hiệu chỉnh mô hình theo các hướng sau:

- a) nghiên cứu tương quan giữa các biến nhằm đánh giá các quan hệ tồn tại trong mô hình từ đó cho phép loại trừ những mối liên kết không cần thiết,
- b) nghiên cứu bậc đại lượng của các hạng thức nhằm chỉ ra các quá trình và các biến có thể bỏ qua,
- c) phân tích độ nhạy cho phép đánh giá mức độ chính xác cần thiết phục vụ lựa chọn cụ thể các biến trạng thái và các quy luật tương tác,
- d) trao đổi với những người sử dụng mô hình cho phép làm rõ các mục tiêu cụ thể và mức độ chính xác cần thiết đối với các dự báo phù hợp với các vấn đề đặt ra cho mô hình nhằm tránh được những phức tạp hoá vô ích và tốn kém.

Do những mâu thuẫn giữa phương thức mô tả toán học của hệ thống và cơ sở dữ liệu, yêu cầu đặt ra đối với các mô hình là phải bổ sung các điều kiện thích ứng của khu vực nghiên cứu.

Nhìn chung các mô hình riêng loại này thường đơn giản hơn so với các mô hình nguyên lí ban đầu. Xuất phát từ tính chất cụ thể đó chúng không thể áp dụng ngay khi chuyển từ một trạng thái này sang một trạng thái khác mà cần có những bổ sung và hiệu chỉnh phù hợp.

Việc kết hợp giữa phân tích kết quả kiểm định mô hình và các cơ sở lí thuyết cho phép khẳng định và lựa chọn các tham số, các giả thiết và từ đó có thể bổ sung hoàn thiện và mở rộng khả năng ứng dụng của mô hình.

## 5.2. THAM SỐ HOÁ, KIỂM ĐỊNH VÀ HIỆU CHỈNH CÁC THAM SỐ KHUYẾT TÁN RỐI THUẦN THUẦN TỬ

Điều hiển nhiên trong xây dựng mô hình là sự không cần thiết phải mô tả các nhiễu động nhỏ của môi trường tự nhiên. Những biến động mà chu kì đặc trưng nhỏ hơn nhiều so với hiện tượng cần nghiên cứu thường không có ý nghĩa và có thể chỉ giới hạn ở giá trị trung bình các biến trạng thái trong một chu kì thời gian lựa chọn nhằm loại trừ các nhiễu động đó mà không gây tác động đến các quá trình cơ bản. ó lẽ phải thừa nhận sự không cần thiết phải mô xẻ các biến đổi của môi trường tự nhiên với thời gian phản ứng nhỏ hơn vài phút ( $\tau \leq 10^2$  s) và tổng hợp các tác động của các xoáy rối vi mô với thời gian đặc trưng nhỏ hơn thời gian phản ứng.

Khi tiến hành lấy trung bình các phương trình, các nhiễu động sẽ bị mất trong các số hạng tuyến tính nhưng trong các số hạng phi tuyến lại được tăng cường, các tác động mới này cần được tham số hoá.

Các xoáy được xử lí chủ yếu thuộc về rối vi mô và tại một khoảng cách nhất định tính từ đáy và bờ chúng sẽ mang tính chất đồng nhất và đẳng hướng. Các khuyết tán rối trong trường hợp này sẽ như nhau theo cả 3 hướng vì vậy có thể sử dụng lí thuyết của Kolmogorov.

Theo lí thuyết đó, nếu  $\tau$  là thời gian đặc trưng của xoáy lớn nhất và  $l$  là kích thước của nó thì ta có thể viết

$$l \sim \varepsilon^{1/2} \tau^{3/2} \quad (5.1)$$

$$\tilde{V} \sim \varepsilon \tau^2 \quad (5.2)$$

trong đó  $\varepsilon$  ( $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$ ) là tốc độ truyền năng lượng theo quy luật bậc thang.

Chúng ta có thể đánh giá trên thí dụ sau:

trong khí quyển	trong biển hay trong sông
$\tau \sim 10^2$ s	$\tau \sim 10^2$ s
$\varepsilon \sim 10^{-3}$ $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$	$\varepsilon \sim 10^{-6}$ $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$
$l \sim 30$ m	$l \sim 1$ m
$\tilde{V} \sim 10$ $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	$\tilde{V} \sim 10^{-2}$ $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$

Thành phần khuyết tán rối vi mô đối với tất cả các biến có thể viết trong dạng

$$\nabla \cdot (\tilde{\lambda}^y \nabla y) = \frac{\partial}{\partial x_1} (\tilde{\lambda}^y \frac{\partial y}{\partial x_1}) + \frac{\partial}{\partial x_2} (\tilde{\lambda}^y \frac{\partial y}{\partial x_2}) + \frac{\partial}{\partial x_3} (\tilde{\lambda}^y \frac{\partial y}{\partial x_3})$$

Nếu  $l_1$ ,  $l_2$  và  $l_3$  là các độ dài đặc trưng tương ứng sự biến đổi của  $y$  theo các hướng  $x_1$ ,  $x_2$  và  $x_3$ . các số hạng của vế phải sẽ có bậc đại lượng

$$\frac{\tilde{\lambda}^y y}{l_1^2}, \frac{\tilde{\lambda}^y y}{l_2^2}, \frac{\tilde{\lambda}^y y}{l_3^2}$$

Với việc tách giữa trung bình và nhiễu động trong rối vi mô - các nhiễu động chủ yếu 3 chiều và được gọi là rối “thuần khiết” – khuếch tán rối có giá trị so sánh được với nhau theo cả 3 trục. Tiếp theo có thể rút ra nhận định rằng khuếch tán rối thẳng đứng là quan trọng hơn so với khuếch tán rối ngang vì độ dài  $l_3$  thường nhỏ hơn nhiều so với  $l_1$  và  $l_2$ .

Người ta có thể bỏ qua khuếch tán rối ngang liên quan tới rối thuần khiết trong các phương trình rối biển.

Tuy nhiên vẫn xảy ra khuếch tán ngang đáng kể song nó được ẩn trong thành phần bình lưu. Ta sẽ thấy rằng đại lượng này tương ứng với chuyển động bất thường quy mô lớn nhất có khả năng tạo nên một dạng tựa rối ngang thể hiện qua một số đặc trưng của rối hai chiều đồng nhất, thậm chí đẳng hướng.

Ví dụ về bậc đại lượng dẫn ra trên đây chỉ mang tính minh họa vì khuếch tán rối thường hay biến đổi trong cơ học chất lỏng địa vật lý. Chúng phụ thuộc vào cường độ và nguồn gốc của rối, vào sự phân tầng, ... Ví dụ hệ số khuếch tán thẳng đứng có thể biến đổi trong biển phân tầng từ  $10^{-2} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  tại lớp xáo trộn gió trên mặt đến  $10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  trong lớp sâu dưới nê nhiệt và  $10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  trong nê nhiệt. Trong khí quyển hệ số khuếch tán rối có thể biến đổi từ  $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  đến  $10^2 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  phụ thuộc vào địa điểm, thời gian trong khoảng độ cao từ 10 đến  $10^3 \text{ m}$ . (Người ta đã quan trắc thấy sự biến đổi đáng kể của  $\epsilon$  từ  $10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$  đến  $10^{-1} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$ ). Sự hiện diện của tầng nghịch nhiệt khí quyển cũng như nê nhiệt trong biển dẫn đến sự suy giảm rất lớn của khuếch tán theo phương thẳng đứng.

Nên cho rằng các hệ số khuếch tán rối là các tham số điều khiển, chúng cần được xác định từ kết quả phân tích cơ sở dữ liệu, hiệu chỉnh tuần tự mô hình bằng thử nghiệm, tính toán và bổ sung thêm các phương trình vào quy chiếu của hệ thống.

Nhìn chung, các hệ số khuếch tán rối có thể là hàm của độ cao hay độ sâu, của gradient vận tốc theo phương thẳng đứng, của số Richardson hay độ dài Monin-Obukhov, .... Tóm lại chúng xuất hiện trong các phương trình như những hệ số biến đổi và là các hàm của  $x_3$ .

### 5.3. THAM SỐ HOÁ, KIỂM ĐỊNH VÀ HIỆU CHỈNH THEO XẤP XỈ THUỶ TÍNH

Phương trình khuếch tán đối với thành phần thẳng đứng của vận tốc có thể viết dưới dạng sau

$$\frac{\partial u_3}{\partial t} + \nabla \cdot (u_3 u) + 2\Omega_1 u_2 - 2\Omega_2 u_1 = a - \frac{\partial p}{\partial x_3} + \frac{\partial}{\partial x_3} (\tilde{v} \frac{\partial u_3}{\partial x_3})$$

Theo 2.33, 2.34 và 2.36 ta có

$$q = \left\langle \frac{p}{\rho_0} + g \int_0^{x_3} \frac{\rho_e}{\rho_0} dx_3 + \tilde{\omega} \right\rangle;$$

$$a = -g \frac{\langle \rho - \rho_e \rangle}{\rho_0}.$$

Các lực thiên văn được đặc trưng bởi hàm thế  $\tilde{\omega}$ , thường được bỏ qua. Trên các biển ven, các lực tạo triều gây nên các dao động có biên độ nhỏ hơn nhiều so với dao động của các sóng dài lan truyền từ ngoài vào. Đó là các sóng do nước dâng bão và do thủy triều đại dương hình thành ngoài khơi do lực tạo triều và đi vào biển qua các cửa.

Phương pháp đơn giản nhất là đưa thành phần  $\tilde{\omega}$  một cách gián tiếp vào số hạng áp suất, vào thế lực li tâm gây nên bởi quả đất quay.

Phân tích các cơ sở dữ liệu cho thấy rằng gia tốc theo phương thẳng đứng của chất lỏng địa vật lí (các thành phần của vé trái 5.4) cũng như khuếch tán rối của vận tốc thẳng đứng (thành phần cuối của vé phải) luôn luôn nhỏ hơn nhiều so với độ nổi có chứa gia tốc trọng trường ( $g \sim 10 \text{ m.s}^{-2}$ ).

Để làm ví dụ, ta chọn vùng cửa sông Escaut nơi có sự phân tầng một phần, các đánh giá bậc đại lượng cho thấy (trong thứ nguyên SI, trục  $x_1$  theo hướng sông và  $x_2$  theo mặt cắt ngang):

$$u_1 \sim 1 \quad ; \quad u_2 \sim 3 \times 10^{-2} \quad ; \quad u_3 \sim 3 \times 10^{-4} \quad ;$$

$$l_1 \sim 3 \times 10^4 \quad ; \quad l_2 \sim 10^3 \quad ; \quad l_3 \sim 10 \quad ;$$

$$a \sim 10^{-1} \quad ; \quad t_c \sim 10^4 \sim f^{-1},$$

trong đó  $l_1$ ,  $l_2$  và  $l_3$  là độ dài đặc trưng biến động của trường vận tốc theo các trục và  $t_c$  là thời gian đặc trưng cho sự biến đổi của trường đó.

Từ các số liệu này ta thu được

$$\frac{\partial u_3}{\partial t} \sim 3 \times 10^{-8} \ll a$$

$$\nabla \cdot (u_3 u) = \frac{\partial}{\partial x_1} (u_3 u_1) + \frac{\partial}{\partial x_2} (u_3 u_2) + \frac{\partial}{\partial x_3} (u_3 u_3)$$

$$\leq 3 \times 10^{-8} \ll a$$

$$2\Omega_1 u_2 - 2\Omega_2 u_1 \sim 10^{-4} \ll a$$

$$\frac{\partial}{\partial x_3} (\tilde{v} \frac{\partial u_3}{\partial x_3}) \sim 3 \times 10^{-8} \ll a$$

Với một mức xấp xỉ khá tốt có thể viết công thức 5.4 về dạng sau

$$a - \frac{\partial p}{\partial x_3} = 0 \quad (5.3)$$

cho thấy rằng chất lỏng luôn ở trong trạng thái tựa cân bằng thủy tĩnh.

Tiến hành tích phân 5.3 từ một mực quy chiếu nào đó ta thu được biểu thức  $p$  phụ thuộc vào  $x_3$ .

Nếu

$$x_3 = \zeta(x_1, x_2, t)$$

là phương trình của mặt đất hay mặt tự do của biển so với mặt phẳng ngang  $x_3 = 0$ , từ 5.3 ta có

$$p = \int_{\zeta}^{x_3} a dx_3 + p(\zeta) \quad (5.4)$$

trong đó đã sử dụng 2.29 và lấy  $p_a$  là áp suất tại  $x_3 = \zeta$

$$p(\zeta) = \frac{p_a}{\rho_0} + g \int_0^{\zeta_3} \frac{\rho_e}{\rho_0} dx_3 = \frac{p_a}{\rho_0} + gH[1 - \exp(-\frac{\zeta}{H})] \quad (5.5)$$

$$\sim \frac{p_a}{\rho_0} + g\zeta$$

vì  $\zeta \ll H$ .

Các thành phần ngang của gia tốc Coriolis sẽ là

$$2\Omega_2 u_3 - f u_2 \quad (5.6)$$

$$-2\Omega_1 u_3 + f u_1 \quad (5.7)$$

trong đó thành phần theo phương thẳng đứng của véc tơ xoáy  $\vec{\Omega}$  đã được viết thành  $\Omega_3 = (1/2)f$  nhằm đưa biểu thức về cách viết kinh điển.

Các nghiên cứu cũng cho thấy rằng thành phần vận tốc thẳng đứng trong biển và khí quyển cũng nhỏ hơn nhiều so với vận tốc ngang vì vậy số hạng thứ nhất trong các biểu thức 5.6 và 5.7 có thể bỏ qua.

Theo phép xấp xỉ thuỷ tĩnh, thành phần thẳng đứng của gia tốc Coriolis (phụ thuộc vào  $\Omega_1$  và  $\Omega_2$ ) đã được bỏ qua, như vậy các thành phần ngang của véc tơ vận tốc quay của quả đất  $\bar{\Omega}$  sẽ không tham gia vào bất cứ đâu, và tại mọi điểm có thể xem quả đất quanh xung quanh trục đứng đi qua đó với một vận tốc  $\Omega_3 = (1/2)f$ .

Trong trường hợp đối với mặt đất, hàm  $\zeta$  xuất hiện trong 5.4 là một hàm biết trước phụ thuộc vào địa hình. Đối với mặt phân cách biển-khí quyển,  $\zeta$  là một hàm chưa biết của bài toán, nhưng nó được mô tả bằng một phương trình bổ sung mô tả bề mặt đó

$$\eta \equiv \zeta - x_3 = 0$$

đối với mọi thời điểm, hay

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u_1 \frac{\partial \zeta}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial \zeta}{\partial x_2} = u_3 \quad (5.8)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot (\eta \mathbf{u}) = 0 \quad (5.9)$$

tại  $\eta \equiv \zeta - x_3 = 0$ .

Các phương trình 5.8, 5.9 có thể áp dụng cho chất lỏng nằm cả hai phía của mặt phân cách.

#### 5.4. THAM SỐ HOÁ, KIỂM ĐỊNH VÀ HIỆU CHỈNH THEO HIỆU ỨNG QUÁN TÍNH

Nếu tính đến những gì đã phân tích và ứng dụng trên đây, các phương trình đối với các thành phần vận tốc ngang bây giờ sẽ có dạng:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{u} u_1) = -\frac{\partial p}{\partial x_1} + f u_2 + \frac{\partial}{\partial x_3} (\bar{v} \frac{\partial u_1}{\partial x_3}) \quad (5.10)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{u} u_2) = -\frac{\partial p}{\partial x_2} - f u_1 + \frac{\partial}{\partial x_3} (\bar{v} \frac{\partial u_2}{\partial x_3}) \quad (5.11)$$

Chúng ta thường cho thành phần thứ hai của vế trái gắn liền với hiệu ứng quán tính (nó liên quan đến thành phần gia tốc đã được chuyển hoá thành các thành phần vế phải như các lực quán tính đối với một đơn vị khối lượng).



Nếu như  $u$  là vận tốc đặc trưng và  $l$  là độ dài đặc trưng của các biến động đó, ta thấy rằng, tỷ lệ giữa các thành phần quán tính phi tuyến và các thành phần Coriolis sẽ là  $\sim \frac{u}{lf} \equiv Ro$ , được gọi là số Rossby.

Nếu như số Rossby nhỏ hơn nhiều so với 1 ảnh hưởng của gia tốc Coriolis sẽ áp đảo. Ví dụ, trong khí quyển, đối với vận tốc gió khoảng  $10 \text{ m.s}^{-1}$ , các chuyển động với  $l \gg 10^5 \text{ m}$  sẽ chịu tác động mạnh của sự quay của quả đất.

Cũng cần chú ý đúng mức việc loại bỏ các thành phần phi tuyến.

Ta sẽ thấy sau đây qua ví dụ đối với một vùng biển có thủy triều mạnh như Biển Bắc.

Đối với các sóng dài như sóng triều ta có thể chọn tần số  $\omega$ , đối với khu vực này tần số này có bậc đại lượng như tần số Coriolis, và độ dài đặc trưng (hay bước sóng) khoảng

$$l \sim \frac{c}{\omega} \sim \frac{c}{f} \quad (5.12)$$

trong đó  $c$  là vận tốc pha của sóng.

Với các điều kiện đó,

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \sim f \vec{e}_3 \times \vec{u} \sim O(fu) \quad (5.13)$$

$$\nabla \cdot (\vec{u}\vec{u}) \sim O\left(\frac{fu^2}{c}\right) \quad (5.14)$$

Tỷ số giữa các thành phần quán tính và các thành phần Coriolis hay đạo hàm theo thời gian sẽ có bậc

$$Ro \sim O\left(\frac{fu^2}{cfu}\right) = \frac{u}{c}.$$

Nhìn chung tỷ số giữa vận tốc  $u$  và  $c$  luôn nhỏ ( $< 0,1$ ), thành phần bình lưu hầu như có thể bỏ qua được. Tuy nhiên tốt nhất nên giữ lại các thành phần đó do hai nguyên nhân sau:

a) tại một số nơi (đặc biệt là gần các rón triều) độ dài đặc trưng  $l$  có thể nhỏ hơn nhiều so với bước sóng,

b) ảnh hưởng trung bình của thành phần bình lưu lên hoàn lưu dư là đáng kể.

## 5.5. VẬN CHUYỂN NGANG VÀ KHUYÊCH TÁN SIÊU RỎI.

Cũng cần nói thêm rằng, việc bỏ qua thành phần bình lưu đối với triều và nước dâng bão đã làm tuyến tính hoá các phương trình 5.10, 5.11 của bài toán. Việc đơn giản hoá có thể mang tính chất ảo vì các điều kiện biên trên mặt phân cách biển-khí quyển và trên đáy lại là phi tuyến (các mô hình tích phân theo độ sâu lại được mô phỏng bằng các phương trình phi tuyến vì chúng chứa các đại lượng giới hạn).

Thực vậy, ta có

$$\tau_s = \left[ \nu \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right]_s e_1 + \left[ \nu \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right]_s e_1 = CV \|V\|$$

trong đó  $V$  là vận tốc gió ở độ cao quy chiếu (10 m) và  $C$  là hệ số ma sát có thể tính theo công thức  $C = (0,98 + 0,14V)10^{-6}$ .

Mặt khác

$$\tau_b = \left[ \nu \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right]_b e_1 + \left[ \nu \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right]_b e_1 = D\bar{u} \|\bar{u}\|$$

trong đó  $\bar{u}$  là vận tốc ngang trung bình theo độ sâu và  $D$  là hệ số ma sát:

$$D = \frac{\alpha_0}{(1,23 + \ln \frac{0,14H}{z_0})^2}$$

trong đó  $z_0$  là độ nhám,  $H$  là độ sâu toàn bộ và  $\alpha_0$  là một hằng số.

Việc xác định các dòng chảy triều và bão và độ cao mực biển liên quan là vấn đề ưu tiên nhất. Trường hợp cụ thể liên quan tới mực nước trong vùng bờ, thông số rất cần thiết đối với mọi công việc xây dựng (cảng, đê, ...).

Đối với một số vấn đề khác (lan truyền vật chất, ô nhiễm), người ta quan tâm ít đến các biến đổi nhanh mà chủ yếu là dòng trung bình cho một khoảng thời gian tương đối dài, có thể đến hàng tháng.

Những dòng chảy như vậy, xuất phát từ phép lấy trung bình, đã loại trừ các dòng triều và dòng trung gian chủ yếu do gió chúng được gọi là dòng dư. Thuật ngữ dòng dư còn được sử dụng để gọi các dòng trung bình riêng khi chu kỳ lấy trung bình không chỉ định trước.

Về nguyên lí, các dòng chảy dư có thể được xác định bằng cách giải hệ phương trình 5.12 và 5.13 với các điều kiện biên tương ứng. Người ta có thể chứng minh rằng bằng cách đó ít khi có thể thu được các kết quả đảm bảo. Thực vậy, các dòng dư thường nhỏ hơn nhiều các

dòng triều và dòng bão. Nói chung chúng có bậc đại lượng gần với sai số xác định chúng, và sai số lại phụ thuộc nhiều vào các điều kiện biên trên các biên biển hở.

Bằng cách lấy trung bình các nghiệm của 5.12 và 5.13, ta có thể có sai số 10% đối với dòng chuyển tiếp và 100% đối với dòng dư.

Có thể thu được kết quả khác nếu lấy trung bình các phương trình 5.12 và 5.13 và giải riêng các phương trình trung bình cho dòng dư với các điều kiện biên trung bình được chọn phù hợp cho bài toán đó.

Giả sử  $u^0$  và  $u^1$  là dòng trung bình (dư) và hàm trung bình bằng 0 so với trung bình đó. Ta có

$$u = u^0 + u^1 \quad (5.15)$$

Nếu như chu kỳ lấy trung bình  $\theta$  đủ lớn các trung bình đạo hàm

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} \quad ; \quad \frac{\partial u_2}{\partial t}$$

có thể được bỏ qua (chúng nhỏ hơn so hai lần vận tốc cực đại chia cho  $\theta$ ). Trường vận tốc  $v^0$  được mô tả bằng các phương trình dừng.

Điều này có thể thu được bằng cách lấy trung bình 5.12 và 5.13. Ta có

$$\nabla \cdot (\bar{u}^0 u_1^0) + \nabla \cdot (\bar{u}^1 u_1^1)^0 = -\frac{\partial p^0}{\partial x_1} + f u_2^0 + \frac{\partial}{\partial x_3} (\bar{v} \frac{\partial u_1^0}{\partial x_3}) \quad (5.16)$$

$$\nabla \cdot (\bar{u}^0 u_2^0) + \nabla \cdot (\bar{u}^1 u_2^1)^0 = -\frac{\partial p^0}{\partial x_2} - f u_1^0 + \frac{\partial}{\partial x_3} (\bar{v} \frac{\partial u_2^0}{\partial x_3}) \quad (5.17)$$

Các thành phần đầu của vế trái 5.16 và 5.17 đều có thể bỏ qua so với các thành phần thứ hai, các thành phần sau này có cùng bậc đại lượng với các thành phần của vế phải. Ví dụ (hệ SI)

$$\nabla \cdot (\bar{u}^1 u_1^1)^0 \sim \frac{u^1 u^1}{l^1} \sim 10^{-5}$$

khi  $u^1 \sim 1$ ,  $l^1 \sim 10^5$ ,

$$f u_2^0 \sim f u^0 \sim 10^{-5}$$

khi  $f \sim 10^{-4}$ ,  $f u^0 \sim 10^{-1}$ .

Ta có thể thấy rằng các dòng chảy chuyển tiếp  $u^1$  làm mất đi các thành phần tuyến tính nhưng chuyển sang các thành phần phi tuyến trong đó khác với dòng dư  $u^0$  có thể được xem không đáng kể.

Các thành phần  $\nabla \cdot (\bar{u}^1 u_i^1)^0$  cho ta gia tốc của hoàn lưu dư do kết quả tương tác phi tuyến của dòng chuyển tiếp và dòng triều. Chính vì vậy mà thuật ngữ ứng suất triều đã được đưa vào nhằm mô tả hiện tượng này.

Chúng ta đã cho rằng, bằng cách giải các phương trình 5.12 và 5.13 với các điều kiện biên tương ứng chỉ có thể thu được lời giải đối với  $u^1$  (mức độ tham gia của  $u$  chỉ ở mức sai số). Lời giải này có thể được sử dụng để đánh giá ứng suất triều và thay chúng vào 5.16 và 5.17, trong đó chúng đóng vai trò như các ngoại lực.

Các phương trình 5.16 và 5.17 đều không phụ thuộc vào thời gian. Chúng chỉ yêu cầu duy nhất các điều kiện biên. Đó là các điều kiện được lấy theo trung bình cho chu kì thời gian phục vụ xác định  $u$ .

Cũng cần nhắc lại rằng do nguyên nhân giá trị chuẩn xuất hiện trong 5.20, thông lượng dư  $\tau_{b0}$ , trong phép xấp xỉ bậc nhất phụ thuộc tuyến tính vào vận tốc trung bình.

$$\tau_b = C^0 \bar{u}^0 \quad (5.18)$$

Hệ số ma sát lại phụ thuộc vào  $\|\bar{u}\|$  và có thể tính được tại mỗi điểm bằng mô hình dòng chuyển tiếp.

## 5.6. VẬN CHUYỂN NGANG VÀ KHUYÉCH TÁN TỰA RỐI.

Phương trình khuếch tán đối với hợp phần  $*$  có thể được viết trong dạng sau

$$\frac{\partial \mu^*}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{u} \mu^*) = \langle S^* \rangle + \langle I^* \rangle - \nabla \cdot (\mu^* \bar{m}^*) + \frac{\partial}{\partial x_3} (\bar{\kappa}^* \frac{\partial \mu^*}{\partial x_3}) \quad (5.19)$$

Thành phần bình lưu  $\nabla \cdot (\bar{u} \mu^*)$  có thể biến đổi dựa vào điều kiện không nén được

$$\nabla \cdot (\bar{u} \mu^*) = \bar{u} \cdot \nabla \mu^* = (u_1 \frac{\partial \mu^*}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial \mu^*}{\partial x_2} + u_3 \frac{\partial \mu^*}{\partial x_3}) \quad (5.20)$$

Bậc đại lượng của hai thành phần vế phải cần được đánh giá thông qua việc đưa ra các vận tốc đặc trưng theo hướng ngang và hướng thẳng đứng  $u_h$  và  $u_v$  cùng các độ dài  $\delta_h$ ,  $\delta_v$  đặc trưng cho các biến đổi tương ứng theo hướng ngang và hướng thẳng đứng của  $\mu^*$ . Ta có

$$u_1 \frac{\partial \mu^*}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial \mu^*}{\partial x_2} \sim O\left(\frac{u_h \mu^*}{\delta_h}\right) \quad (5.21)$$

$$u_3 \frac{\partial \mu^*}{\partial x_3} \sim O\left(\frac{u_v \mu^*}{h_v}\right) \quad (5.22)$$

Các biến đổi ngang của  $\mu^*$  có thể so sánh với những biến đổi của trường vận tốc nếu như chúng trở thành kết quả của một quá trình bổ sung đối với trường này. Trong rất nhiều trường hợp, ví dụ tại khu vực quanh điểm đổ chất thải, gradient  $\mu^*$  có thể trở nên đáng kể và  $\delta_h \leq l_h$ .

Ta có thể rút ra rằng, ngay cả khi điều kiện không nén yêu cầu

$$\frac{u_h}{l_h} \sim \frac{u_v}{h_v} \quad (5.23)$$

một cách chung

$$\frac{u_h}{l_h} > \frac{u_v}{h_v} \quad (5.24)$$

và so sánh với 5.21 và 5.22, bình lưu ngang áp đảo bình lưu thẳng đứng và nhiều khi dẫn đến khả năng có thể bỏ qua được.

Khuyếch tán ngang rối thuần túy [bị bỏ qua trong 5.19] được thể hiện qua một thành phần có bậc đại lượng

$$\frac{\tilde{\kappa}^* \mu^*}{\delta_h^2}$$

trong khi khuyếch tán thẳng đứng lại có bậc đại lượng

$$\frac{\tilde{\kappa}^* \mu^*}{\delta_v^2}$$

Nói chung quãng đường xáo trộn theo phương thẳng đứng nhỏ hơn nhiều so với quãng đường xáo trộn theo phương ngang, nên thành phần đầu dễ loại bỏ hơn so với thành phần sau.

Tuy nhiên tính đồng nhất theo phương thẳng đứng phát triển dần do khuyếch tán thẳng đứng làm tăng  $\delta_v$  và có thể dẫn đến hiện tượng ngược lại. Trong trường hợp đó cả khuyếch tán rối thuần túy ngang lẫn thẳng đứng đều nhỏ hơn nhiều so với bình lưu; tỷ số

$$\frac{u_h \delta_h}{\tilde{\kappa}^*}$$

luôn luôn có giá trị lớn hơn 1, sự tách biệt giữa rối và trường bình lưu xảy ra trên ngưỡng của rối vi mô ( $\tilde{\kappa}^* \sim 10^{-2} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  trong nước và  $\tilde{\kappa}^* \sim 10 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  trong không khí).

Tuy nhiên không phải khuếch tán rối thuần khiết đảm bảo cho quá trình khuếch tán ngang mà chủ yếu do các dòng chảy dị thường và biến đổi gây nên.

Những dòng chảy này bao gồm một tập các khoảng độ dài và thời gian đặc trưng, từ hoàn lưu dư đến rối đồng nhất vi mô. Chúng gây sự liên tưởng đến một dạng rối ngang, không hoàn toàn ngẫu nhiên (một số cấu trúc được tập hợp khá rõ nét) cũng không đồng nhất và đẳng hướng hoàn toàn (với một hướng chủ đạo như trong trường hợp thủy triều).

Chính vì điều đó, mà tuy có sự khác biệt, nhiều tác giả đã đề nghị ứng dụng các công thức tương tự công thức Kolmogorov cho khuếch tán rối ngang, với việc khái quát một thang tựa xoáy ngang đảm bảo mối tương tác ổn định giữa các quy mô của chuyển động và cùng đảm bảo khuấy động chất lỏng.

Một cách thể hiện đơn giản lí thuyết này có thể áp dụng cho trường hợp một nguồn thải tức thời ( $\langle S^* \rangle = 0$ ) của một chất ô nhiễm thụ động [ $\langle I^* \rangle - \nabla \cdot (\bar{m}^* \mu^*) = 0$ ] được tồn tại trong một lớp mỏng đồng nhất trên độ cao nguồn thải.

$$\left[ u_3 \frac{\partial \mu^*}{\partial x_3} \sim 0; \quad \frac{\partial}{\partial x_3} (\tilde{\kappa}^* \frac{\partial \mu^*}{\partial x_3}) \sim 0 \right]$$

Trạng thái này đặc trưng cho chất lỏng trong điều kiện ổn định cao hoặc chất ô nhiễm nhẹ đổ ra biển hoặc sông và được giữ lại trong một lớp mỏng trên mặt.

Trong trường hợp đó, phương trình 5.19 sẽ biến đổi về

$$\frac{\partial \mu^*}{\partial t} + \nabla \cdot (u \mu^*) = 0 \quad (5.25)$$

trong đó  $u$  là một véc tơ hoàn toàn theo hướng ngang.

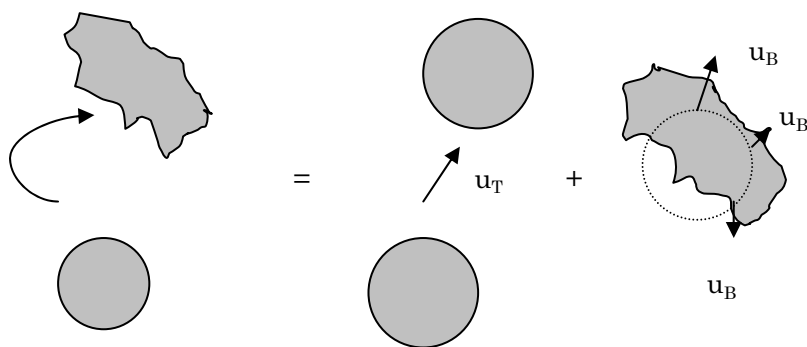
Theo hình 5.1, cho rằng

$$u = u_T + u_B$$

Trong đó  $u_T$  là dòng tải, là dòng chảy ổn định đặc trưng quy chiếu đối với khu vực vào thời điểm đổ thải ( $u_T$  có thể thu được bằng cách lấy trung bình các quan trắc dòng chảy lặp lại nhiều lần trên khu vực).

Phương trình 5.25 trở thành

$$\frac{\partial \mu^*}{\partial t} + \bar{u}_T \cdot \nabla \mu^* + \nabla \cdot (\bar{u}_B \mu^*) = 0 \quad (5.26)$$



**Hình 5.1. Sơ đồ các quá trình khuếch tán**

Nếu như việc đổ thải diễn ra nhiều lần trên cùng địa điểm vào cùng một thời kì của năm, với điều kiện mỗi lần một khác (thời điểm bắt đầu đổ ứng với các thời kì triều và điều kiện khí tượng khác nhau), có thể quan trắc thấy, theo định nghĩa, một sự chuyển dịch với vận tốc  $u_T$  như nhau của màng thải, nhưng màng sẽ bị biến dạng khác nhau phụ thuộc vào tác động của các dòng chảy  $u_B$ .

Trong mỗi thí nghiệm cụ thể, người ta quan tâm tới các chi tiết của sự khuếch tán và mong muốn thể hiện một cách tốt nhất độ lớn và hình dáng của màng thải theo thời gian. Trong khuôn khổ mô hình dự báo đáp ứng mục tiêu quản lí, người ta tìm kiếm các công cụ cho phép đánh giá một cách tương đối mức độ thải và không nhất thiết phải tái hiện các chi tiết của quá trình xảy ra, người ta muốn dự báo nhanh, ít tốn kém tất cả các đặc trưng có thể của hiện tượng.

Hiện tượng lí tưởng này có thể thu nhận được nếu như người ta tiến hành nhiều thí nghiệm tương tự trên cùng một khu vực và vào cùng một thời kì, sau đó tiến hành lấy trung bình các quan trắc, vẽ các đường xu thế tiến triển theo các đồng mức.

Chuỗi các thí nghiệm như vậy rõ ràng không thể tiến hành được, tuy nhiên cách tiếp cận đó có thể triển khai bằng phương pháp toán học nhằm rút ra từ 5.26 một phương trình mô tả hiện tượng thải giả định với các đặc trưng có thể của hiện tượng đổ thải thực.

Hãy tưởng tượng có một chuỗi các thí nghiệm, ta tiến hành lấy trung bình ngẫu nhiên đối với phương trình 5.26. Nếu  $\mu_T^*$  là trung bình của  $\mu^*$  và  $\mu_B^*$  là độ lệch đối với giá trị trung bình đó, từ phương trình 5.26 ta thu được phương trình khuếch tán dạng

$$\frac{\partial \mu_T^*}{\partial t} + \bar{u}_T \cdot \nabla \mu_T^* + \nabla \cdot (\bar{u}_B \mu_B^*)_T = 0 \quad (5.27)$$

trong đó  $(\bar{u}_B \mu_B^*)_T$  là trung bình ngẫu nhiên của tích các nhiễu động.

Thành phần thứ hai của 5.27 cho ta dịch chuyển chung của màng thải, thành phần thứ

ba là khuếch tán của màng do các chuyển động dị thường và biến đổi của môi trường. Chúng ta có thể cho rằng trung bình thống kê, thông qua tập hợp một số lượng lớn các mẫu của cùng một bài toán, đã xoá đi các cấu trúc có tổ chức một phần (tựa) và các hướng chú trọng và nó có khả năng mô tả khuếch tán ngang được đảm bảo bằng thành phần  $\nabla \cdot (\vec{u}_B \mu_B^*)_T$  thông qua các quan điểm về rối.

Theo hướng đó, ta cho rằng

$$\nabla \cdot (\vec{u}_B \mu_B^*)_T = -\kappa_T^* \mu_T^*$$

với việc đưa thêm một tham số điều khiển  $\kappa_T^*$ . Chúng ta hình dung rằng các cấu trúc “chuyển tiếp” của khuếch tán được thể hiện qua các “xoáy” ngang với kích thước tương đương khoảng cách đặc trưng của gradient nồng độ trung bình. Đối với các xoáy đó, theo lí thuyết Kolmogorov, khoảng thời gian đặc trưng:

$$\tau \sim \varepsilon^{-1/3} \delta_h^{2/3},$$

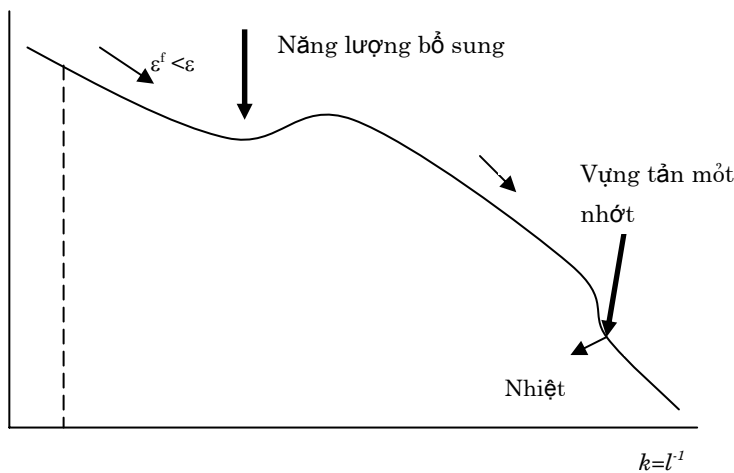
vận tốc đặc trưng

$$v \sim \varepsilon^{1/3} \delta_h^{1/3},$$

và hệ số khuếch tán:

$$\kappa_T^* \sim \alpha \varepsilon^{1/3} \delta_h^{4/3}, \quad (5.28)$$

trong đó  $\alpha$  là một hệ số liên kết hệ số khuếch tán rối  $\kappa_T^*$  với nhớt  $\varepsilon^{1/3} \delta_h^{4/3}$  và có thể phụ thuộc vào bản chất của  $\mu^*$ .  $\varepsilon$  là tỷ số giữa năng lượng chuyển qua thang năng lượng.



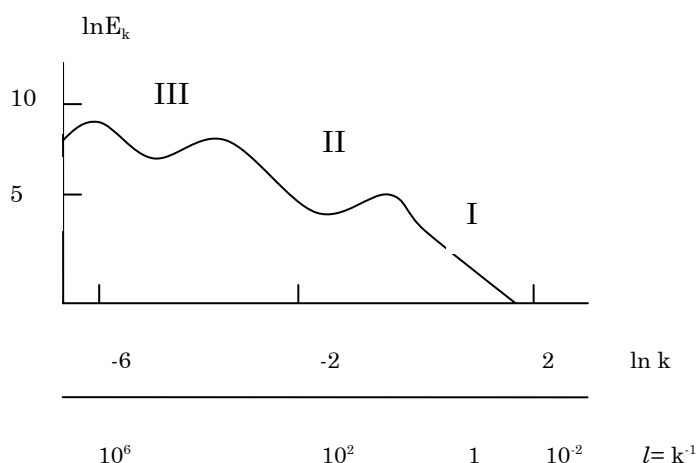
Hình 5.2. Biến thiên của tốc độ trao đổi năng lượng khi có tiếp nhận nguồn năng lượng bổ sung từ bên ngoài



Có một khó khăn mới xuất hiện ở đây do bản thân lí thuyết của Kolmogorov và kí hiệu  $\varepsilon$  được dựa vào một khái niệm về thang năng lượng theo đó các xoáy lớn chuyển năng lượng của mình cho các xoáy nhỏ kề bên đến xoáy cỡ nhỏ nhất và bị tản mát.

Điều này sẽ không đúng nếu như tại quy mô chuyển tiếp hệ thống tiếp nhận thêm một nguồn năng lượng nào từ bên ngoài (hình 5.2).

Điều này xảy ra đặc biệt trong biển chịu tác động của gió và thủy triều.



**Hình 5.3. Các quy mô rối đại dương theo Ozmidov**

Tuy nhiên Ozmidov đã chứng minh rằng công thức 5.28 vẫn có thể áp dụng trong biển với việc sử dụng ba giá trị khác nhau đối với ba miền quy mô khác nhau của đại dương (hình 5.3). Trên hình này quy mô không gian  $l$  tương ứng với suất trao đổi năng lượng  $\varepsilon$  được cụ thể hoá trong bảng kèm theo.

Lí thuyết Kolmogorov-Ozmidov được sử dụng rộng rãi để đánh giá khuếch tán rối ngang các chất ô nhiễm trong khí quyển và đại dương căn cứ theo các giá trị  $\varepsilon$  khác nhau. Ở ngoài miền áp dụng của lí thuyết này, nó vẫn có thể cung cấp cho chúng ta bậc đại lượng tương đối của các đặc trưng rối.

**Bảng 5.1. Tương quan giữa quy mô rối và suất trao đổi năng lượng rối**

Quy mô $l$ (m)	Tốc độ (suất) trao đổi $\varepsilon$ ( $m^4.s^{-3}$ )
I (1)	$10^{-6}$
II (100)	$10^{-8}$
III (10000)	$10^{-10}$

Sau khi đã điem qua các phép tham số hoá chủ yếu cũng như cách thức xây dựng và triển khai mô hình, trong chương tiếp theo chúng ta sẽ xem xét một loại mô hình cụ thể bao gồm mô hình toán học và các dạng cụ thể của nó.

## **CHƯƠNG 6. MÔ HÌNH KHUYÉCH TÁN CÁC CHẤT TỰA BỀN VỮNG**

### **6.1. KHÁI NIỆM CHUNG**

Khi xảy ra hiện tượng đổ các chất thải vào biển, sông hay khí quyển, trong giai đoạn đầu, hiện tượng khuếch tán bị chi phối bởi tính chất của nguồn thải (vận tốc dòng, nhiệt độ, v.v...). Phải cần một khoảng thời gian nhất định để các chất thải hoà vào môi trường và bắt đầu bị chi phối bởi động lực học môi trường tuân thủ theo các quy luật khuếch tán đã dẫn ra trên đây.

Giai đoạn chuyển tiếp này của quá trình khuếch tán cần được xem như một nhiệm vụ riêng biệt của mô hình hoá với mục tiêu thiết lập các điều kiện gốc của khuếch tán tự nhiên.

Ví dụ, việc đổ thải xuống biển thường được tiến hành từ các tàu chuyển động nhằm lợi dụng chuyển động của tàu nâng cao khả năng khuếch tán ban đầu. Khi mà ảnh hưởng của tàu đi qua bị suy giảm, nguồn thải được tồn lại như các màng nhỏ và bắt đầu bị cuốn vào quá trình khuếch tán trong biển.

Các dòng thải từ bờ biển hoặc bờ sông nhìn chung đều có một vận tốc đáng kể (vận tốc dòng xiết) cho phép các chất thải xâm nhập sâu vào môi trường và tăng cường chuyển động rối và khuếch tán ban đầu. Các ảnh hưởng này chỉ tồn tại trong một khoảng thời gian nhất định và trong một giới hạn nhất định khi vượt qua đó các chất thải chịu sự chi phối của các tính chất khuếch tán của môi trường. Vào thời điểm khi khuếch tán tự nhiên có ý nghĩa, các chất thải lại bắt đầu hình thành nên các màng mà vị trí và hình dạng của nó tạo nên điều kiện ban đầu cho khuếch tán.

Trong khí quyển giai đoạn ban đầu của các vệt khói được xác định bởi các tính chất của nguồn thải (đặc biệt là nguồn nhiệt). Giai đoạn này dẫn đến bước khuếch tán đầu tiên với một nồng độ đáng kể của chất thải. Điểm bắt đầu của khuếch tán tự nhiên không phải nằm trên cửa ống khói mà tại một vị trí cần được xác định.

Mô phỏng giai đoạn đầu của quá trình khuếch tán, như đã nói ở trên, đòi hỏi phát triển một mô hình riêng. Mô hình này có các mức độ hoàn thiện khác nhau phụ thuộc vào vai trò của giai đoạn này trong toàn bộ quá trình giải quyết vấn đề.

Ví dụ, vệt loang đầu tiên hình thành do đổ thải ra biển sẽ nhanh chóng bị biến đổi do các tác động của môi trường và cả hình dáng cũng như vị trí của vệt loang hình thành sau vài chu kỳ triều đã khác hẳn so với thời điểm xuất phát.

Trong khí quyển, người ta cũng sử dụng các công thức bán thực nghiệm xây dựng trên cơ sở các phân tích lý thuyết giản đơn để đánh giá sơ bộ 'độ cao' và hiệu chỉnh đối với điều kiện hiện trường. Công thức phổ biến ở đây có thể viết qua dạng :

$$\Delta h = \alpha Q^a U^b$$

với  $\alpha$  là hằng số,  $Q$  là nguồn thải,  $U$  là vận tốc gió và  $a, b$  là các chỉ số thực nghiệm khác nhau.

Tại đây chúng ta quan tâm đến khuếch tán tự nhiên. Do đó cho rằng các vấn đề trong giai đoạn đầu đã được giải quyết với một độ chính xác yêu cầu và các điều kiện gốc nhất định.

Đối với trường hợp một dòng thải giới hạn về thời gian (ví dụ đổ xuống biển), các điều kiện gốc được chuyển sang tương ứng một vệt loang phân bố theo một thể thức nhất định vào thời điểm  $t = 0$  trong miền nhỏ  $X$ . Nói cách khác, ta có dự phân bố :

$$\mu^* = \mu^*_0(X) \quad \text{khi } t = 0 \quad (6.1)$$

Các điều kiện xuất phát này cũng là các điều kiện biên.

Trong trường hợp các dòng thải liên tục, các điều kiện gốc chuyển sang sự hiện diện trong một miền  $X$ , tương ứng khu vực ảnh hưởng của nguồn thải, một nguồn thường xuyên với phân bố biết trước :

$$Q^* = Q^*_s f(X) \quad (6.2)$$

trong đó  $Q^*_s$  là một hằng số chỉ cường độ của nguồn thải.

Trong trường hợp chung, các điều kiện gốc cần được thể hiện như sau

$$Q^* = Q^*_s f(t, X) \quad (6.3)$$

Phương trình 6.1 chỉ là trường hợp riêng của của 6.3 khi giả thiết rằng:

$$Q^* = Q^*_s f(t, X) = \mu^*_0(X)\delta(t) \quad (6.4)$$

trong đó  $\delta(t)$  là hàm lọc Dirac lựa chọn giá trị  $t=0$ .

Hàm này có dạng

$$n\sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left(-\frac{n^2 t^2}{2}\right)$$

cho ta giá trị rất lớn trong khoảng hẹp nhỏ hơn nhiều so với  $n$  và trở nên rất nhỏ ngoài khoảng đó. Chúng ta giá trị các xung trong một khoảng thời gian ngắn. Hàm Dirac có thể như giới ạn

của hàm trên khi  $n \rightarrow \infty$ . Tích phân hàm  $\delta(t)$  trong khoảng bao gồm  $t = 0$  sẽ là 1. Tích phân các đoạn không chứa  $t = 0$  sẽ là 0.

## 6.2. MÔ HÌNH TÍCH PHÂN THEO ĐỘ SÂU

Trong nhiều trường hợp khuếch tán rối dẫn đến sự đồng nhất theo phương thẳng đứng gần như toàn bộ lớp nước. Đó là trường hợp biển nông với triều mạnh và bão hoạt động nhiều dẫn đến rối phát triển, đó cũng là trường hợp lớp tựa đồng nhất trên của biển tạo nên do tác động của gió, đó cũng là trường hợp đối với đa số các sông và cửa sông, cũng như lớp khí quyển sát mặt đất.

Trong trường hợp này người ta quan tâm chủ yếu đến khuếch tán ngang nồng độ trung bình của các chất thải được lấy theo toàn bộ cột nước.

Giới hạn xem xét các chất bền vững vừa và lời giải cơ bản cho trường hợp nguồn điểm tức thời, chúng ta có thể sử dụng phép chuyển đổi tọa độ ở phần trên và bỏ qua dấu \* khi viết, phương trình khuếch tán sẽ có dạng:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_1}(u_1 c) + \frac{\partial}{\partial x_2}(u_2 c) + \frac{\partial}{\partial x_3}(u_3 c) = m \frac{\partial c}{\partial x_3} + \frac{\partial}{\partial x_3}(\tilde{\kappa} \frac{\partial c}{\partial x_3}) \quad (6.5)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = 0 \quad (6.6)$$

$$x_3 = \zeta \quad (6.7)$$

$$x_3 = -h \quad (6.8)$$

$$\bar{c} = H^{-1} \int_{-h}^{\zeta} c dx_3 \quad \text{với } c = \bar{c} + \hat{c} \quad (6.9)$$

$$\bar{u}_1 = H^{-1} \int_{-h}^{\zeta} u_1 dx_3 \quad \text{với } u_1 = \bar{u}_1 + \hat{u}_1 \quad (6.10)$$

$$\bar{u}_2 = H^{-1} \int_{-h}^{\zeta} u_2 dx_3 \quad \text{với } u_2 = \bar{u}_2 + \hat{u}_2 \quad (6.11)$$

$$H = h + \zeta \quad (6.12)$$

$$\int_{-h}^{\zeta} \hat{c} dx_3 = \int_{-h}^{\zeta} \hat{u}_1 dx_3 = \int_{-h}^{\zeta} \hat{u}_2 dx_3 = 0 \quad (6.13)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u_1 \frac{\partial \zeta}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial \zeta}{\partial x_2} = u_3 \quad \text{tại } x_3 = \zeta \quad (6.14)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u_1 \frac{\partial h}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial h}{\partial x_2} = -u_3 \quad \text{tại } x_3 = -h \quad (6.15)$$

$$\int_{-h}^{\zeta} \frac{\partial f}{\partial g} dx_3 = \frac{\partial}{\partial g} \int_{-h}^{\zeta} f dx_3 - f_{\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial g} - f_h \frac{\partial h}{\partial g} \quad (6.16)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\zeta} c dx_3 + \frac{\partial}{\partial x_1} \int_{-h}^{\zeta} cu_1 dx_3 + \frac{\partial}{\partial x_2} \int_{-h}^{\zeta} cu_2 dx_3 + \frac{\partial}{\partial x_3} \int_{-h}^{\zeta} cu_3 dx_3 \\ & - c_{\zeta} \left[ \frac{\partial \zeta}{\partial t} + u_1 \frac{\partial \zeta}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial \zeta}{\partial x_2} - u_3 \right]_{\zeta} \\ & - c_h \left[ \frac{\partial h}{\partial t} + u_1 \frac{\partial h}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial h}{\partial x_2} + u_3 \right]_h \\ & = (mc + \tilde{\kappa} \frac{\partial c}{\partial x_3})_{\zeta} - (mc + \tilde{\kappa} \frac{\partial c}{\partial x_3})_h \end{aligned} \quad (6.17)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x_1} \int_{-h}^{\zeta} u_1 dx_3 + \frac{\partial}{\partial x_2} \int_{-h}^{\zeta} u_2 dx_3 \\ & - \left[ u_1 \frac{\partial \zeta}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial \zeta}{\partial x_2} - u_3 \right]_{\zeta} - \left[ u_1 \frac{\partial h}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial h}{\partial x_2} + u_3 \right]_h = 0 \end{aligned} \quad (6.18)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (H\bar{c}) + \frac{\partial}{\partial x_1} (H\bar{c}\bar{u}_1) + \frac{\partial}{\partial x_2} (H\bar{c}\bar{u}_2) \\ & = (mc + \tilde{\kappa} \frac{\partial c}{\partial x_3})_{\zeta} - (mc + \tilde{\kappa} \frac{\partial c}{\partial x_3})_h + SH \end{aligned} \quad (6.19)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_1} (H\bar{u}_1) + \frac{\partial}{\partial x_2} (H\bar{u}_2) = 0 \quad (6.20)$$

$$SH = \frac{\partial}{\partial x_1} \int_{-h}^{\zeta} (-\hat{c}\hat{u}_1) dx_3 + \frac{\partial}{\partial x_2} \int_{-h}^{\zeta} (-\bar{c}\hat{u}_2) dx_3 \quad (6.21)$$

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_1} \bar{u}_1 + \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_2} \bar{u}_2 = F + S \quad (6.22)$$

$$F = H^{-1} \left[ (mc + \tilde{\kappa} \frac{\partial c}{\partial x_3})_{\zeta} - (mc + \tilde{\kappa} \frac{\partial c}{\partial x_3})_h \right] \quad (6.23)$$

### 6.3. THAM SỐ HOÁ HIỆU ỨNG PHÂN LỚP

Đối với phần lệch khỏi giá trị trung bình của nồng độ chúng ta thu được phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{c}}{\partial t} + (\bar{u} + \hat{u}) \cdot \nabla \hat{c} + u_3 \frac{\partial \hat{c}}{\partial x_1} + \hat{u} \cdot \nabla \bar{c} \\ = m \frac{\partial \hat{c}}{\partial x_3} + \frac{\partial}{\partial x_3} (\tilde{\kappa} \frac{\partial \hat{c}}{\partial x_3}) - F \end{aligned} \quad (6.24)$$

Với các giá trị đặc trưng của vận tốc thẳng giáng  $m$ , chúng ta có thể cho thành phần đầu vế phải là không đáng kể. Trong điều kiện đó, với phép xấp xỉ bậc nhất, phương trình 6.24 có dạng:

$$\hat{u} \cdot \nabla \bar{c} = \frac{\partial}{\partial x_3} (\tilde{\kappa} \frac{\partial \hat{c}}{\partial x_3}) - F \quad (6.25)$$

Ý nghĩa vật lý của phương trình này đã rõ ràng: tính bất đồng nhất theo phương thẳng đứng được hình thành chủ yếu do lan truyền bất đồng nhất đối lưu của hỗn hợp. Chúng thích ứng với sự lan truyền đó theo nghĩa: các ảnh hưởng của đối lưu và khuếch tán theo phương thẳng đứng được cân bằng bởi sự bất đồng nhất này.

Các quan trắc trong biển nông ven bờ và sông cho thấy rằng dòng chảy trên mặt và đáy hầu như song song, ngoại trừ trường hợp triều đổi hướng trong biển dòng chảy trở nên rất yếu và người ta có thể thể hiện đường phân bố thẳng đứng vận tốc trong dạng phương trình sau:

$$u_i = \bar{u}_i \varphi(\eta) \quad i=1,2$$

trong đó:

$$\eta = \frac{x_3 + h}{H} \quad 0 \leq \eta \leq 1 \quad (6.26)$$

Chúng ta có thể cho rằng  $c$  và  $\kappa$  đều là hàm của biến  $\eta$ .

Nếu như  $\tilde{v}$  là hệ số nhớt rối theo phương thẳng đứng, ta có:

$$\lim_{x_3 \rightarrow -h} \tilde{v} \frac{\partial u}{\partial x_3} = \lim_{x_3 \rightarrow -h} \tilde{v} \tilde{u} \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} H^{-1} = D\bar{u}\bar{u} \quad (6.27)$$

trong đó hệ số ma sát  $D$  không có thứ nguyên.

Chúng ta yêu cầu hệ số nhớt rối  $\tilde{v}$  là một hàm của  $\eta$  và có thể viết dưới dạng sau:

$$\tilde{v} = \bar{u} H \psi(\eta) \quad (6.28)$$

Hệ số khuếch tán rối cũng cần được thể hiện trong dạng tương tự :

$$\tilde{\kappa} = \bar{u}H\psi_1(\eta) \quad (6.29)$$

Cho rằng

$$\hat{u} = \bar{u}[\varphi(\eta) - \overline{\varphi(\eta)}] = \bar{u}\varphi_1(\eta) \quad (6.30)$$

ta có thể viết 6.25 về dạng sau:

$$\frac{H}{\bar{u}}(\bar{u} \cdot \nabla \bar{c})\varphi_1(\eta) + \frac{HF}{\bar{u}} = \frac{d}{d\eta}(\psi_1 \frac{d\hat{c}}{d\eta}) \quad (6.31)$$

Tích phân phương trình này hai lần ta thu được nồng độ  $c$  trong dạng sau :

$$\hat{c} = \frac{H}{\bar{u}}(\bar{u} \cdot \nabla \bar{c})A(\eta) + \frac{HF}{\bar{u}}B(\eta)$$

trong đó  $A$  và  $B$  là các hàm của  $\eta$  phụ thuộc vào phân bố đặc trưng của vận tốc và hệ số khuếch tán.

Sử dụng công thức 6.21 ta có thể dẫn về :

$$\begin{aligned} S &= H^{-1}\nabla \cdot \left\{ H \int_0^1 (-\hat{c}\hat{u}) dx_3 \right\} \\ &= H^{-1}\nabla \cdot \left\{ \gamma \frac{H}{\bar{u}}(\bar{u} \cdot \nabla \bar{c})\bar{u} + \frac{HF}{|\bar{u}|}\bar{u}\delta \right\} \end{aligned} \quad (6.32)$$

trong đó

$$\gamma = -\int_0^1 A\varphi_1 d\eta \quad (6.33)$$

có giá trị gần bằng 0,45 tại phía nam Bắc Hải.

$$\delta = -\int_0^1 B\varphi_1 d\eta \quad (6.34)$$

Chúng ta có thể bỏ qua ảnh hưởng của thành phần thứ hai trong dấu móc. Thực ra thành phần này có bậc đại lượng bằng

$$(HF/A)$$



trong đó  $\lambda$  là một khoảng cách đặc trưng cho biến động ngang. Do  $\lambda \gg H$ , nên đó thành phần này luôn nhỏ và có thể bỏ qua khi so sánh với  $F$ , nếu thay  $S$  vào công thức 6.22.

Kết hợp 6.22 và 6.32 ta thu được:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u} \cdot \nabla \bar{c} = F + H^{-1} \nabla \cdot \left[ \gamma \frac{H^2}{|\bar{u}|} \bar{u} (\bar{u} \cdot \nabla \bar{c}) \right] \quad (6.35)$$

Chúng ta thấy rằng ảnh hưởng của phân lớp dẫn đến khuếch tán theo hướng vận tốc tác thời với hệ số khuếch tán có bậc vào khoảng  $|\bar{u}| H$ .

Khuếch tán tổng cộng sẽ có giá trị lớn hơn nhiều theo hướng dòng thẳng đứng (trục chính của triều hay trục chính của sông), điều này giải thích tính bất đối xứng của các vết loang với dấu hiệu kéo dài theo hướng vận tốc cực đại.

Để minh họa, chúng ta xem xét một thí dụ đổ chất thải không hoà tan tại phía nam Bắc Hải.

Tại một vùng biển nông ( $H \sim 20$  m) nơi dòng triều có thể đạt đến 1 m/s, xáo trộn thẳng đứng sẽ rất mạnh. Trong trường hợp không có xáo trộn rối, phân bố thẳng đứng các vật liệu lơ lửng biến đổi rất lớn, nồng độ bằng zero trên mặt và tăng rất nhanh khi gần đáy. Trong chế độ rối, trạng thái hoàn toàn khác. Tồn tại trên đáy một lớp biên mỏng, nơi rối yếu và cho phép xảy ra hiện tượng lắng đọng trầm tích theo chế độ tựa lamina với một gradient lớn của nồng độ theo phương thẳng đứng. Trong phần còn lại của cột nước, do xáo trộn mạnh nên nồng độ gần như đồng nhất. Thịnh thoảng khi dòng chảy trở nên mạnh nhất, rối gần đáy trở nên phát triển và phá huỷ lớp biên làm cho các trầm tích đáy vừa lắng đọng quay trở về trạng thái lơ lửng.

Nếu ứng suất đáy không thật lớn, tồn tại một lớp biên tựa lamina gần đáy. Thông lượng các chất lơ lửng giảm và chuyển sang dòng lắng đọng. Khi ứng suất đáy vượt qua một giá trị tới hạn, lớp biên đáy bị khuấy động và rối làm cho trầm tích chuyển động.

Đối với ứng suất Reynolds vừa phải chỉ vượt qua giá trị tới hạn trong một khoảng thời gian nhất định của chu kỳ triều và vẫn nhỏ hơn ứng suất tới hạn của xói các trầm tích liên kết trên đáy, chúng ta có thể chấp nhận phép xấp xỉ bậc nhất cho rằng  $F$  tỷ với hiệu giữa ứng suất thực và ứng suất tới hạn.

Ứng suất trên đáy có thể được thể hiện qua vận tốc trên một khoảng cách nào đó từ đáy (ví dụ 1m) bằng cách đưa ra hệ số ma sát. Nếu biết được phân bố thẳng đứng của vận tốc, trong vùng đổ chất thải, ta có thể lấy ứng suất đáy như một hàm của vận tốc trung bình và xác định một vận tốc trung bình tới hạn tương ứng ứng suất tới hạn.

Trong trường hợp đó, ta có thể cho  $F$  trong dạng sau đây:

$$F \sim -\frac{m\bar{c}}{H} \left(1 - \frac{\bar{u}^2}{u_c^2}\right) \quad (6.36)$$

Thành phần trong dấu ngoặc đánh giá phần trăm tích không được lớp biên hấp thụ và xuất phát từ việc các bất ổn định trong lớp biên (hay xuất hiện khi vận tốc trung bình lớn) cho phép rối mang các vật liệu vào dạng lơ lửng, khi vận tốc lớn hơn vận tốc tới hạn, làm cho quá trình đi ngược hướng các trầm tích từ đáy cung cấp cho cột nước.

Cho rằng  $C$  là mật độ bồi lắng (khối lượng tổng trong lớp biên trên một đơn vị diện tích đáy), ta có thể kết hợp với phương trình tiến triển bồi lắng.

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -FH \quad (6.37)$$

Trong ví dụ vừa nêu dòng chảy chủ yếu là dòng triều. Việc đánh giá tốt nhất thu được chủ yếu từ các mô hình toán học triều và nước dâng và atlas dòng chảy ven bờ. Vận tốc xói tới hạn tại khu vực này là 0,8 m/s và bị vượt qua trong một phần của chu kỳ triều. Phân bố thẳng đứng của vận tốc trong khu vực này có dạng logarit + parabolic (phân bố logarit đến một độ cao nhất định tính từ đáy và bắt đầu từ đó đến mặt theo phân bố parabol. Đối với dạng phân bố này, ta có  $\gamma \sim 0,45$ . Vận tốc lắng đọng trầm tích đối với nguồn thải kể trên là  $m \sim 10^{-3}$  m/s.

Các kết quả tính toán và đo đạc đã cho thấy một số đặc điểm cơ bản sau đây :

- 1) Sự giảm nhanh chóng của tổng lượng vật liệu lơ lửng, tuy dòng lơ lửng vẫn vẫn thường xuyên tăng cường, điều này có thể thấy thông qua các nhiễu.
- 2) Khuếch tán xảy ra không đối xứng với việc trải dài dọc theo trục chính dòng triều.
- 3) Các đường đẳng đồng mức nồng độ có hình tựa elip,
- 4) Có xu thế chuyển dịch và phân tán do dòng dư gây nên.

#### 6.4. CÁC MÔ HÌNH SÔNG VÀ CỬA SÔNG TÍCH PHÂN THEO MẶT CẮT NGANG

Trong một con sông hay cửa sông, hiện tượng khuếch tán theo phương thẳng đứng và theo phương ngang cho phép chúng ta đảm bảo một sự đồng nhất theo các mặt cắt ngang. Chúng ta quan tâm nhiều đến quá trình khuếch tán dọc theo sông, cửa sông của các nồng độ trung bình đó. ếu chúng ta cho  $\bar{v}$  là vận tốc trung bình theo mặt cắt và  $v'$  là độ lệch khỏi giá trị trung bình đó, ta có thể viết

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{v}c) + \nabla \cdot (\bar{v}'c) = \nabla \cdot \bar{\omega} \quad (6.38)$$

trong đó

$$\vec{\omega} = \left[ mc + \tilde{\kappa} \frac{\partial c}{\partial x_3} \right] \vec{e}_3 \quad (6.39)$$

Cho rằng  $\Omega$  là thể tích vận chuyển bởi dòng trung bình  $\vec{v}$  với đáy là  $A$  và độ dày  $\Delta x$  theo hướng chuyển động. Tích phân theo thể tích đó, theo định nghĩa ta có:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \left( \frac{\partial c}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v}c) \right) d\Omega &= \frac{d}{dt} \int_{\Omega} c d\Omega = \frac{d}{dt} (\Delta x \int c dA) \\ &\sim \frac{d}{dt} (\Delta x \bar{c} A) = \Delta x \frac{d}{dt} (\bar{c} A) + \bar{c} A \frac{d\Delta x}{dt} \end{aligned} \quad (6.40)$$

đã cho rằng  $\Delta x$  được chọn nhỏ,  $c$  biến đổi không đáng kể trong quãng đường đó, và nồng độ trung bình lấy theo mặt cắt.

Với  $\Sigma$  là diện tích bao quanh thể tích nêu trên

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot \vec{\omega} d\Omega = \int_{\Sigma} \vec{\omega} \cdot \vec{e}_n d\Sigma = \phi_n + \frac{\Delta \phi}{\Delta x} \Delta x \quad (6.41)$$

trong đó  $\phi_n$  là thông lượng của véc tơ  $\vec{\omega}$  đi qua mặt ngang và  $\Delta \phi$  là hiệu giữa các thông lượng đi qua các mặt cắt tại  $x$  và  $x + \Delta x$ .

Tương tự ta thu được:

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot (-\vec{v}'c) d\Omega = \int_{\Sigma} (\vec{v}'c) \cdot \vec{e}_n d\Sigma = \psi_n + \frac{\Delta \psi}{\Delta x} \Delta x \quad (6.42)$$

Tích phân (6.39), với các công thức 6.40, 6.41 và 6.42 ta thu được

$$\Delta x \frac{d}{dt} (\bar{c} A) + \bar{c} A \frac{d\Delta x}{dt} = \phi_n + \psi_n + \frac{\Delta \phi}{\Delta x} \Delta x + \frac{\Delta \psi}{\Delta x} \Delta x \quad (6.43)$$

do  $\Delta x$  nhỏ ta có

$$\frac{d\Delta x}{dt} \sim \frac{\partial \phi}{\partial x} \Delta x, \quad \frac{\Delta \phi}{\Delta x} \sim \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad \frac{\Delta \psi}{\Delta x} = \frac{\partial \psi}{\partial x}.$$

mặt khác theo định nghĩa

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla = \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x}$$

Chia 6.43 cho  $\Delta x$ , ta có biểu thức sau đây, với  $\bar{\omega}$  theo phương thẳng đứng :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{c}A) + \frac{\partial}{\partial x}(v\bar{c}A) = F + \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (6.44)$$

trong đó  $F$  là thông lượng ngang (trên một đơn vị chiều dài) của véc tơ

$$-v'c + mce_3 + \tilde{\kappa} \frac{\partial c}{\partial x_3} e_3$$

và

$$\psi = \int_A (-v'c') dA$$

Thành phần  $\frac{\partial \psi}{\partial x}$  xuất hiện trong vế phải 6.42 tương tự thành phần hiệu ứng phân lớp trong mô hình tích phân theo độ sâu. Để kết thúc phần trình bày các kiến thức về cơ sở phương pháp mô hình hoá trong hải dương học, chúng ta sẽ xem xét một số ví dụ về mô hình hoàn lưu, qua đó cho thấy phương hướng phát triển mô hình hoá hệ thống biển hiện nay trên thế giới và Việt Nam.

## **CHƯƠNG 7. HIỆN TRẠNG PHÁT TRIỂN MÔ HÌNH HOÁ BIỂN**

### **7.1. XU THẾ PHÁT TRIỂN**

Hiện nay nhiều mô hình đã và sẽ được sử dụng như một bộ phận của hệ thống dự báo biển. Trong tương lai, các mô hình phức tạp của khí quyển, đại dương, lục địa sẽ được kết hợp nhằm đưa ra một mô hình toàn diện. Bản thân mô hình đó có thể tự nó cũng như kết hợp để trở thành một bộ phận của mô hình khí hậu toàn cầu. Xu thế tất yếu là các mô hình vật lý ngày càng bao quát thêm các quá trình sinh học, nhằm mục đích hiểu rõ hơn về sinh thái biển và nhu cầu quản lý các bãi cá.

Mục tiêu gián tiếp của các nghiên cứu triển khai mô hình số là tìm hiểu các mối tương quan khác nhau giữa những tác động gây ảnh hưởng tới biển. Những tác động này bao gồm các dòng động lượng, nhiệt và ẩm trao đổi qua mặt biển, cũng như lưu lượng sông gây ảnh hưởng đến hoàn lưu đại dương quy mô lớn. Mỗi khi mô hình đã được khẳng định, có thể thông qua so sánh với các quan trắc và với lời giải giải tích, mô hình có thể sử dụng như công cụ kết nối với các vấn đề môi trường. Ví dụ, mô hình có thể sử dụng để dự báo diễn biến của vết dầu loang, hay cung cấp các thông tin về vị trí tối ưu cho việc đổ chất thải ra biển. Những vấn đề như vậy đòi hỏi các kiến thức về hoàn lưu trong môi trường biển, thường chỉ được cung cấp bởi các mô hình phân giải cao. Nhiều ứng dụng trong các biển ven (ví dụ vết dầu loang) có quy mô thời gian từ một vài ngày đến hàng tuần. ở đây cũng cần đến các kiến thức kể cả dự báo các biến động có thể xảy ra trong các biển ven với quy mô năm và thập kỷ. Ví dụ, người ta biết rõ rằng các bãi cá cod tại các bãi ngầm gần Newfoundland có sự biến động với chu kỳ nhiều năm. Các kiến thức về điều kiện trong tương lai trên thềm lục địa có thể cho phép các nhà khoa học phân nào giải thích được hiện tượng suy giảm của nghề cá gần đây. Các nghiên cứu theo hướng này yêu cầu kết hợp với hệ thống dự báo khí hậu toàn cầu.

Các mô hình biển hiện đang ở nhiều mức độ khác nhau. Trước hết là các mô hình chẩn đoán. Người ta sử dụng các trường nhiệt độ và độ muối có sẵn, được rút ra từ số liệu quan trắc, để tìm cách tái hiện trường hoàn lưu. Các mô hình chẩn đoán là công cụ cơ bản cung cấp kết quả phân tích đảm bảo đối với hoàn lưu thềm lục địa theo quy mô lớn hơn bán kính biến dạng nội Rossby. Tiếp đến là các mô hình dự báo, trong đó các trường nhiệt độ và độ muối được đánh giá như một bộ phận trong thủ tục giải quyết vấn đề. Chính các mô hình dạng này sẽ tạo nên cơ sở cho hệ thống dự báo biển. Hoàn lưu chẩn đoán thường được sử dụng như điều kiện ban đầu và điều kiện biên ngang đối với mô hình dự báo. Cả hai nhóm mô hình trên đều có những tính phức tạp khác nhau. Các mô hình dự báo có thể biến đổi từ hai chiều, tích phân theo độ sâu đến hoàn lưu ba chiều đầy đủ.

Lịch sử phát triển các mô hình số bắt đầu từ các mô hình chân đoán, sau đó dần dần được chuyển sang các mô hình dự báo.

## 7.2. CÁC MÔ HÌNH CHÂN ĐOÁN

Lịch sử của các mô hình chân đoán bắt đầu khi xuất hiện bộ môn Vật lý biển (có nghĩa là từ thời Sandstrom và Helland-Hansen, 1903). Tại điểm xuất phát, người ta cho rằng các dòng chảy đều là địa chuyển và thủy tĩnh. Các phương trình gió nhiệt có thể sử dụng để tính toán các trường vận tốc nếu như biết được giá trị tại một mực quy chiếu nào đó. Thông thường người ta chọn mực quy chiếu có vận tốc bằng 0 và vận tốc tính được là giá trị tương đối so với độ sâu đó. Vấn đề nảy sinh khi độ sâu của biển trở nên nhỏ hơn độ sâu quy chiếu này, điều thường xuyên xảy ra đối với các vùng biển ven bờ. Trong trường hợp mặt cắt thủy văn hai chiều, Helland-Hansen vào năm 1934 đã giải quyết bằng cách ngoại suy các đường đẳng thể nằm ngang phía dưới đáy biển xuất phát từ điểm cắt với đáy dốc. Điều này đảm bảo rằng vận tốc địa chuyển trên đáy sẽ bằng 0 nếu mực quy chiếu nằm dưới đáy biển (chúng ta cho rằng vận tốc dòng địa chuyển trên đáy bị triệt tiêu do ma sát đáy). Phương pháp của Montgomery và Csanadyhoàn toàn tương đương với phương pháp Helland-Hansen, vì các phương pháp đó đều lấy điểm xuất phát cho rằng vận tốc dòng chảy địa chuyển trên đáy bị triệt tiêu. Mực nước mặt biển được tính theo phương pháp đó thường được xem là mực biển tĩnh. Gây đây, Sheng và Thompson đã đưa ra một bổ sung mới cho phương pháp Helland-Hansen. Thay bằng việc chỉ sử dụng các mặt cắt thẳng đứng, phương pháp của họ được ứng dụng cho cả vùng thềm lục địa 3 chiều. Bước đầu tiên cần tiến hành là tìm kiếm mối tương quan hàm tốt nhất thể hiện mối liên hệ giữa mật độ đáy và độ sâu biển. Mật độ dưới đáy biển được thay bằng tương quan hàm này. Tuy điều này không đảm bảo rằng vận tốc dòng địa chuyển trên đáy phải bằng 0, mực nước mặt biển tính được theo phương pháp này được mở rộng thành trường hai chiều.

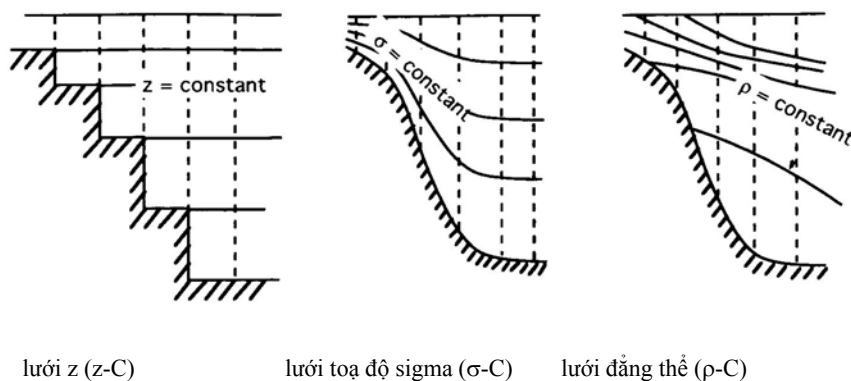
Đáng tiếc là giả thiết về mực không có chuyển động thường không được xác minh. Tại nhiều miền đại dương khác nhau dòng chảy quan trắc được có hướng và vận tốc hầu như không đổi trong toàn lớp nước từ mặt đến đáy. Như vậy vấn đề chủ yếu trong mô hình chân đoán chính là việc xác định vận tốc tại mực quy chiếu phục vụ tính toán dòng địa chuyển. Yêu cầu tính toán không chỉ dừng lại ở phạm vi cục bộ mà yêu cầu giải bài toán eliptic đối với toàn miền (nếu ma sát được cho triệt tiêu thì bài toán trở nên hyperbolic, tương tự như mô hình Mellor và ctv). Bài toán với hiệu ứng JEBAR (ảnh hưởng tương hỗ của hiệu ứng tà áp và địa hình) có thể tạo nên nhiễu mạnh do tác động của mật độ đưa vào và địa hình đáy. Để vượt qua trở ngại này, Mellor và ctv đã yêu cầu biến đổi tọa độ nhằm thay việc giải các hàm dòng thể tích vận chuyển bằng biên mới bao gồm hàm dòng thể tích vận chuyển lẫn thế năng của cột nước. Nếu mô hình triển khai với với giá trị không đổi trong không gian của tham số Coriolis (trên mặt phẳng  $f$ ) thì sẽ không cần thiết phải tính toán biến động của thành phần JEBAR. Một cách tiếp cận khác được Rattray đưa ra, theo đó vấn đề dẫn đến các thành phần của áp suất đáy, khác với hàm dòng khối lượng vận chuyển. Gần đây, deYoung, Greatbatch và Forward đã mở rộng phương pháp Mellor và c.t.v nhằm kể đến ma sát đáy, xáo trộn thẳng đứng của động lượng và cho phép tồn tại các khu vực đường bao khép kín của  $fH$  trong miền tính (ở đây  $f$  là tham số Coriolis và  $H$  là độ sâu biển).

Yêu cầu quan trọng nhất đối với mô hình chẩn đoán đó là các trường nhiệt độ và độ muối. Thông thường, như trong các mô hình của Mellor và ctv hay của de Young và ctv, các trường nhiệt độ và độ muối cần được dẫn ra trên một kích thước tương ứng. Mặt khác, do các trường này được dẫn ra theo cách độc lập so với các trường động lực nên các trường cần thiết này lại không được tương thích động lực so với các trường vận tốc tính toán. Các nghiên cứu tiếp cần theo hướng đưa các thông tin động lực học vào trong thủ tục phân tích nhằm thu được các trường nhiệt độ và độ muối mang tính tổng hợp. Các phương pháp phức tạp tương tự như kỹ thuật xử lý bổ trợ (phủ) làm xuất hiện các khó khăn trong thực tế đó được Tziperman và ctv phản ánh trong bài viết của mình. (Có thể đi sâu hơn về phương pháp phân tích biến thể đảo – VIM do Brasseur, 1992, Brankart và ctv phát triển sau này. Có thể nói rằng yêu cầu đặt ra ở đây là phải xây dựng một phương pháp đơn giản đưa được các thông tin động lực vào phân tích. Các mô hình chẩn đoán vẫn cũn là một phương tiện quan trọng để có thể rút ra được những thông tin từ các trường nhiệt độ và độ muối, đồng thời chúng lại cung cấp các điều kiện ban đầu cho mô hình dự báo sẽ được trình bày trong mục tiếp theo.

### 7.3. CÁC MÔ HÌNH DỰ BÁO BIỂN

Những bản luận tiếp theo chi tập trung cho các mô hình số 3 chiều đại dương cho phép mô tả sự biến động của các trường nhiệt độ và độ muối. Chúng ta sẽ xác định các đặc trưng của mô hình và mô tả các mô hình đó trên phương diện phân tích các đặc trưng đó. Các đặc trưng này có thể tập hợp theo mô hình tọa độ thẳng đứng, tham số hoá xáo trộn thẳng đứng và xáo trộn ngang cũng như xử lý điều kiện trên mặt biển.

*Phân loại theo tọa độ thẳng đứng*



**Hình 7.1. Các sơ đồ lưới tọa độ thẳng đứng**

Hình 7.1 cho ta sơ đồ các hệ tọa độ thẳng đứng khác nhau. Hệ thứ nhất được gọi là hệ tọa độ z với trục tọa độ đều tuyến tính theo hướng thẳng đứng. Ưu điểm của hệ tọa độ này gắn trực tiếp với các trường nhiệt độ, độ muối và mật độ của nước biển.

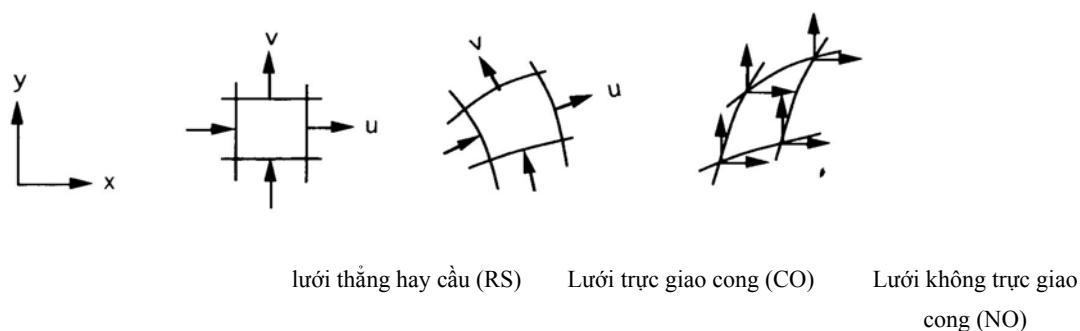
Hệ thứ hai được gọi là hệ tọa độ sigma,  $(x^*, y^*, s)$  với  $x^*=x$ ,  $y^*=y$  và  $s = \frac{z - h(x, y)}{H(x, y) - h(x, y)}$ , trong đó  $H(x, y)$  là độ sâu địa hõnh và  $h(x, y)$  là mực biển ( $h=0$  tương ứng cho mặt biển cố định). Các phương trình biến đổi thu được thường không phức tạp lắm. Hệ tọa

độ sigma có ưu điểm trước hết gắn với đưng tròn thêm lục địa và khi địa hõnh cú sự biến đổi khá lớn (tại nhiều nơi). Hệ toạ độ này cũng cho phép thể hiện bằng sơ đồ số lớp biên đáy biển. Tuy nhiên cũng có những sai số nhất định xuất hiện khi đánh giá các gradient ngang, đặc biệt quan trọng đối với lực gradient áp suất trong hệ toạ độ sigma.

Hệ thứ ba đó là toạ độ đẳng thể tích, thay cho các toạ độ  $(x,y,z)$  người ta sử dụng các toạ độ  $x,y$  và mật độ thể vị,  $r$  (hoặc sigma-t tương ơng). Tính ưu việt của hệ toạ độ này là khả năng cho phép nâng cao mức chi tiết tại những nơi có gradient mật độ lớn. Tương tự mức chi tiết tại lớp xáo trộn mạnh sẽ trở nên thô hơn. Vấn đề phức tạp xuất hiện ở đây gắn liền với yêu cầu tương thích các mặt đẳng thể tích với mặt biển và đáy biển.

### Phân loại theo toạ độ ngang

Hõnh 7.2 cho ta thấy tính đa dạng của các hệ toạ độ ngang. Trước hết đó là hệ toạ độ trực giao đề các hoặc cầu (cả hai hệ toạ độ này đều thể hiện qua các mặt có hai toạ độ ngang không đổi). Hệ thứ hai đó là hệ toạ độ cong trực giao tổng quát, trong đó có cả hệ toạ độ đề - các và toạ độ cầu. Tính chất tự do hơn của hệ toạ độ cong có thể cho phép đưa các đường toạ độ gần với đường bờ hơn, tăng độ phân giải và giảm được số lượng các điểm đất và tránh được tính kỳ dị của toạ độ cầu gần với các địa cực. Tính tự do của chúng có thể đạt được qua lưới không trực giao, nhiều khi được gọi là hệ thể tích hữu hạn, có nghĩa là phép tính vi phân có thể triển khai thông qua sử dụng các phương trõnh biến đổi tích phân về các ô lưới thể tích.



**Hình 7.2. Sơ đồ các dạng lưới tính.**

Một đặc điểm khác cho phép phân biệt các mô hõnh đó là cách thức xử lý cốc biến mũ hõnh theo hướng ngang. Điều này đó được phân loại thành sơ đồ Arakawa A, B, C. Trong từng sơ đồ lưới, nhiệt độ và độ muối được cho trên cùng nút lưới với áp suất, sự khác nhau chỉ xảy ra đối với các thành phần vận tốc ngang. Tính ưu việt của sơ đồ A và B được thể hiện qua việc cho cả hai thành phần của vận tốc ngang trên cùng một điểm nút lưới cho phép xử lý các thành phần lực Coriolis theo hướng tiến. Sơ đồ C có ưu điểm cho phép sai phân tiến đối với vận chuyển vô hướng. Đối với các phương trõnh nước nông không quay, sơ đồ A gặp bất lợi tương ứng sơ đồ C độc lập loại 4. Đối với quy mô lưới, các dạng sóng khác nhau như sóng trọng lực, sóng Kelvin, sóng địa hõnh, v.v.. cú thể phụ thuộc vào sơ đồ lưới, điều này đó được đề cập trong cốc bài báo Mesinger và Arakawa, Hsich, Davey và Wajowicz và Foreman. Dietrich đó mũ tả phương pháp xử lý các thành phần lực Coriolis trên sơ đồ C cho phép loại trừ hầu hết các nhược



điểm đối với sơ đồ này đối với trường hợp độ phân giải thô. Tác giả đó yêu cầu sử dụng các kỹ thuật nội suy nhằm loại trừ các phát sinh gắn liền với sơ đồ A.

Trong lưới RS và NO hướng vận tốc được cố định. Dựa vào hình dáng lưới vị trí gắn các biến cũng biến đổi. RS và CO thể hiện sơ đồ Arakawa C trong đó vận tốc được thể hiện như trên hình; mật độ và các tính chất vô hướng khác được gán cho điểm trung tâm. Lưới NO theo sơ đồ A hoặc B, trong đó các thành phần vận tốc cùng ở tại một điểm; đối với sơ đồ A mật độ cùng gắn tại điểm vận tốc; đối với sơ đồ B, mật độ gắn tại điểm trung tâm ô lưới.

#### *Phân loại theo sơ đồ xáo trộn thẳng đứng*

Xáo trộn là một đặc điểm quan trọng của các quá trình đại dương đối với các biển ven khi độ sâu nhỏ có thể dẫn đến ma sát trượt lớn (gắn liền với triều) cùng với xáo trộn mạnh theo phương thẳng đứng. Chúng ta sẽ trao đổi về một số phép tham số hoá được sử dụng đối với xáo trộn thẳng đứng. Thông thường người ta chú ý đến lớp mặt biển hay lớp xáo trộn có thể đồng thời xác định hai loại mô hình: mô hình cục bộ và mô hình tích phân. Các mô hình cục bộ mô tả nhớt và khuếch tán xoáy rối (chúng ta tạm thời không chú ý đến các mô hình giải đồng thời các thành phần ứng suất Reynolds và tensors thông lượng) và đầu ra là phân bố nhiệt độ, độ muối và vận tốc. Từ các thông tin đó, nếu như nhớt và khuếch tán rối phụ thuộc vào số Richardson có thể xác định được giới hạn dưới của miền xáo trộn mạnh và độ dày lớp xáo trộn được xác định theo phương pháp chẩn đoán. Các mô hình tích phân xem lớp xáo trộn là hiện nhiên và chấp nhận tính đồng nhất tổng thể, mô hình được giải đối với các đặc trưng lớp xáo trộn theo các quy luật bảo toàn dạng tích phân (Niiler và Kraus, 1977). Bảng 1a cho ta các đặc điểm của cách tham số hoá nêu trên.

**Bảng 1a. Các phép tham số hoá đối với xáo trộn theo phương thẳng đứng**

Phép tham số hoá	ký hiệu
Độ nhớt không đổi	CVD
Số Richardson làm biến đổi nhớt	RND
Khớp khớp rối	TC
Mô hình lớp xáo trộn tích phân	BML

Nếu chúng ta cho rằng khuếch tán động lượng và nhiệt độ có tính tương đương (như số liệu phỏng thí nghiệm yêu cầu) sẽ thu được:  $\frac{dT}{dV} \gg \frac{Q}{c_p t}$  trong đó  $dT$  biến đổi của nhiệt độ theo độ sâu qua lớp nước trên mặt biển;  $dV$  biến đổi của vận tốc;  $c_p$  là nhiệt dung,  $t$  và  $Q$  là ứng suất gió và thông lượng nhiệt qua mặt biển. Như vậy đối với các giá trị thường gặp,  $Q = 50 \text{ W m}^{-2}$  và  $t = 1 \text{ dyn cm}^{-2}$ , ta thu được  $\frac{dT}{dV} \gg 0,1 \frac{^\circ\text{C}}{\text{ms}^{-1}}$ . Từ số liệu quan trắc hay từ kết quả mô hình hoá, có thể thấy rằng  $dV \gg 10 \text{ cm s}^{-1}$ , do đó  $dT \gg 0,01 \text{ }^\circ\text{C}$ . Như vậy biến đổi của nhiệt độ

trong lớp nước mặt thường nhỏ nếu đem so sánh với biến đổi quy mô đại dương do đó người ta nói đến “xáo trộn mạnh” trong khi các biến đổi vận tốc l'i không bị xáo trộn ở mức tương ứng. Một số đặc trưng khác, như dyoxit các bon, cũng tương tự như vận tốc thể hiện sự biến đổi đáng kể trong lớp nước mặt biển. Các mô hình cục bộ cũng như mô hình với khớp nối rời rạc cho phép tính toán sự biến đổi đó. Cùng với sự phát triển của các phương tiện tính toán, độ phân giải theo độ sâu cũng ngày càng được tăng lên có thể vượt quá 25 tầng và như vậy lớp mặt đó có thể chia chi tiết đến 5 tầng.

*Phân loại theo sơ đồ xáo trộn ngang*

**Bảng 1b. Danh mục các phép tham số hoá đối với xáo trộn rối ngang**

Phép tham số hoá	ký hiệu
Khuếch tán/ nhớt triết tiêu	ND
Khuếch tán/ nhớt không đổi	NHD
Khuếch tán/ nhớt theo Smagorinsky	Smag
Toán tử làm trơn biharmonic	BiH
Bộ lọc	FLT

Nếu tiến hành phân tích bậc đại lượng các phương trình thuỷ động lực cơ bản, một số hạng thức có thể bỏ qua do giá trị của biến đổi trong không gian theo hướng ngang không đáng kể so với hướng thẳng đứng. Điều này dẫn đến xấp xỉ thuỷ động lực tương ứng loại bỏ các hạng thức xáo trộn rối ngang. Nếu như độ phân giải không gian theo chiều ngang đáp ứng thỏa những thành phần này có thể bỏ qua được. Như vậy chúng ta sẽ đưa thêm một phương án khuếch tán/nhớt bằng 0 (ND) vào bảng 1b. Tuy nhiên, đối với phần nhiều các ứng dụng hiện nay với độ phân giải không đáp ứng xáo trộn ngang lại trở nên cần thiết nhằm hạn chế các nhiễu số trị nếu như chúng ta không muốn để mô hình trở nên hỗn loạn. Như vậy chúng ta cần kể đến một phương pháp dập tắt nhiễu trong bảng 1b, nghĩa là sử dụng một hệ số khuếch tán/rối ngang không đổi (CHD, đồng nghĩa với laplace làm trơn) hoặc phụ thuộc vào gradient vận tốc, cách đề xuất của Smagorinsky được xem như một công cụ hỗ trợ vật lý hữu hiệu. Hằng số thực nghiệm trong công thức khuếch tán của Smagorinsky được cho là không thứ nguyên và tỷ lệ với diện tích ô lưới do đó sẽ mất đi khi độ phân giải đáp ứng yêu cầu đặt ra. Toán tử làm trơn biharmonic sẽ loại bỏ một cách chọn lọc các quy mô nhỏ. Một cách tiếp cận khác đó là lọc các trường tính toán sau từng bước tính bằng bộ lọc, ví dụ bộ lọc Shapiro.

#### **7.4. CÁC PHƯƠNG PHÁP XỬ LÝ ĐIỀU KIỆN BIÊN VÀ ĐIỀU KIỆN BAN ĐẦU CHO MÔ HÌNH DỰ BÁO BIỂN**

*Sơ đồ xử lý đối với mặt biển*

Các mô hình cũng được phân biệt theo cách thức xử lý đối với mặt biển. Các mô hình sử dụng xấp xỉ “bề mặt cứng” (Gill, 1982) cho vận tốc theo phương thẳng đứng bằng 0 trên độ

cao mực biển trung bình. Độ cao mực biển có thể được xác định bằng cách chẩn đoán từ mặt áp suất, đến lượt mình mặt áp suất lại được chẩn đoán theo các phương trình động lượng ngang. Phép xấp xỉ “bề mặt cứng” thường được xem là thỏa mãn đối với quy mô thời gian một vài ngày hoặc lớn hơn và quy mô không gian nhỏ hơn bán kính biến dạng chính áp. Điều này có ưu thế loại trừ các sóng trọng lực và sóng Kelvin và do đó cho phép sử dụng bước thời gian lớn hơn so với thông thường. Điều này sẽ không chấp nhận được đối với các ứng dụng có sóng triều và nước dâng, khi sóng tà áp Kelvin có một vai trò áp đảo. Phép xấp xỉ bề mặt cứng cũng không thuận lợi trong khi kết hợp số liệu đo triều hay độ cao mực biển với các mô hình. Phương pháp đúng đắn nhất để xác định độ cao mực biển đó là sử dụng điều kiện biên động học trên mặt biển và tính mực biển theo hướng dự báo. Các mô hình tính toán mực biển theo kiểu này được gọi là mô hình “mặt tự do”.

Bảng 2 dẫn ra liệt kê các mô hình đại dương hiện có. Chúng ta chú trọng các mô hình ba chiều với đầy đủ thành phần thủy nhiệt động học. Có thể có những cách hiểu khác nhau, các mô hình này được nhiều người sử dụng song với một số quá trình đặc trưng nhất định. Phần lớn các ký hiệu đã được dẫn ra trong bảng 1a,b và các hình 2 và 3. Từ “mặt”, “tự do” gắn liền với mặt tự do, từ “cứng” gắn liền với xấp xỉ bề mặt cứng. A, B, C trong phần lưới ngang là các lưới theo Arakawa A, B, C. CPN trong DieCAST gắn với việc sử dụng tham số hoá số Peclet không đổi trong xáo trộn thẳng đứng.

Mô hình số đại dương đầu tiên được ký hiệu bằng BCS đó là mô hình Brayn-Cox, được Semtner chứng minh bằng thí nghiệm số trị vì vậy vẫn được gọi là mô hình Brayn-Cox-Semtner. Gần đây Dukowicz và Smith đã mở rộng thí nghiệm số đối với mô hình bằng cách thay thế hàm dòng của dòng trung bình theo phương thẳng đứng bằng thủ tục tính toán mặt áp suất. Đây chắc chắn là mô hình đơn giản nhất với ưu thế sử dụng hệ tọa độ thông thường  $z$  và các tọa độ cầu. Mô hình này được các nhà mô hình hoá đại dương quy mô lớn sử dụng nhiều.

Mô hình đại dương Princeton được Blumberg và Mellor mô tả, tuy ban đầu được xây dựng cho cửa sông và ven đại dương song hiện nay đã được sử dụng nhiều cho đại dương. Đối với khu vực cửa sông hệ tọa độ sigma được sử dụng kết hợp với bề mặt tự do và mô hình khép kín rồi cho lớp biên đáy với chuyển đổi năng lượng triều vào rồi và xáo trộn; các so sánh với số liệu quan trắc dòng chảy, mực nước và xâm nhập mặn vào cửa sông cho kết quả thích hợp. Lưới ngang của mô hình là lưới cong trục giao với việc mở rộng hệ tọa độ cầu hoặc tọa độ khác trong một số trường hợp riêng. Hệ thống dự báo bờ đông Bắc Mỹ bao gồm mô hình POM hiện nay đang được phát triển kết hợp với Trung tâm Khí tượng Quốc gia thuộc NOAA và Cục đại dương quốc gia cùng với Đại học Princeton.

Các phiên bản GFDL, MOM của mô hình BCS có cả phương án sử dụng sơ đồ khuếch tán thẳng đứng TC.

Những biến đổi trong các mô hình sử dụng tọa độ sigma được bàn luận trong mô hình phương trình nguyên thủy phổ (SPEM). ở đây cũng có một số điểm tương tự như POM ngoại trừ đặc điểm mặt cứng và khác nhau về biến trong tọa độ sigma. Phát triển gần đây nhất đã được

ứng dụng cho hệ tọa độ hybrid, tương tự các tọa độ sigma chuẩn hoá gần đáy và tọa độ  $z$  trong các lớp mặt.

**Bảng 2. Liệt kê các mô hình ba chiều hệ các phương trình nguyên thủy được đề cập đến trong bài.**

Tác giả	Ký hiệu viết tắt	Lưới thẳng đứng	Lưới ngang	Khuyếch tán rối		Bề mặt
				thẳng đứng	ngang	
Brayn-Cox-Semtner	BCS	$z$ -C	RS/B	RND <sup>1</sup>	CHD	Cứng
Blumberg-Mellor	POM	$s$ -C	CO/C	TC hay CVD	Smag hoặc CHD	Tự do
Haidvogel	SPEM	$s$ -C/Spect	CO/C	BLM, CVD	BiH, CHD	Cứng
Bleck- Boudra	MIAMI	$r$ -C	CO/B	BML	Smag	Tự do
Dietrich	DieCAST	$z$ -C	RS/C.A	CPN hoặc TC	CHD	Cứng tự do
Backhaus	HB	$z$ -C	RS/C	TC	CHD	Tự do
James	POL	$s$ -C	RS/B	CVD hoặc TC	CHD	Tự do
Nihoul- Beckers	GHER	$s$ -C	RS/C	TC	CHD	Tự do
Greatbatch-Goulding	GG	$s$ -C	RS/B	CVD hoặc RND	CHD	Cứng

Một trong các mô hình tọa độ đẳng mật độ dễ hiểu nhất là mô hình Bleck và Boudra được phát triển tại đại học Miami. Mô hình Miami là mô hình ẩn. Ưu điểm của tọa độ đẳng mật độ là việc tự động tăng độ phân giải tại các khu vực có gradient mật độ lớn. Nhược điểm của mô hình này chính là mức độ hội tụ; các kết quả sẽ kém chính xác tại các khu vực hội tụ nơi nước tầng đáy được hình thành trên thềm lục địa trong mùa đông. Chương trình sẽ rất phức tạp khi kết nối độ dày các lớp đẳng mật độ gần mặt và gần đáy.

Cách thức tránh gặp vấn đề liên quan đến hiện tượng các lớp đẳng mật độ cắt bề mặt biên được đề xuất cho rằng lớp mặt được xem là xáo trộn từng phần, với nhiệt độ và độ muối cho phép biến đổi trong toàn lớp. Mô hình dạng này đã được ứng dụng để tính toán hoàn lưu tại Baie des Chaleurs nằm phía đông Canada..

DieCAST là mô hình sử dụng tọa độ  $z$  theo chiều thẳng đứng nhưng có phương án đưa thêm mô hình con của lớp biên sát đáy. Mô hình có cả hướng sử dụng sơ đồ lưới A và C. Trong phương án sơ đồ lưới C, việc xử lý đối với thành phần Coriolis đặc biệt được quan tâm nhằm loại trừ sự phân tán số liên quan tới hai thành phần vận tốc ngang được lấy tại hai điểm lưới khác nhau. Mô hình này đưa ra thành phần chính áp bằng cách giải đối với mặt áp.

HB là mô hình được phát triển tại Institut für Meereskunde thuộc Đại học Hamburg, Đức do Jan Backhaus và các cộng tác viên. Mô hình cơ sở được mô tả trong các bài báo của Backhaus và Hainbucher. Pohlman đã ứng dụng mô hình này cho Bắc Hải.

POL là Phòng thí nghiệm Hải dương học Proudman, Anh Quốc, và mô hình mang tên POL đã được James phát triển. Trong mô hình đã sử dụng sơ đồ lưới Arakawa B đối với các biến mô hình và tọa độ sigma chuẩn theo hướng thẳng đứng, đồng thời kết hợp sơ đồ ghép bình

lưu cho phép tránh được các phân tán số liên quan đến phép sai phân leap-frog theo thời gian và trung tâm theo không gian.

GHER là mô hình được phát triển tại Phòng thí nghiệm Địa-Thủy động lực và Môi trường thuộc ĐH Liege, Bỉ. Mô hình sử dụng sơ đồ lưới Arakawa C theo hướng ngang và sơ đồ bình lưu ghép của James. Đặc điểm duy nhất của mô hình là cố gắng tham số hoá xáo trộn quy mô vừa thông qua lý thuyết khẹp kín rối k-e. Như được mô tả trong bài báo của Nihoul et al., mô hình được xây dựng nhằm mô phỏng hoàn lưu quy mô thời gian dài (mùa) trên các biển ven. Beckers đã mở rộng tham số hoá bao gồm cả xáo trộn đối lưu và ứng dụng mô hình nhằm mô tả hoàn lưu trong tháng 2 ở phía tây Địa Trung Hải. Nihoul et al. đã mô tả kết quả ứng dụng mô hình cho biển Bering, Đinh Văn Ưu, đã phát triển và ứng dụng mô hình GHER cho Biển Đông.

GG là mô hình quy mô thời gian lớn, phân tầng mật độ trên thềm lục địa của Greatbatch và Goulding. Mô hình này đã khẳng định kết quả các mô hình lý tưởng hoàn lưu trong vùng thềm lục địa. Mô hình giải các phương trình ma sát địa chuyển hành tinh (các số hạng liên quan đến đạo hàm cục bộ theo thời gian và bình lưu phi tuyến trong phương trình động lượng được loại bỏ, nhưng xáo trộn thẳng đứng của động lượng lại được giữ lại), có khả năng thích ứng đối với các biến động quy mô dài (lớn hơn nhiều tuần lễ) trên thềm lục địa. Mô hình này là một khả năng lựa chọn tính toán rẻ tiền đối với các mô hình có các phương trình dự báo động lượng. Toạ độ độ sâu chuẩn được sử dụng (mặc dầu điều này không phải là đặc trưng bắt buộc của mô hình).

Các mô hình biển ven có thể bao gồm cả mô hình băng, tuy không thông dụng, song cũng có sự phát triển đáng kể.

#### *Các lực tác động trong mô hình và điều kiện biên*

Một cách lý tưởng, mô hình biển ven cần được chạy trong mod kết hợp đồng thời với một mô hình khí quyển. Mô hình khí quyển sẽ cung cấp các thông lượng trên mặt, bao gồm động lượng (ứng suất gió trên mặt biển), nhiệt và nước ngưng, cần thiết cho mô hình biển. Việc mô hình hoá kết hợp đại dương-khí quyển vẫn chưa đạt được kết quả đáng kể, trước hết do yêu cầu tính toán rất lớn, tuy nhiên cũng đã thu được những tiến bộ trong lĩnh vực mô hình hoá khí hậu toàn cầu. Do chưa có một mô hình kết hợp đại dương-khí quyển đầy đủ, nên các thông lượng sử dụng cho các mô hình biển thường được lấy từ các quan trắc.

Trên các biên bờ, điều kiện biên không trượt được áp dụng cùng với các thông lượng nhiệt và độ muối bằng 0. Mô hình trong các vùng biển ven thường bị phức tạp hoá do yêu cầu cung cấp các điều kiện biên tại mép của miền tính, trong khi đây không phải là biên của đới bờ (đó là vấn đề điều kiện biên hở). Một cách giải quyết vấn đề yặt ra là lồng một mô hình biển ven có phân giải cao vào trong mô hình khí hậu toàn cầu phân giải thô.

Thông thường, các điều kiện biên hở lại phụ thuộc và dòng chảy đi vào hoặc đi ra khỏi miền tính của mô hình. Tại nơi dòng đi vào miền mô hình, nhiệt độ và độ muối được lấy theo khí hậu; tại nơi dòng đi ra khỏi miền, các đặc trưng mô hình được xem đơn giản như bình lưu.

Thành phần pháp tuyến của vận tốc ngang cũng có thể được xác định tại những nơi có dòng đi vào. Thông thường cấu trúc thẳng đứng của dòng vận tốc đó cần lựa chọn sao cho có sự tương ứng với dòng chảy nhiệt (địa chuyển) do trường nhiệt độ và độ muối gây nên. Thành phần trung bình theo phương thẳng đứng của vận tốc pháp tuyến cần cố định theo hoàn lưu chẩn đoán; ví dụ, sử dụng các kết quả chẩn đoán hoàn lưu bắc Đại Tây Dương của Mellor et al. Một cách lựa chọn khác thể hiện trung bình vận tốc theo độ sâu đó là cho các giá trị mực nước trên biên. Đôi khi, đối với bài toán triều, điều kiện phát tán được sử dụng. Điều kiện trượt tự do được áp dụng đối với thành phần tiếp tuyến của vận tốc trên biên.

Việc xử lý các điều kiện biên hở là một trong những vấn đề khó khi triển khai mô hình biển ven khu vực, đặc biệt khi không có đủ các số liệu trên biên. Nhiều vấn đề nảy sinh từ đây. Ví dụ, với sóng ven (trong trường hợp này là sóng tà áp Kelvin) lan truyền các ảnh hưởng không mong muốn ra khỏi biên hở và gây tác động lên lời giải phía trong miền tính. Điều này xảy ra thậm chí trong trường hợp có cảm giác rằng các điều kiện biên sử dụng là hợp lý (ví dụ điều kiện phát xạ). Một cách lý tưởng, số liệu quan trắc đầy đủ theo thời gian trên biên là cần thiết đối với mô hình.

*Triển khai các mô hình dự báo theo mô chẩn đoán: các điều kiện ban đầu.*

Một cách tạo khởi đầu cho mô hình dự báo đó là lấy nhiệt độ và độ muối từ dữ liệu khí hậu. Một số mô hình sử dụng các công cụ chẩn đoán thông qua triển khai mô hình với nhiệt độ và độ muối được lấy cố định từ khí hậu. Tính toán chẩn đoán thu được có thể sử dụng làm điều kiện ban đầu cho tính toán dự báo. Các triển khai với thời gian ngắn cho phép thu được các thông tin bổ sung có thể lấy trực tiếp từ hoàn lưu chẩn đoán trên thủy vực gần bờ.

Có thể thấy rằng các mô hình biển có một vai trò quan trọng trong quản lý môi trường biển ở tất cả các mức độ khác nhau, bao gồm kiểm soát ô nhiễm, quản lý hải sản và công trình xa bờ. Các mô hình dự báo biển là hết sức cần thiết đối với cả việc đánh giá trạng thái hiện tại của biển cũng như dự đoán xu thế tương lai của nó.

Một bộ phận quan trọng của bất kỳ hệ thống dự báo biển nào đó là mô hình phân tích số liệu được sử dụng nhằm mục đích tổng hợp các loại số liệu hiện có (có nghĩa là tính toán trạng thái hiện tại) và cung cấp số liệu ban đầu cho mô hình dự báo phục vụ triển khai và hiệu chỉnh hệ thống.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Nihoul J.C.J., *Systemes physiques Modeles mathematiques*, Ele, Liege, 1980
- Nihoul J.C.J., *Modeles mathematiques et Dynamiques de l'environnement*, Ele, Liege, 1977
- Mooers C.N.K., (editor), *Coastal Ocean Prediction*, AGU, Washington, 1999
- Stewart R., 2002. *Introduction to Physical Oceanography*, Texas A&M University.
- Tomczak M. and J.S. Godfrey. 1994. *Regional Oceanography: An Introduction*. London: Pergamon.
- Đinh Văn Ưu, Nguyễn Minh Huân, *Vật lý biển*, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội, 2003, 188 trg.