LƯƠNG DUYÊN BÌNH

GIÁO TRÌNH

VẬT LÝ ĐẠI CƯƠNG

TẬP HAI

DÙNG CHO SINH VIÊN CÁC TRƯỜNG CAO ĐẲNG

GD

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

LƯƠNG DUYÊN BÌNH

GIÁO TRÌNH

VẬT LÝ ĐẠI CƯƠNG

Tập hai

(DÙNG CHO SINH VIÊN CÁC TRƯỜNG CAO ĐẲNG)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

11 – 2007/CXB/342 – 2119/GD Mã số : 7K618M7 – DAI

Lời nói đầu

Bộ giáo trình *Vật lý đại cương* gồm hai tập được biên soạn cho sinh viên các trường Cao đẳng.

Tập hai của cuốn giáo trình này trình bày sâu hơn các phần Điện; Điện từ... và trình bày khái quát các phần còn lại của Vật lý (Quang, Nguyên tử...). Đối với các ngành kỹ thuật, các phần Điện, Điện từ... có tác dụng trực tiếp quan trọng làm cơ sở cho nhiều lĩnh vực kỹ thuật như kỹ thuật Điện, kỹ thuật Điện từ, Điều khiển và Điều khiển tự động,... Sinh viên ngành kỹ thuật cần nắm thật vững để có điều kiện đi sâu các ngành kỹ thuật đó hơn là đi vào các lĩnh vực không có ứng dụng trực tiếp.

Giống như ở tập một, các phần lý thuyết, bài tập có dấu * dành cho các yêu cầu cao hơn sau này – chẳng hạn dành cho các sinh viên học chuyển tiếp từ Cao đẳng lên Đại học và có thể bỏ qua khi thấy chưa cần thiết.

Các bài tập ở đây chia làm 3 loại:

a) Bài tập ví dụ (có lời giải);

b) Bài tập tự giải (có lời giải trong sách bài tập);

c) Bài tập mở rộng: Trình bày những hiện tượng, hiệu ứng... những định luật, quy tắc không trình bày trong phần lý thuyết, nhưng có ứng dụng, lý giải... trong thực tế.

TÁC GIẢ

Chương 1

ĐIỆN TRƯỜNG TĨNH

§1. ĐIỆN TÍCH

1.1. Hai loại điện tích

Từ lâu người ta đã biết một số vật khi đem cọ xát vào len, dạ, lụa, lông thú... sẽ có khả năng hút được các vật nhẹ. Ta nói các vật ấy đã tích điện.

Thực nghiệm chứng tỏ rằng trong tự nhiên chỉ có hai loại điện tích: điện tích dương và điện tích âm.

Thực nghiệm cũng chứng tỏ rằng các vật tích điện có tương tác với nhau: các điện tích cùng dấu đẩy nhau, các điện tích trái dấu hút nhau. Lực tương tác giữa các vật tích điện đứng yên gọi là *lực tĩnh điện* hay *lực Culông.*

1.2. Lượng tử hoá điện tích

Các vật xung quanh ta đều cấu tạo bởi các phân tử, nguyên tử,... ; trong mỗi nguyên tử có hạt nhân và các electron... trong hạt nhân có proton và neutron... Các hạt đó nếu tích điện thì điện tích ấy là một số nguyên của điện tích nguyên tố:

$$-e = -1{,}6.10^{-19}C$$

Ta nói rằng điện tích bị *lượng tử hóa.*

1.3. Bảo toàn điện tích

Trong các quá trình biến đổi của một hệ (biến đổi phân tử, nguyên tử, hạt nhân...) người ta nhận thấy rằng: *Tổng đại số các điện tích của hệ trước và sau quá trình biến đổi là không thay đổi.*

Ví dụ một hệ gồm hai vật A và B ban đầu không mang điện: nếu A tích điện dương nghĩa là đã mất đi một số x electron thì số electron này lại nhập vào vật B và vật B trở thành tích điện âm. Điện tích của A và B sau khi biến đổi lần lượt là +xe và x(−e) = −xe. Tổng đại số các điện tích của A và B là:

$$(+xe) + (-xe) = 0 \qquad (1.1)$$

Nói các khác: *điện tích không tự sinh ra* và *không tự mất đi, nó chỉ truyền từ vật này sang vật khác*.

Phát biểu trên đây là nội dung của *định luật bảo toàn điện tích*, một trong những định luật cơ bản của các quá trình biến đổi về điện.

§2. ĐỊNH LUẬT CULÔNG

Năm 1785, nhà Vật lý học Culông đã làm thí nghiệm thiết lập được định luật mang tên ông về lực tương tác giữa hai điện tích điểm.

Theo định nghĩa, *điện tích điểm* (hay hạt điện tích) là một vật tích điện có kích thước như một chất điểm (một hạt).

2.1. Phát biểu định luật Culông

Lực tương tác tĩnh điện giữa hai điện tích điểm q_1 và q_2 đặt cách nhau một khoảng r:

– Có phương nằm trên đường thẳng nối q_1 và q_2;

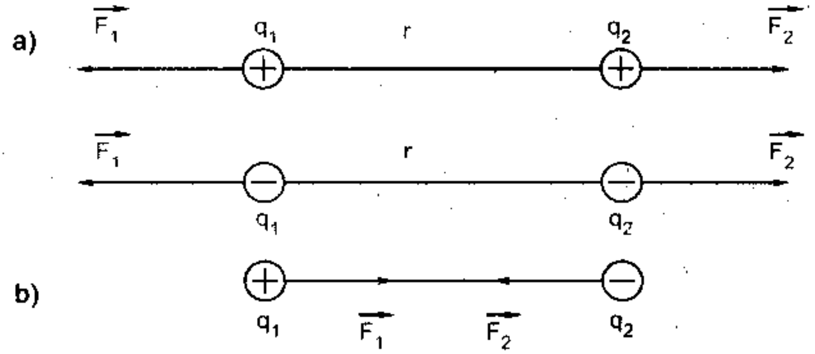
– Có chiều như hình 1.1a khi q_1, q_2 cùng dấu, hoặc có chiều như hình 1.1b khi q_1, q_2 trái dấu;

– Có độ lớn tỷ lệ thuận với tích các độ lớn của hai điện tích và tỷ lệ nghịch với bình phương khoảng cách r;

– Phụ thuộc vào môi trường xung quanh.

Từ phát biểu trên đây, có thể viết ra độ lớn của hai lực tương tác $\vec{F}_1$ (lực tác dụng lên q_1) và $\vec{F}_2$ (lực tác dụng lên q_2):

$$F_1 = F_2 = k\frac{|q_1 q_2|}{\varepsilon r^2} \qquad (1.2)$$



Hình 1.1

a) Trong công thức trên, k là một hệ số tùy thuộc vào các đơn vị đo. Trong hệ SI, điện tích đo bằng culông (C), độ dài đo bằng mét (m), độ lớn của các lực đo bằng niutơn (N) khi đó:

$$k = 9.10^9 \left(\frac{N.m^2}{C^2}\right) \tag{1.3}$$

Người ta cũng ký hiệu

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \tag{1.4}$$

trong đó, hằng số ε_o được gọi là *hằng số điện:*

$$\varepsilon_o = \frac{1}{4\pi k} = \frac{1}{4\pi.9.10^9}\left(\frac{C^2}{N.m^2}\right) \tag{1.5}$$

Ta có thể viết:

$$F_1 = F_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{|q_1q_2|}{\varepsilon r^2} \tag{1.6}$$

b) Hằng số ε trong công thức trên là một đại lượng tùy thuộc vào môi trường xung quanh (môi trường cách điện); ε có giá trị ≥ 1 được gọi là *hằng số điện môi* của môi trường.

Môi trường	**ε**
Chân không	1
Không khí	1,0006
Thủy tinh	5 ÷ 10
Nước	81

Theo công thức (1.6) ta có thể kết luận:

Lực tương tác tĩnh điện giữa các điện tích đặt trong môi trường cách điện giảm đi ε lần so với lực tương tác đó khi đặt trong chân không.

2.2. Biểu thức vectơ của định luật Culông

Gọi: $\vec{r}_{12}$ là vectơ bán kính nối từ q_1 đến q_2;

$\vec{r}_{21}$ là vectơ bán kính nối từ q_2 đến q_1.

dễ dàng thấy rằng biểu thức vectơ của lực Culông tác dụng lên q_1 và q_2 có dạng:

$$\vec{F}_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1q_2}{\varepsilon r^2}\frac{\vec{r}_{21}}{r} \qquad (1.7)$$

$$\vec{F}_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1q_2}{\varepsilon r^2}\frac{\vec{r}_{12}}{r} \qquad (1.8)$$

trong đó $r_{21} = r_{12} = r$ và

$$\frac{\vec{r}_{21}}{r} = \vec{n}_{21}: \text{ vectơ đơn vị nằm theo } \vec{r}_{21} \qquad (1.9)$$

$$\frac{\vec{r}_{12}}{r} = \vec{n}_{12}: \text{ vectơ đơn vị nằm theo } \vec{r}_{12} \qquad (1.10)$$

Bài tập ví dụ 1.1

Nguyên tử hydro được tạo thành bởi một hạt proton khối lượng $1,67.10^{-27}$kg, điện tích bằng $+e = +1,6.10^{-19}$C và một hạt electron khối lượng $9,1.10^{-31}$kg, điện tích bằng $-e = -1,6.10^{-19}$C. Hạt electron có thể coi là chuyển động xung quanh hạt proton (giả thiết là đứng yên) theo một quỹ đạo tròn, có tâm trùng với vị trí hạt proton, có bán kính $r = 5,3.10^{-11}$m.

1. Xác định cường độ lực tương tác tĩnh điện giữa hai hạt đó.
2. Xác định cường độ lực tương tác hấp dẫn giữa hai hạt đó.
3. Tính vận tốc của electron chuyển động trên quỹ đạo tròn ấy.

Giải

1. Cường độ lực hút tĩnh điện tác động lên hạt electron:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{|(+e)(-e)|}{r^2} = \left(9.10^9\frac{Nm^2}{C^2}\right)\frac{(1,6.10^{-19}C)^2}{(5,3.10^{-11}m)^2}$$

$$F = 8,2.10^{-8}N.$$

2. Cường độ lực hấp dẫn tác dụng lên hạt electron:

$$F_{hd} = G\frac{m_e.m_p}{r^2}$$

$$= \left(6,67.10^{-11}\frac{m^3}{kg.s^2}\right).\frac{(9,1.10^{-31})(1,67.10^{-27})(kg)^2}{(5,3.10^{-11}m)^2}$$

$$= 3,6.10^{-47}N.$$

3. Ta nhận thấy rằng lực hấp dẫn có cường độ rất nhỏ so với lực tĩnh điện, vì vậy có thể coi là electron chuyển động xung quanh proton theo quỹ đạo tròn dưới tác dụng của lực tĩnh điện. Lực này đóng vai trò là lực hướng tâm:

$$F_{ht} = \frac{mv^2}{r}$$

Với v là vận tốc electron trên quỹ đạo. Ta có:

$$v = \sqrt{\frac{Fr}{m}} = \sqrt{\frac{(8,2.10^{-8}N)(5,3.10^{-11}m)}{9,1.10^{-31}kg}} = \sqrt{\frac{8,2.5,3}{9,1}}10^6\frac{m}{s}$$

$$v = 2,18.10^6\frac{m}{s}.$$

Bài tập ví dụ 1.2

Hai quả cầu nhỏ giống nhau, khối lượng riêng là D cùng mang điện tích q gắn vào hai đầu A và B của hai dây mảnh cùng độ dài OA và OB có chung đầu O cố định.

Khi môi trường xung quanh là chân không và ở trạng thái cân bằng thì A và B nằm trên đường thẳng ngang sao cho góc AOB = 2α.

Khi môi trường xung quanh là một chất điện môi đồng chất có khối lượng riêng D_o (< D), hằng số điện môi ε thì ở trạng thái cân bằng, góc AOB vẫn bằng 2α.

Xác định mối liên hệ giữa D, D_o và ε.

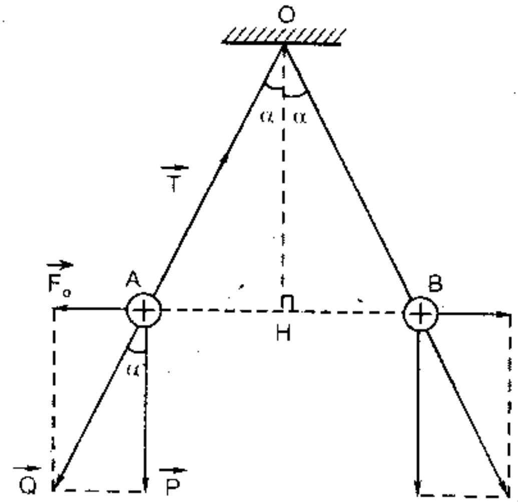
Giải

Trong môi trường chân không: mỗi quả cầu nhỏ chịu tác dụng của ba lực: Trọng lực $\vec{P}$ thẳng đứng hướng xuống, lực đẩy tĩnh điện $\vec{F}_o$ nằm theo phương AB (nghĩa là nằm ngang) và lực căng $\vec{T}$ của dây (nằm theo AO và BO).

Khi cân bằng: $\vec{P} + \vec{F}_o + \vec{T} = \vec{0}$

Nghĩa là: $\vec{Q} = \vec{P} + \vec{F}_o = -\vec{T}$

Nói cách khác lực tổng hợp $\vec{Q} = \vec{P} + \vec{F}_o$ phải trực đối với lực căng $\vec{T}$. Từ đó suy ra góc giữa phương của $\vec{P}$ và phương của $\vec{Q}$ là góc giữa phương thẳng đứng OH (vuông góc với phương nằm ngang AB) và phương OA của dây = α (hình 1.2).



Hình 1.2

Dễ dàng suy ra:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{F_o}{P}$$

Trong đó trọng lực của quả cầu P = mg = DVg (V là thể tích quả cầu).

Khi nhúng trong điện môi, góc AOB vẫn không đổi do đó khoảng cách AB không đổi: cường độ lực tĩnh điện F trong điện môi giảm đi ε lần so với trong chân không:

$$F = \frac{F_o}{\varepsilon} \text{ suy ra } F_o = \varepsilon F$$

Mặt khác khi nhúng trong điện môi, mỗi quả cầu chịu thêm lực tác dụng của lực đẩy Acsimet có phương thẳng đứng, có chiều đi lên và có cường độ:

$$P_o = m_o g = D_o V g$$

$m_o = D_o V$ là khối lượng điện môi có thể tích bằng thể tích quả cầu.

Như vậy, có thể coi là khi nhúng vào trong điện môi, trọng lượng của mỗi quả cầu bị giảm đi và có cường độ bằng:

$$P' = P - P_o = (D - D_o)Vg$$

Ta vẫn có:

$$tg\alpha = \frac{F}{P'}$$

Vậy

$$\frac{P'}{F} = \frac{P}{F_o} \text{ hay } \frac{(D - D_o)Vg}{F} = \frac{DVg}{\varepsilon F}$$

Suy ra $$\varepsilon = \frac{D}{D - D_o}$$

§3. ĐIỆN TRƯỜNG

3.1. Khái niệm điện trường

Để giải thích sự xuất hiện lực tương tác giữa các vật tích điện đặt cách xa nhau, người ta quan niệm rằng xung quanh một hệ vật tích điện, tồn tại một dạng vật chất gọi là điện trường. *Đặc trưng của điện trường là gây ra lực điện tác dụng lên mọi vật tích điện khác đặt trong khoảng không gian có điện trường.*

3.2. Vectơ điện trường

Đặt một điện tích điểm q_o tại một điểm M trong khoảng không gian có điện trường. Trên q_o xuất hiện lực điện $\vec{F}$ tác dụng. Thực nghiệm chứng tỏ rằng, tỷ số $\frac{\vec{F}}{q_o}$ là một đại lượng không phụ thuộc q_o mà chỉ phụ thuộc vào các điện tích gây ra điện trường và vị trí điểm M. Theo định nghĩa, đại lượng này được gọi là *vectơ điện trường** tại M, ký hiệu là:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_o} \tag{1.11}$$

* Nói chính xác là vectơ điện trường tĩnh.

Độ lớn của vectơ điện trường được gọi là *cường độ điện trường*. Trong hệ đơn vị SI, đơn vị đo cường độ điện trường là vôn trên mét (V/m).

Từ (1.11) có thể viết biểu thức của lực điện $\vec{F}$ tác dụng lên điện tích điểm q_o

$$\vec{F} = q_o\vec{E} \tag{1.12}$$

3.3. Điện trường của hệ điện tích điểm

Cho một hệ điện tích điểm $q_1, q_2, q_3,..., q_n$ (ký hiệu là (q)) đặt tại các vị trí xác định $O_1, O_2, O_3,..., O_n$.

Nếu tại một vị trí M, đặt điện tích điểm q_o thì lực điện $\vec{F}$ tác dụng lên q_o là tổng hợp các lực điện do từng điện tích điểm q_i (i = 1, 2, 3,..., n) tác dụng lên q_o:

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i = \sum_i \frac{1}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon}\frac{q_o q_i}{r_i^2}\frac{\vec{r}_i}{r_i}$$

trong đó $\quad \vec{r}_i = \overrightarrow{O_iM} \neq \vec{0}$ (i = 1, 2, 3,..., n)

$$\vec{F} = q_o\sum_i \frac{1}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon}\frac{q_i}{r_i^2}\frac{\vec{r}_i}{r_i} \tag{1.13}$$

Theo định nghĩa, vectơ điện trường do hệ điện tích điểm (q) gây ra tại M cho bởi:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_o}$$

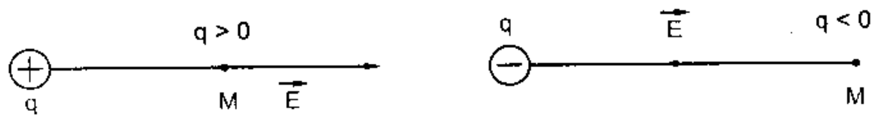
$$\vec{E} = \sum_i \frac{1}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon}\frac{q_i}{r_i^2}\frac{\vec{r}_i}{r_i} \tag{1.14}$$

Trường hợp riêng: hệ (q) gồm một điện tích điểm q đặt tại O, khi đó vectơ điện trường do q gây ra tại M ($\overrightarrow{OM} = \vec{r} \neq \vec{0}$) cho bởi:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon}\frac{q}{r^2}\vec{n}_r \qquad \left(\vec{n}_r = \frac{\vec{r}}{r}\right) \tag{1.15a}$$

Ta nhận thấy rằng $\vec{E}$ cùng hướng với $\vec{r}$ khi $q > 0$ và ngược hướng với $\vec{r}$ khi $q < 0$. Cường độ điện trường do q gây ra tại M cho bởi:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{|q|}{\varepsilon r^2} \tag{1.15b}$$



Hình 1.3

3.4. Nguyên lý chồng chất điện trường

Công thức (1.14) có thể viết:

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i \qquad (1.16)$$

trong đó: $\vec{E}_i = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\dfrac{q_i}{r_i^2}\dfrac{\vec{r}_i}{r_i}$ là vectơ điện trường do q_i gây ra tại M.

Vậy công thức (1.16) có thể diễn tả như sau: *Vectơ điện trường tại M do một hệ điện tích điểm gây ra bằng tổng hợp các vectơ điện trường do từng điện tích điểm gây ra tại M.*

Phát biểu trên đây được gọi là *nguyên lý chồng chất điện trường.*

Kết quả này có thể áp dụng cho trường hợp hệ điện tích được phân bố liên tục (chẳng hạn một vật tích điện có kích thước bất kỳ).

Thực vậy, ta tưởng tượng chia vật tích điện thành nhiều phần nhỏ sao cho điện tích dq mang trên mỗi phần đó có thể coi là điện tích điểm. Như vậy, một vật tích điện bất kỳ được coi như một hệ vô số điện tích điểm. Nếu gọi $d\vec{E}$ là vectơ điện trường gây ra bởi điện tích dq tại điểm M, thì vectơ điện trường do vật tích điện gây ra tại M được xác định bởi (1.14) có dạng:

$$\vec{E} = \int_{\text{toàn bộ vật}} d\vec{E} = \int_{\text{toàn bộ vật}} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{dq}{r^2}\vec{n}_r \qquad (1.17)$$

(Ở đây ta thay dấu tổng Σ trong (1.14) bằng dấu tích phân $\int$, thay $\vec{E}_i$ bằng $d\vec{E}$; phép tích phân được thực hiện đối với toàn bộ vật tích điện).

Nếu vật tích điện là một dây C tích điện thì điện tích trên một phần tử chiều dài dl của dây cho bởi: $dq = \lambda dl$, trong đó $\lambda = \dfrac{dq}{dl}$ là *mật độ điện dài* của dây, biểu thị *lượng điện tích trên một đơn vị dài của dây*. Khi đó:

$$\vec{E} = \int_C \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{\lambda dl}{\varepsilon r^2} \vec{n}_r \tag{1.17a}$$

Nếu vật tích điện là một mặt S tích điện thì điện tích trên một phần tử diện tích dS của mặt S cho bởi $dq = \sigma dS$, trong đó $\sigma = \frac{dq}{dS}$ là *mật độ điện mặt* của S biểu thị lượng điện tích trên một đơn vị diện tích của S. Khi đó:

$$\vec{E} = \int_S \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{\sigma dS}{\varepsilon r^2} \vec{n}_r \tag{1.17b}$$

Nếu vật tích điện là một khối τ tích điện thì điện tích trong một phần tử thể tích dτ của vật cho bởi $dq = \rho d\tau$, trong đó $\rho = \frac{dq}{d\tau}$ là *mật độ điện khối* của vật biểu thị lượng điện tích chứa trong một đơn vị thể tích của vật. Khi đó:

$$\vec{E} = \int_\tau \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{\rho d\tau}{\varepsilon r^2} \vec{n}_r \tag{1.17c}$$

Dưới đây ta xét một vài ví dụ ứng dụng nguyên lý chồng chất điện trường để xác định vectơ cường độ điện trường gây ra bởi một hệ điện tích.

Bài tập ví dụ 1.3

Cho đoạn dây thẳng AB nằm thẳng theo trục z tích điện đều, mật độ điện dài bằng λ. Xác định vectơ điện trường tại điểm M cách trục z một đoạn MH = r và $\widehat{HMA} = \psi_1$, $\widehat{HMB} = \psi_2$ (hình 1.4).

Giải

Giả thiết $\lambda > 0$. Trường hợp hai điểm A, B ở cùng một bên đối với H.

Xét một phần tử điện tích trên AB có độ dài dz, có điện tích:

$$dq = \lambda dz$$

Phần tử này cách H một đoạn:

$$z = r\text{tg}\psi, \quad \left(dz = r\frac{d\psi}{\cos^2\psi}\right)$$

và cách M một đoạn: $r_1 = \dfrac{r}{\cos\psi}$

Vectơ điện trường do dq gây ra tại M là $\overrightarrow{dE}$ cùng hướng với vectơ bán kính $\vec{r}_1$ (nối từ vị trí dq đến M), có cường độ:

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{dq}{r_1^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{\lambda r\dfrac{d\psi}{\cos^2\psi}}{\dfrac{r^2}{\cos^2\psi}}$$

$$dE = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{d\psi}{r}$$

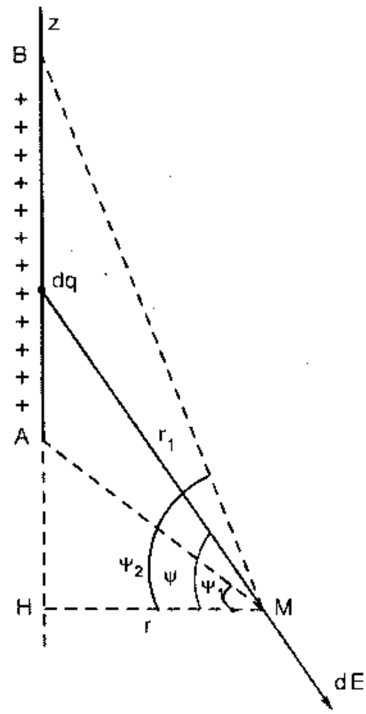
Vectơ điện trường $\overline{dE}$ có thể phân tích ra hai thành phần là $\overline{dE}_r$ (nằm theo HM) và $\overrightarrow{dE}_z$ (nằm theo trục z), có cường độ:

$$dE_r = dE\cos\psi = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}\cos\psi\, d\psi$$

$$dE_z = dE\sin\psi = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}\sin\psi\, d\psi$$

Ta tính E_r và E_z bằng cách lấy tích phân theo ψ từ ψ_1 đến ψ_2:

$$\vec{E}\begin{cases} E_r = \dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}(\sin\psi_2 - \sin\psi_1) \\ E_z = \dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}(\cos\psi_1 - \cos\psi_2) \end{cases} \quad (1.18a)$$



Hình 1.4

Trường hợp A, B ở hai bên điểm H:

$$\vec{E}\begin{cases} E_r = \dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}(\sin\psi_2 + \sin\psi_1) \\ E_z = \dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}(\cos\psi_1 - \cos\psi_2) \end{cases} \quad (1.18b)$$

Đối với dây tích điện dài vô hạn, cho $\psi_2 \to \frac{\pi}{2}$ và $\psi_1 \to -\frac{\pi}{2}$ trong (1.18a), ta được:

$$\vec{E}\begin{cases} E_r = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r} \\ E_z = 0 \end{cases} \quad (1.19)$$

Vậy trong trường hợp này:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r} \tag{1.19a}$$

Bài tập ví dụ 1.4

Vòng tròn tâm O, bán kính R, mang điện tích q phân bố đều. Xác định vectơ điện trường tại một điểm M nằm trên trục vòng dây cách tâm O một đoạn OM = z (hình 1.5).

Giải

Giả sử $q > 0$.

Chia vòng dây thành những phần tử nhỏ dq, vị trí S.

Vectơ điện trường $d\vec{E}$ do dq gây ra tại điểm M cùng hướng với $\vec{r} = \overrightarrow{SM}$ nếu $q > 0$ (và ngược hướng với $\vec{r}$ nếu $q < 0$).

Cường độ của $d\vec{E}$:

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{dq}{r^2}$$

Vectơ điện trường tổng hợp tại M cho bởi

$$\vec{E} = \int_{\text{cả vòng dây}} d\vec{E}$$

Vì lý do đối xứng nên vectơ $\vec{E}$ nằm dọc theo trục của vòng dây. Do đó nếu chiếu đẳng thức vectơ trên đây lên trục của vòng dây ta được:

$$E = \int_{\text{cả vòng dây}} dE\cos\alpha = \int\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{dq}{r^2}\cos\alpha$$

Với $\alpha = \widehat{OMS}$. Trong quá trình tích phân vì r và α không đổi nên:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{\cos\alpha}{r^2}\int_{\text{cả vòng dây}} dq$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q\cos\alpha}{r^2}$$

Với OM = z ta có thể viết:

$$r = \sqrt{z^2 + R^2}$$

$$\cos\alpha = \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}}$$

và
$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \frac{z}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \qquad (1.20)$$

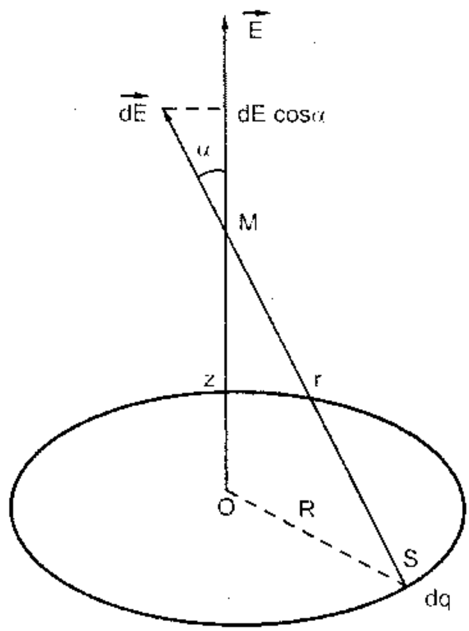
Nhận xét:

a) Khi z >> R có thể viết gần đúng:

$$E \approx \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \frac{z}{(z^2)^{3/2}}$$

$$E \approx \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon z^2}$$

b) Khi q < 0, trong (1.20) ta phải viết |q| thay cho q.



Hình 1.5

Bài tập ví dụ 1.5

Một đĩa tròn tâm O, bán kính R, tích điện đều, mật độ điện mặt σ. Xác định vectơ điện trường tại điểm M trên trục của đĩa, cách tâm O một đoạn OM = z.

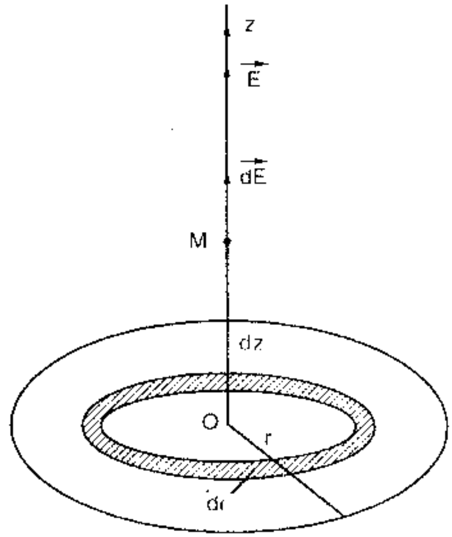
Giải

Chia đĩa tròn thành những phần tử nhỏ hình vành khăn nằm giữa hai vòng tròn (O, r) và (O, r + dr) ($0 \le r \le R$).

Điện tích của mỗi phần tử nhỏ ấy:

$$dq = \sigma dS = \sigma 2\pi r dr$$

Mỗi phần tử nhỏ ấy có thể coi là một vòng dây tròn tâm O bán kính r. Vòng dây này gây ra tại M vectơ điện trường $d\vec{E}$ nằm dọc theo trục Oz, có cường độ cho bởi (giả sử $\sigma > 0$):



Hình 1.6

$$dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \frac{z}{\left(z^2 + r^2\right)^{3/2}} = \frac{\sigma 2\pi r dr}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \frac{z}{\left(z^2 + r^2\right)^{3/2}}$$

Vì các vectơ $\overrightarrow{dE}$ cùng hướng nên đẳng thức vectơ:

$$\vec{E} = \int \overrightarrow{dE}$$

Cho:

$$E = \int_{\text{toàn bộ đĩa tròn}} dE$$

$$E = \int_0^R \frac{\sigma 2\pi r dr}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \frac{z}{\left(z^2 + r^2\right)^{3/2}} \quad \text{(z không đổi)}$$

$$= \frac{\sigma z}{4\varepsilon_0\varepsilon} \int_0^R \frac{2rdr}{\left(z^2 + r^2\right)^{3/2}}$$

Vì

$$\int \frac{2rdr}{\left(z^2 + r^2\right)^{3/2}} = -2\left(z^2 + r^2\right)^{-1/2} + C$$

nên

$$E = \frac{\sigma z}{4\varepsilon_0\varepsilon} \left(-2\left(z^2 + r^2\right)^{-1/2}\right)\Bigg|_{r=0}^{r=R}$$

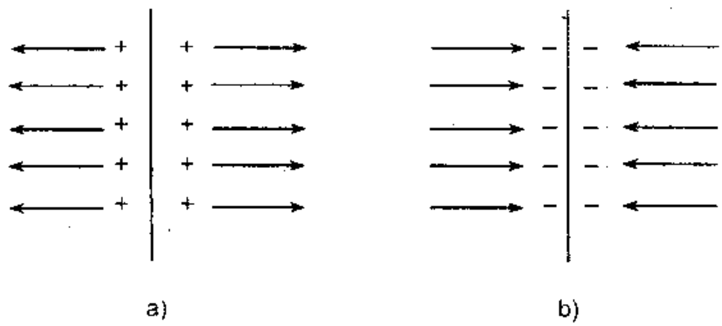
$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left[1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}}\right] \tag{1.21}$$

Khi $R \to \infty$, đĩa tròn trở thành một *mặt phẳng vô hạn tích điện đều*, mật độ điện mặt σ. Trong điều kiện đó:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon} \tag{1.22}$$

Nếu $\sigma < 0$ thì trong (1.22) phải viết $|\sigma|$ thay cho σ.

Nhận xét về điện trường của mặt phẳng vô hạn tích điện đều: vectơ $\vec{E}$ tại mỗi bên của mặt phẳng ấy có phương, chiều và cường độ không đổi. Chúng hướng từ mặt phẳng tích điện đi ra khi $\sigma > 0$ và có hướng ngược lại khi $\sigma < 0$.



Hình 1.7

Bài tập ví dụ 1.6

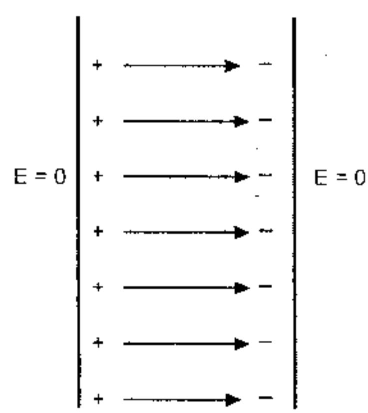
Hai mặt phẳng vô hạn song song tích điện đều, mật độ điện mặt lần lượt bằng $+\sigma$, $-\sigma$ ($\sigma > 0$). Xác định điện trường của hai mặt điện tích ấy (hình 1.8).

Đáp số

1. Trong khoảng không gian giữa hai mặt phẳng; điện trường đều, hướng từ mặt điện tích dương sang điện tích âm, cường độ bằng:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}$$

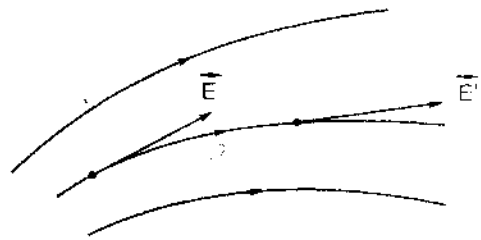
2. Ngoài khoảng không gian giữa hai mặt phẳng $E = 0$.



Hình 1.8

3.5. Đường sức điện trường

Trong một điện trường bất kỳ, vectơ điện trường $\vec{E}$ có thể thay đổi từ điểm này sang điểm khác về hướng và độ lớn. Vì thế, để có được một hình ảnh cụ thể về sự thay đổi ấy, người ta dùng khái niệm đường sức điện trường. Theo định nghĩa, *đường sức điện trường là đường cong mà tiếp tuyến tại mỗi điểm của nó trùng với phương của vectơ điện trường tại điểm đó; chiều của đường sức điện trường tại một điểm là chiều của vectơ điện trường tại đó* (hình 1.9).



Hình 1.9. **Đường sức điện trường**

Tập hợp các đường sức điện trường gọi là *điện phổ*. Có thể làm thí nghiệm để xác định điện phổ của một điện trường (tương tự như thí nghiệm về từ phổ).

Hình 1.10 mô tả điện phổ của một điện tích điểm (a), hai điện tích điểm bằng nhau (b), hai điện tích điểm đối nhau (c).

Các đường sức điện trường có những tính chất chung sau:

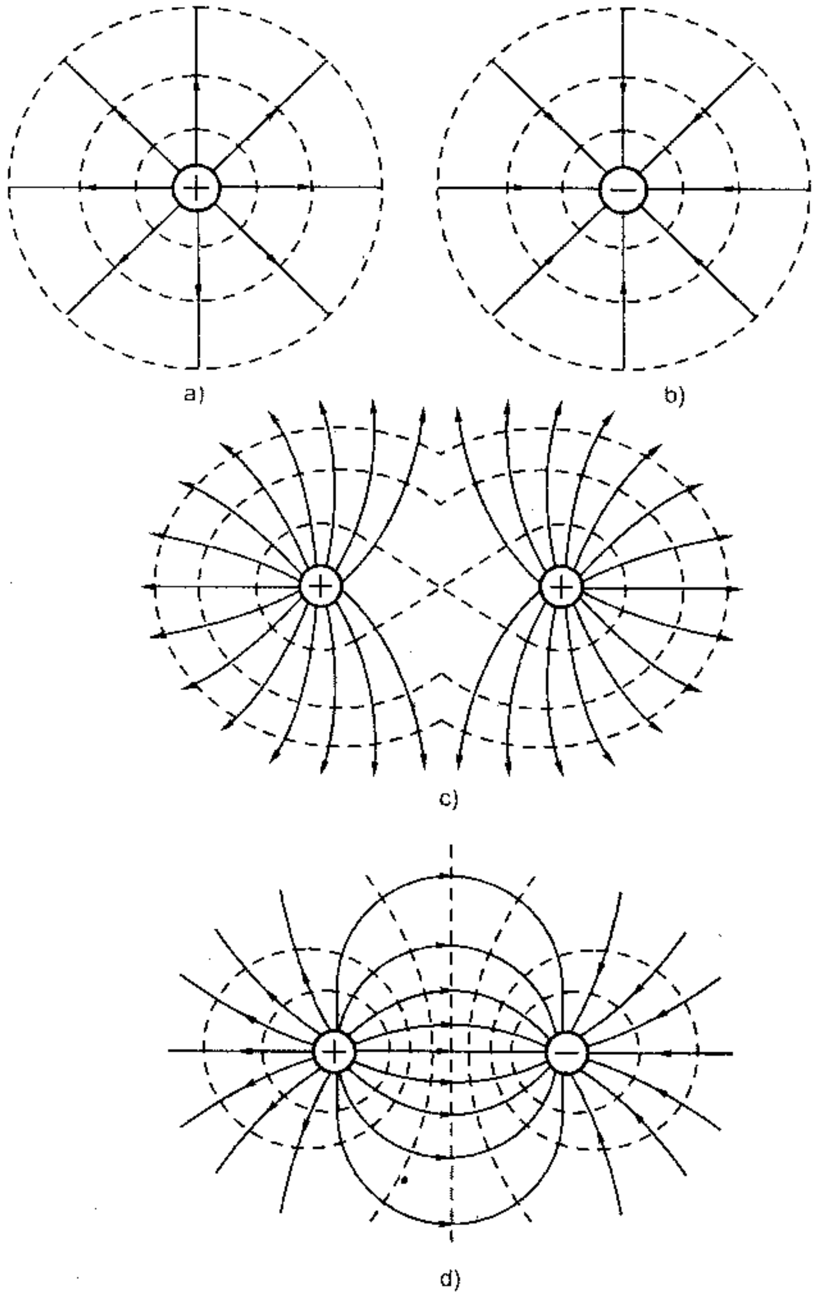
a) Qua một điểm trong không gian chỉ vẽ được một đường sức điện trường.

b) Các đường sức điện trường là những đường không khép kín: chúng giới hạn ở hai đầu hoặc giới hạn ở một đầu còn đầu kia vô hạn.

c) Các đường sức điện trường có chiều đi ra từ các điện tích dương và đi vào các điện tích âm.

d) Người ta quy ước vẽ số các đường sức điện trường đi qua một đơn vị bề mặt vuông góc với các đường sức tỷ lệ với cường độ điện trường tại đó. Như vậy, chỗ nào điện trường mạnh, các đường sức dày; còn chỗ nào điện trường yếu, các đường sức thưa.

Điện trường đều là điện trường trong đó vectơ điện trường tại mọi điểm đều có cùng hướng và cùng cường độ. Điện trường đều có điện phổ là những đường thẳng song song, cùng chiều và cách đều nhau.



***Hình 1.10.* Điện phổ**

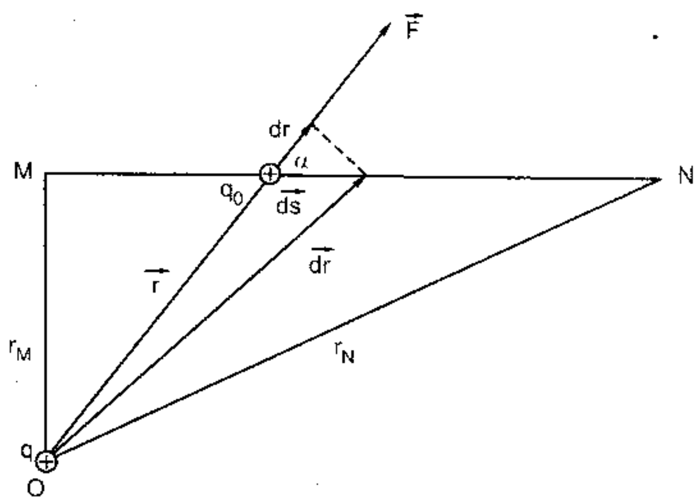
§4. ĐIỆN THẾ

4.1. Công của lực tĩnh điện. Tính chất thế của trường tĩnh điện

a) Công của lực tĩnh điện

Giả sử điện tích q_o dịch chuyển trong điện trường của một điện tích điểm q. Ta hãy tính công của lực tĩnh điện trong sự dịch chuyển điện tích q_o từ điểm M tới điểm N trên một đường cong (C) bất kỳ (hình 1.11) ứng với trường hợp q và q_o là điện tích dương.

Theo công thức (1.12), lực tác dụng lên điện tích q_o bằng $\vec{F} = q_o\vec{E}$ trong đó $\vec{E}$ là vectơ điện trường gây bởi điện tích điểm q tại vị trí của q_o. Vectơ $\vec{E}$ được xác định bởi công thức (1.15).



Hình 1.11. **Công của lực tĩnh điện**

Công của lực tĩnh điện trong chuyển dời vô cùng nhỏ $d\vec{s}$ bằng:

$$dA = \vec{F}.d\vec{s} = q_o\vec{E}.d\vec{s}$$

hay
$$dA = q_o\frac{q}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon r^3}\vec{r}.d\vec{s} = \frac{q_oq}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon r^2}ds\cos\alpha$$

trong đó α là góc giữa vectơ bán kính $\vec{r}$ và $d\vec{s}$. Từ hình vẽ (1.11) ta thấy rằng ds cosα = hình chiếu của $d\vec{s}$ lên vectơ bán kính $\vec{r}$, có độ lớn xấp xỉ bằng dr ≈ ds cosα:

$$dA = \frac{q_oq}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon}\frac{dr}{r^2} \tag{1.23}$$

Vậy công của lực tĩnh điện trong sự chuyển dời điện tích q_o từ M tới N là:

$$A_{MN} = \int_M^N q_o \vec{E}\, d\vec{s} = \int_{r_M}^{r_N} \frac{q_o q}{4\pi\varepsilon_o \varepsilon} \frac{dr}{r^2} \tag{1.24}$$

$$A_{MN} = \frac{q_o q}{4\pi\varepsilon_o \varepsilon} \int_{r_M}^{r_N} \frac{dr}{r^2} = \frac{q_o q}{4\pi\varepsilon_o \varepsilon} \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_M}^{r_N}$$

$$A_{MN} = \frac{q_o q}{4\pi\varepsilon_o \varepsilon r_M} - \frac{q_o q}{4\pi\varepsilon_o \varepsilon r_N} \tag{1.25}$$

Công thức (1.25) chứng tỏ rằng: *công của lực tĩnh điện trong sự dịch chuyển điện tích q_o trong điện trường của một điện tích điểm không phụ thuộc vào dạng của đường cong dịch chuyển mà chỉ phụ thuộc vào vị trí điểm đầu và điểm cuối của chuyển dời.*

Dễ dàng thấy (1.25) vẫn đúng khi q_o và q có dấu bất kỳ.

Nếu ta dịch chuyển điện tích q_o trong điện trường của một hệ điện tích điểm, kết quả trên vẫn đúng. Thực vậy, trong trường hợp này, lực điện trường tổng hợp tác dụng lên điện tích q_o bằng:

$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$ trong đó $\vec{F}_i$ là lực tác dụng của điện tích q_i lên điện tích dịch chuyển q_o. Công của lực điện trường tổng hợp trong chuyển dời MN là:

$$A_{MN} = \int_M^N \vec{F}.d\vec{s} = \int_M^N \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i.d\vec{s} = \sum_{i=1}^{n} \int_M^N \vec{F}_i.d\vec{s}\,;$$

nhưng theo (1.25) thì:

$$\int_M^N \vec{F}_i.d\vec{s} = \frac{q_o q_i}{4\pi\varepsilon_o \varepsilon r_{iM}} - \frac{q_o q_i}{4\pi\varepsilon_o \varepsilon r_{iN}}$$

trong đó r_{iM} và r_{iN} lần lượt là khoảng cách từ điện tích q_i tới điểm M và N, từ đó, ta có:

$$A_{MN} = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_o q_i}{4\pi\varepsilon_o \varepsilon r_{iM}} - \sum_{i=1}^{n} \frac{q_o q_i}{4\pi\varepsilon_o \varepsilon r_{iN}} \tag{1.26}$$

Trong trường hợp tổng quát, nếu ta dịch chuyển điện tích q_o trong một điện trường bất kỳ thì ta có thể coi điện trường này gây ra bởi hệ vô số điện tích điểm và bằng lý luận tương tự như trên, ta đi tới kết luận sau:

Công của lực tĩnh điện trong sự dịch chuyển điện tích điểm q_o trong một điện trường không phụ thuộc vào dạng của đường cong dịch chuyển mà chỉ phụ thuộc vào điểm đầu và điểm cuối của chuyển dời.

b) Tính chất thế của trường tĩnh điện

Theo kết quả trên, nếu ta dịch chuyển q_o theo một đường cong kín bất kỳ thì công của lực tĩnh điện trong dịch chuyển đó sẽ bằng không (vì khi đó điểm cuối trùng với điểm đầu). Vậy *trường tĩnh điện là một trường thế.* Ta có thể diễn tả tính chất thế của trường tĩnh điện bằng một công thức toán học. Thực vậy, theo (1.24) công của lực tĩnh điện trong dịch chuyển MN bằng:

$$A_{MN} = \int_{MN} \vec{F}.d\vec{s} = \int_{MN} q_o\vec{E}.d\vec{s}$$

Trong trường hợp dịch chuyển là một mạch kín (một đường cong kín có định hướng):

$$A = \oint q_o\vec{E}.d\vec{s} = 0 \quad \text{hay} \quad \oint \vec{E}.d\vec{s} = 0 \qquad (1.27)$$

Tích phân $\oint \vec{E}.d\vec{s}$ được định nghĩa là *lưu số vectơ điện trường dọc theo mạch kín*. Vậy (1.27) được phát biểu như sau:

Lưu số của vectơ điện trường (tĩnh) dọc theo một mạch kín bằng không.

Phát biểu trên đây và biểu thức (1.27) đặc trưng cho tính chất thế của trường tĩnh điện.

4.2. Thế năng của một điện tích trong điện trường

Trong cơ học chúng ta đã nghiên cứu trường lực thế. Ta biết rằng công của lực tác dụng lên vật chuyển động trong trường lực thế bằng độ giảm thế năng của vật đó trong trường lực. Tương tự như vậy, công của lực tĩnh điện tác dụng lên điện tích chuyển động trong điện trường cũng bằng độ giảm thế năng W của điện tích đó trong điện trường.

Trong một chuyển dời nguyên tố $d\vec{s}$ ta có:

$$dA = -dW \text{ với } dA = q_o\vec{E}.d\vec{s}$$

và trong chuyển dời bất kỳ từ điểm M tới điểm N ta có:

$$A_{MN} = \int_M^N dA = \int_M^N -dW = W_M - W_N$$

hay $$A_{MN} = \int_M^N dA = \int_M^N q_o\vec{E}.d\vec{s} = W_M - W_N \qquad (1.28)$$

trong đó: $W_M - W_N$ là độ giảm thế năng của điện tích điểm q_o trong sự dịch chuyển điện tích đó từ điểm M tới điểm N trong điện trường.

Để cụ thể, trước hết ta xét trường hợp điện tích q_o dịch chuyển trong điện trường của một điện tích điểm q. Theo công thức (1.25) ta có:

$$A_{MN} = \frac{q_o q}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon r_M} - \frac{q_o q}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon r_N}$$

So sánh công thức này với công thức (1.28) ta được:

$$W_M - W_N = \frac{q_o q}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon r_M} - \frac{q_o q}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon r_N}$$

Từ đó suy ra biểu thức thế năng của điện tích điểm q_o đặt trong điện trường của điện tích điểm q và cách điện tích này một đoạn r.

$$W = \frac{q_o q}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon r} + C \qquad (1.29)$$

với C là hằng số tùy ý, W còn được gọi là *thế năng tương tác* của hệ điện tích q_o và q.

Biểu thức (1.29) chứng tỏ thế năng của điện tích điểm q_o trong điện trường được xác định sai khác một hằng số cộng C. Tuy nhiên giá trị của C không ảnh hưởng gì đến phép tính trong thực tế, vì trong những phép tính đó ta chỉ gặp các hiệu thế năng. Vì vậy, người ta thường quy ước chọn thế năng của điện tích điểm q_o bằng không khi nó ở cách xa q vô cùng; khi đó theo (1.29) ta có:

$$W_\infty = \frac{q_o q}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon\infty} + C$$

suy ra: $$C = W_\infty = 0$$

Với quy ước đó, công thức (1.29) trở thành:

$$W = \frac{q_o q}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon r} \qquad (1.30)$$

Từ đó, ta thấy rằng nếu q_o, q cùng dấu (lực tương tác là lực đẩy), thế năng tương tác của chúng là dương còn nếu q_o, q khác dấu (lực tương tác là lực hút) thì thế năng tương tác của chúng là âm.

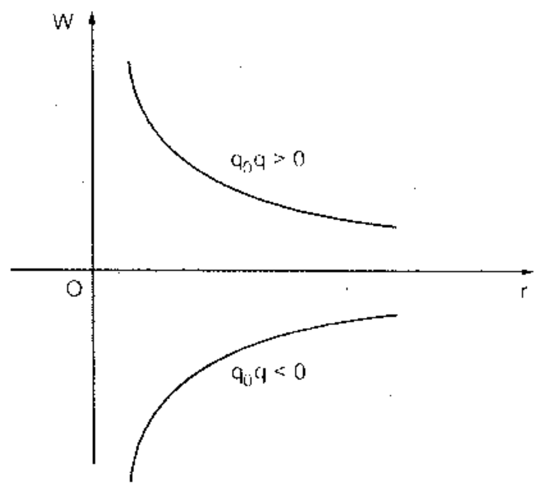
Sự phụ thuộc của thế năng tương tác của hệ hai điện tích vào khoảng cách giữa chúng được biểu diễn trên hình (1.12).

Nếu so sánh (1.28) với (1.26) ta dễ dàng suy ra biểu thức thế năng của điện tích q_o trong điện trường của hệ điện tích điểm:

$$W = \sum_{i=1}^{n} W_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_o q_i}{4\pi\varepsilon_o \varepsilon r_i} \qquad (1.31)$$

trong đó r_i là khoảng cách từ điện tích q_o đến điện tích q_i. Với quy ước thế năng của điện tích q_o ở vô cùng bằng không ($W_\infty = 0$), dựa vào (1.28) ta cũng suy ra biểu thức thế năng của điện tích điểm q_o trong một điện trường bất kỳ:

$$W_M = \int_M^\infty q_o \vec{E}.d\vec{s} \qquad (1.32)$$



Hình 1.12. **Đồ thị thế năng tương tác của hệ hai điện tích điểm**

Vậy: *Thế năng của điện tích điểm q_o tại một điểm trong điện trường là một đại lượng có giá trị bằng công của lực tĩnh điện trong sự dịch chuyển điện tích đó từ điểm đang xét ra xa vô cùng.*

Ghi chú: Những kết quả này chỉ đúng trong trường hợp điện trường ở xa vô cùng bằng 0 (nghĩa là các điện tích chỉ nằm trong một khoảng không gian hữu hạn).

4.3. Điện thế

a) Định nghĩa

Từ các công thức (1.30), (1.31) và (1.32) ta có nhận xét tỷ số $\dfrac{W}{q_o}$ không phụ thuộc vào độ lớn của điện tích q_o mà chỉ phụ thuộc vào các điện tích gây ra điện trường và vào vị trí của điểm đang xét trong điện trường. Vì vậy, ta có thể dùng tỷ số đó để đặc trưng cho điện trường tại điểm đang xét. Theo định nghĩa, tỷ số:

$$V = \frac{W}{q_o} \tag{1.33}$$

được gọi là *điện thế tại điểm đang xét.*

Điện thế gây ra bởi một điện tích điểm q tại điểm cách điện tích đó một khoảng r cho bởi:

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon r} \tag{1.34}$$

Trong (1.34) với hệ đơn vị SI, r tính ra mét; q tính ra culông và điện thế V tính ra vôn (V).

Điện thế gây ra bởi một hệ điện tích điểm q_1, q_2,..., q_n tại một điểm nào đó trong điện trường bằng:

$$V = \sum_{i=1}^{n} V_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon r_i} \tag{1.35}$$

với r_i là khoảng cách từ điểm đang xét tới điện tích q_i.

Công thức (1.35) diễn tả tính chất cộng (nguyên lý chồng chất) của điện thế: điện thế tại mỗi điểm do một hệ điện tích gây ra bằng tổng (đại số) các điện thế do từng điện tích gây ra tại điểm ấy.

Trong trường hợp nếu có một hệ điện tích được phân bố liên tục trong không gian thì ta có thể coi hệ điện tích đó như một hệ vô số điện tích điểm dq và điện thế gây ra bởi điện tích tại một điểm nào đó trong điện trường được tính theo công thức sau:

$$V = \int_{\text{hệ điện tích}} dV = \int_{\text{hệ điện tích}} \frac{1}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon}\frac{dq}{r} \tag{1.35a}$$

trong đó r là khoảng cách từ dq đến điểm đang xét. Chú ý rằng công thức (1.35a) chỉ đúng khi các điện tích nằm trong một khoảng không gian hữu hạn.

Điện thế tại một điểm M trong điện trường bất kỳ có biểu thức dựa vào (1.32):

$$V_M = \int_M^{\infty} \vec{E}.d\vec{s} \tag{1.36}$$

Nếu ta thay giá trị của V ở (1.33) vào (1.28) ta có:

$$A_{MN} = W_M - W_N = q_o(V_M - V_N) \tag{1.37}$$

Vậy: *Công của lực tĩnh điện trong sự dịch chuyển điện tích điểm q_o từ điểm M tới điểm N trong điện trường bằng tích số của điện tích q_o với hiệu điện thế giữa hai điểm M và N đó.*

b) Ý nghĩa của điện thế và hiệu điện thế

Từ (1.37) ta suy ra:

$$V_M - V_N = \frac{A_{MN}}{q_o} \tag{1.37a}$$

Nếu lấy $q_o = +1$ đơn vị điện tích thì $V_M - V_N = A_{MN}$.

Vậy: *Hiệu điện thế giữa hai điểm M và N trong điện trường là đại lượng có giá trị bằng công của lực tĩnh điện trong sự dịch chuyển một đơn vị điện tích dương từ điểm M tới điểm N.*

Trong các công thức (1.37), (1.37a), với hệ đơn vị SI, A_{MN} tính ra jun (J), q_o tính ra culông (C) và điện thế tính ra vôn (V).

Nếu lấy $q_o = +1$ đơn vị điện tích và chọn điểm N ở xa vô cùng thì:

$V_M - V_\infty = A_{M\infty}$ (nhưng ta quy ước $W_\infty = 0$) do đó:

$$V_\infty = \frac{W_\infty}{q_o} = 0 \quad \text{và} \quad V_M = A_{M\infty}$$

Vậy: *Điện thế tại một điểm trong điện trường là đại lượng có giá trị bằng công của lực tĩnh điện trong sự dịch chuyển một đơn vị điện tích dương từ điểm đó ra xa vô cùng.*

Qua trên ta thấy, do quy ước $W_\infty = 0$ nên $V_\infty = 0$. Như vậy tương tự với thế năng, điện thế được xác định sai khác một hằng số cộng. Giá trị của hằng số cộng này phụ thuộc vào mức *điện thế không* mà ta chọn. Tuy nhiên, sự lựa chọn mức điện thế không không ảnh hưởng đến các phép tính trong thực tế vì trong các phép tính đó ta chỉ gặp hiệu điện thế.

Trong nhiều trường hợp thực tế, người ta cũng thường quy ước điện thế của trái đất bằng không. Khi nghiên cứu tính chất của vật dẫn cân bằng tĩnh điện ta sẽ thấy rằng điện thế tại mọi điểm trên cùng một vật dẫn đều bằng nhau. Do đó, nếu ta nối một vật dẫn nào đối với đất (bằng một vật dẫn) thì điện thế của vật dẫn đó cũng sẽ bằng không. Khi đó điện thế của vật dẫn được coi như không đổi.

Bài tập ví dụ 1.7

Vòng dây tâm O bán kính R, tích điện q phân bố đều. Xác định điện thế tại điểm M nằm trên trục của vòng dây: OM = z.

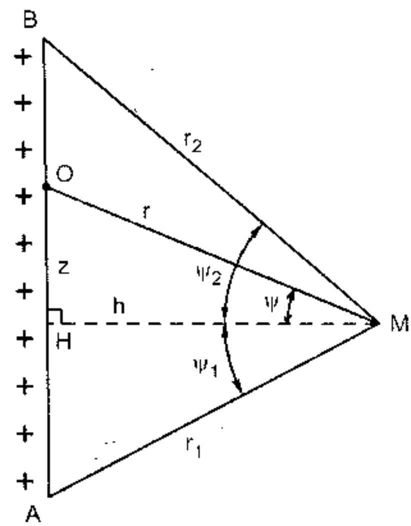
Đáp số

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q}{\sqrt{R^2 + z^2}} \tag{1.38}$$

trong đó $\sqrt{R^2 + z^2} = r_1$ = khoảng cách từ một điểm của vòng dây đến M.

Bài tập ví dụ 1.8*

Đoạn dây AB = a, tích điện đều, mật độ điện dài λ. Xác định điện thế tại điểm M ($MA = r_1$, $MB = r_2$).



Hình 1.13

Giải

Hạ đường MH ⊥ AB và đặt MH = h.

Phần tử điện tích dq tại vị trí O trên AB gây ra điện thế tại M là:

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{dq}{r} \tag{1.34a}$$

trong đó OM = r (hình 1.13).

Đặt $\widehat{HMO} = \psi$, $HO = z = h\,tg\psi$;

$$r = \frac{h}{\cos\psi}$$

và $$dq = \lambda dz = \lambda h\frac{d\psi}{\cos^2\psi}$$

Vậy (1.34a) thành ra:

$$dV = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{\cos\psi\, d\psi}{\cos^2\psi}$$

Điện thế tổng cộng tại M cho bởi:

$$V = \int_{\text{đoạn AB}} \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{\cos\psi\, d\psi}{\cos^2\psi}$$

trong đó: $$\int\frac{\cos\psi d\psi}{\cos^2\psi} = \int\frac{d(\sin\psi)}{1-\sin^2\psi} = \frac{1}{2}\ln\frac{1+\sin\psi}{1-\sin\psi} + (\text{const})$$

Vậy $$V = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{1}{2}\ln\frac{(1+\sin\psi_2)(1+\sin\psi_1)}{(1-\sin\psi_2)(1-\sin\psi_1)} \quad (1.39)$$

Trong đó: $\widehat{AMH} = \psi_1$, $\widehat{HMB} = \psi_2$ ($\psi_1, \psi_2 > 0$) và giả sử H nằm trong khoảng AB.

Chú ý rằng:

$$h = r_2\cos\psi_2 = r_1\cos\psi_1$$
$$r_2^2\cos^2\psi_2 = r_1^2\cos^2\psi_1$$
$$r_2^2(1-\sin^2\psi_2) = r_1^2(1-\sin^2\psi_1)$$

Nghĩa là:

$$\frac{r_2(1+\sin\psi_2)}{r_1(1-\sin\psi_1)} = \frac{r_1(1+\sin\psi_1)}{r_2(1-\sin\psi_2)}$$

Biểu thức (1.39) có thể viết:

$$V = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{1}{2}\ln\frac{r_2(1+\sin\psi_2)}{r_1(1-\sin\psi_1)}\frac{r_1(1+\sin\psi_1)}{r_2(1-\sin\psi_2)} \quad (1.39a)$$

Vậy:

$$V = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\ln\frac{r_2(1+\sin\psi_2)}{r_1(1-\sin\psi_1)} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\ln\frac{r_1(1+\sin\psi_1)}{r_2(1-\sin\psi_2)} \quad (1.40a)$$

Nếu H nằm ngoài khoảng AB thì dễ dàng thấy rằng:

$$V = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\ln\frac{r_2(1+\sin\psi_2)}{r_1(1+\sin\psi_1)} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\ln\frac{r_1(1-\sin\psi_1)}{r_2(1-\sin\psi_2)} \quad (1.40b)$$

Cũng có thể biến đổi (1.39a) dưới một dạng khác dựa vào nhận xét:

$$\frac{r_2(1+\sin\psi_2)}{r_1(1-\sin\psi_1)} = \frac{r_1(1+\sin\psi_1)}{r_2(1-\sin\psi_2)} = \frac{r_2+r_2\sin\psi_2}{r_1-r_1\sin\psi_1} =$$
$$= \frac{r_1+r_1\sin\psi_1}{r_2-r_2\sin\psi_2} = \frac{r_2+HB}{r_1-HA} = \frac{r_1+HA}{r_2-HB} =$$
$$= \frac{r_1+r_2+(HB+HA)}{r_1+r_2-(HA+HB)} = \frac{r_1+r_2+AB}{r_1+r_2-AB}$$

Vậy $$V = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\ln\frac{r_1+r_2+AB}{r_1+r_2-AB}$$

Ta nhận thấy rằng V chỉ phụ thuộc vào tổng $r_1 + r_2$.

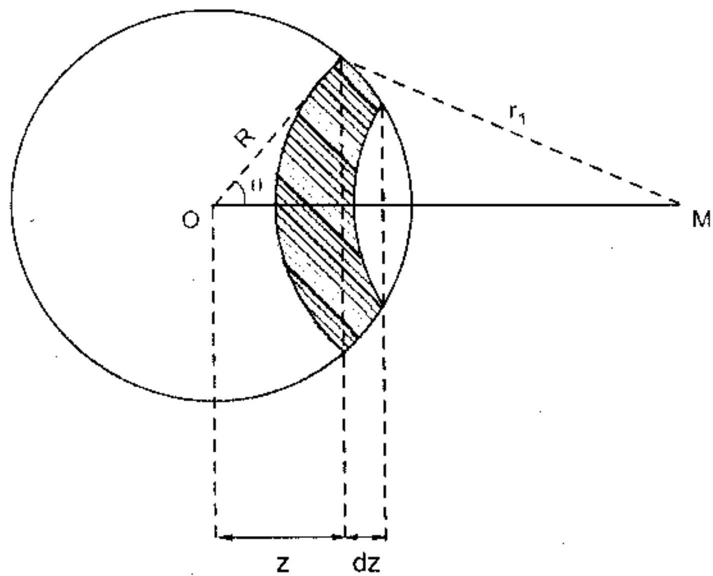
Bài tập ví dụ 1.9*

Cho một mặt cầu (O, R) tích điện đều, mật độ điện mặt σ. Xác định điện thế tại điểm M cách O: OM = r. Xét trường hợp r > R và r ≤ R.

Giải

Chia mặt cầu thành những phần tử đới cầu có chung trục OM.

Một phần tử đới cầu bất kỳ nằm giữa hai mặt phẳng vuông góc với OM, cách O những khoảng z và z + dz (−R ≤ z ≤ R).



Hình 1.14

Diện tích phần tử đới cầu ấy:

$$dS = 2\pi R dz$$

và điện tích của phần tử đới cầu ấy:

$$dq = \sigma dS = 2\sigma\pi R dz$$

trong đó: $z = R\cos\theta \ (0 \le \theta \le \pi)$

Các phần tử điện tích nằm trên đới cầu ấy cách điểm M một khoảng r_1 với:

$$r_1^2 = R^2 + r^2 - 2Rr\cos\theta = R^2 + r^2 - 2rz \text{ (hình 1.14)}$$

Theo (1.38) điện thế do điện tích dq nằm trên đới cầu vi phân gây ra tại M là:

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{dq}{r_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{2\pi\sigma R dz}{\sqrt{R^2 + r^2 - 2rz}}$$

Điện thế V cho toàn mặt cầu tích điện gây ra tại M cho bởi tích phân:

$$V = \int_{\text{toàn mặt cầu}} dV = \frac{\sigma R}{2\varepsilon_0\varepsilon}\int_{-R}^{R}\frac{dz}{\sqrt{R^2 + r^2 - 2rz}}$$

$$V = \frac{\sigma R}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left.\frac{-\sqrt{R^2 + r^2 - 2rz}}{r}\right|_{-R}^{R}$$

$$V = \frac{\sigma R}{2\varepsilon_0\varepsilon}\frac{\sqrt{R^2 + r^2 + 2rR} - \sqrt{R^2 + r^2 - 2rR}}{r}$$

$$V = \frac{\sigma R}{2\varepsilon_0\varepsilon}\frac{R + r - |R - r|}{r}$$

Nếu r > R:

$$V = \frac{\sigma R}{2\varepsilon_0\varepsilon}\frac{R + r - (r - R)}{r} = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0\varepsilon}\frac{1}{r} = \frac{4\pi\sigma R^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}$$

Trong đó $4\pi\sigma R^2 = q$ = điện tích của cả mặt cầu.

Vậy:

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r} \qquad (1.41)$$

Ta thấy rằng: Điện thế do mặt cầu tích điện đều q gây ra tại một điểm M ở ngoài mặt cầu giống như điện thế do điện tích điểm q đặt tại tâm O của mặt cầu gây ra tại M.

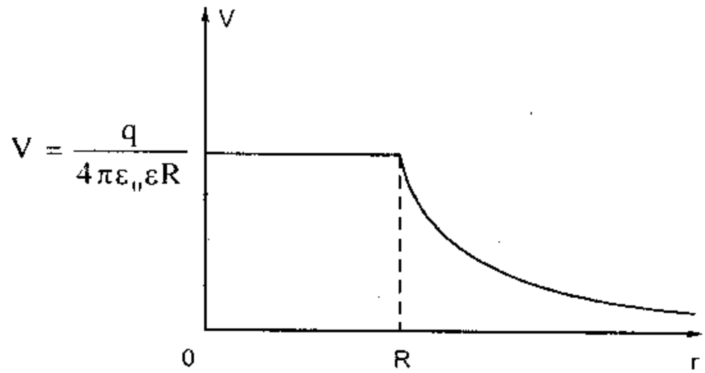
Nếu $r \le R$:

$$V = \frac{\sigma R}{2\varepsilon_0\varepsilon}\frac{R + r - (R - r)}{r} = \frac{\sigma R}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{4\pi\sigma R^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R}$$

Hay: $$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R} = \text{hằng số} \qquad (1.41a)$$

Vậy khi M nằm bên trong mặt cầu tích điện đều thì điện thế tại M là một hằng số không phụ thuộc vị trí M.

Sự phụ thuộc của V theo r được diễn tả theo hình 1.15.



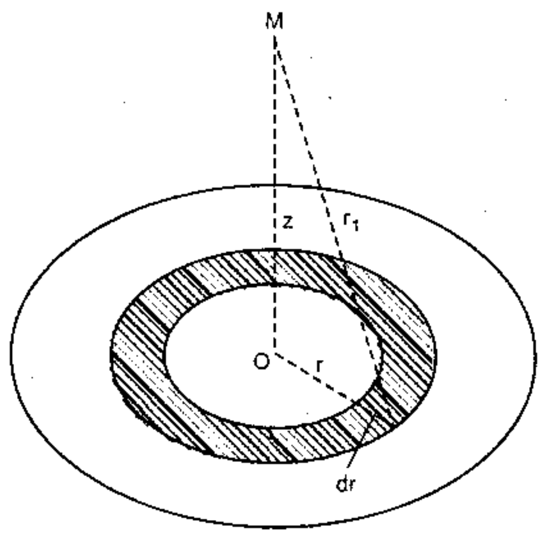
Hình 1.15

Kết quả trên đây được áp dụng cho những quả cầu kim loại tích điện đều.

Bài tập ví dụ 1.10

Đĩa tròn (O, R) tích điện đều q, mật độ điện mặt σ. Xác định điện thế tại điểm M trên trục của đĩa cách tâm O: OM = z.

Giải



Hình 1.16

Chia đĩa tròn thành những phần tử điện tích hình vành khăn tâm O. Một phần tử diện tích bất kỳ nằm trong hai vòng tròn bán kính r và r + dr chứa điện tích:

$$dq = \sigma dS = \sigma 2\pi r dr$$

gây ra tại M điện thế:

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{dq}{\sqrt{r^2+z^2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{\sigma 2\pi r dr}{\sqrt{r^2+z^2}} =$$

$$= \frac{\sigma}{4\varepsilon_0\varepsilon}\frac{2rdr}{\sqrt{r^2+z^2}} \quad (0 \le r \le R) \qquad \text{(theo 1.38)}$$

Điện thế tại M do đĩa tròn gây ra cho bởi:

$$V = \int_{\text{đĩa tròn}} dV = \frac{\sigma}{4\varepsilon_0\varepsilon}\int_0^R \frac{2rdr}{\sqrt{r^2+z^2}}$$

$$V = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\sqrt{R^2+z^2} - z\right) \tag{1.42}$$

4.4. Năng lượng tương tác tĩnh điện của một hệ điện tích điểm

Theo (1.30) thế năng tương tác cũng gọi là năng lượng tương tác của hai điện tích điểm q_1 và q_2 đặt cách nhau một khoảng r cho bởi:

$$W = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q_1q_2}{r} \qquad (*)$$

Từ (*) có thể viết:

$$W = \frac{1}{2}\left(q_1\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q_2}{r} + q_2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q_1}{r}\right) \qquad (**)$$

trong đó:

$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q_2}{r} = V_1$ là điện thế do q_2 gây ra tại vị trí q_1.

$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q_1}{r} = V_2$ là điện thế do q_1 gây ra tại vị trí q_2.

Vậy (**) thành:

$$W = \frac{1}{2}(q_1V_1 + q_2V_2) \tag{1.43}$$

Công thức (1.43) có thể mở rộng cho trường hợp một hệ n điện tích điểm.

Chẳng hạn với hệ 3 điện tích điểm q_1, q_2, q_3 đặt cách nhau lần lượt những khoảng r_{12}, r_{23}, r_{31}, năng lượng tương tác của hệ cho bởi:

$$W = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon}\frac{q_1q_2}{r_{12}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon}\frac{q_2q_3}{r_{23}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon}\frac{q_3q_1}{r_{31}} =$$

$$= \frac{1}{2}q_1\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon}\frac{q_2}{r_{21}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon}\frac{q_3}{r_{31}}\right) + \frac{1}{2}q_2\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon}\frac{q_3}{r_{32}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon}\frac{q_1}{r_{12}}\right) +$$

$$+ \frac{1}{2}q_3\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon}\frac{q_1}{r_{13}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon}\frac{q_2}{r_{23}}\right)$$

Hay:

$$V = \frac{1}{2}q_1V_1 + \frac{1}{2}q_2V_2 + \frac{1}{2}q_3V_3$$

Tổng quát năng lượng tương tác tĩnh điện của hệ n điện tích điểm q_1, q_2, q_3,..., q_n cho bởi:

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_iV_i \tag{1.43a}$$

trong đó V_i là điện thế tại vị trí q_i gây ra bởi các điện tích của hệ trừ q_i.

§5. LIÊN HỆ GIỮA VECTƠ ĐIỆN TRƯỜNG VÀ ĐIỆN THẾ

5.1. Tính hiệu điện thế theo vectơ điện trường

Theo mục 4.1 của §4, công của lực điện tác dụng lên điện tích điểm q_o khi điện tích này chuyển dời từ điểm A đến điểm B trong điện trường cho bởi:

$$A_{AB} = \int_{AB} \vec{F}.d\vec{s} = \int_{AB} q_o\vec{E}.d\vec{s} = q_o\int_{AB} \vec{E}.d\vec{s}$$

Mặt khác theo (1.37): $A_{AB} = q_o(V_A - V_B)$

Vậy $q_o(V_A - V_B) = q_o\int_{AB} \vec{E}.d\vec{s}$

Từ đó suy ra công thức tính hiệu điện thế theo vectơ điện trường:

$$V_A - V_B = \int_{AB} \vec{E}.d\vec{s} \tag{1.44}$$

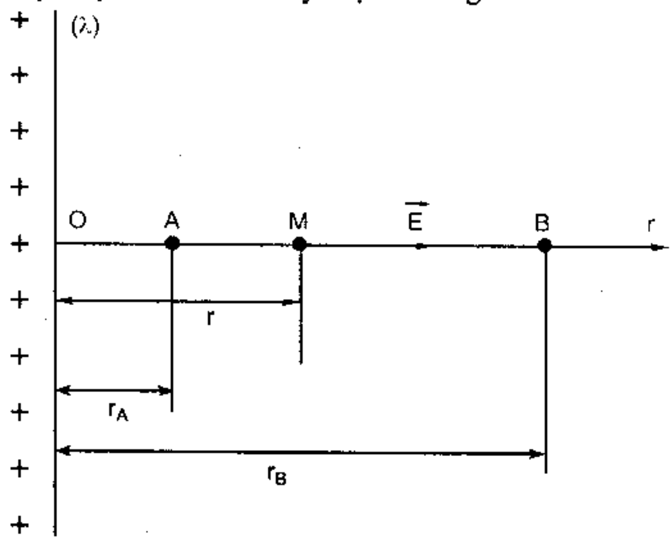
Trong đó phép tích phân được tính theo một đường cong bất kỳ nối liền AB. Tích phân $\int_{AB} \vec{E}.\overrightarrow{ds}$ được gọi là lưu số của vectơ điện trường dọc theo đường cong AB. Vậy (1.44) có thể phát biểu: Hiệu điện thế giữa hai điểm A, B có giá trị bằng lưu số của vectơ điện trường dọc theo một đường cong nối liền A và B.

Nếu B trùng với A ta lại tìm được: $\oint \vec{E}.\overrightarrow{ds} = 0$ (1.27) diễn tả tính chất thế của điện trường tĩnh.

Ứng dụng: Công thức (1.44) cũng được dùng để tính điện thế nhất là đối với trường hợp điện tích nằm trong một miền vô hạn. Khi đó công thức tính điện thế (1.35a) không còn đúng nữa.

Bài tập ví dụ 1.11

Tính điện thế gây bởi một dây thẳng dài vô hạn tích điện đều, mật độ điện dài là λ, tại một điểm cách dây một khoảng r.



Hình 1.17

Giải

Giả sử λ > 0. Ta tính điện thế $V_A - V_B$ giữa hai điểm A và B cùng nằm trên đường $\overline{O}r$ vuông góc với dây ($OA = r_A$; $OB = r_B$)

$$V_A - V_B = \int_{AB} \vec{E}.\overrightarrow{ds} = \int_{AB} E.\overrightarrow{ds}$$

Vì $$\vec{E}.\overrightarrow{dr} = \int_{r_A}^{r_B} E\,dr$$

trong đó theo (1.19a):

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r}$$

$$V_A - V_B = \int_{r_A}^{r_B} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{dr}{r} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\int_{r_A}^{r_B}\frac{dr}{r}$$

$$V_A - V_B = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\ln\frac{r_B}{r_A}$$

Ta có thể viết:

$$V_A - V_B = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}(-\ln r_A + \ln r_B)$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\ln\frac{1}{r_A} - \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\ln\frac{1}{r_B} \qquad (1.44a)$$

Từ (1.44a) có thể suy ra hiệu điện thế tại A và tại B:

$$V_A = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\ln\frac{1}{r_A} + C$$

$$V_B = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\ln\frac{1}{r_B} + C$$

Tại một điểm M cách dây một khoảng r:

$$V = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\ln\frac{1}{r} + C \qquad (1.45)$$

Dễ dàng chứng minh rằng công thức này vẫn đúng khi $\lambda < 0$.

Bài tập ví dụ 1.12

Hai mặt phẳng vô hạn song song tích điện đều, mật độ điện mặt lần lượt là $+\sigma$ và $-\sigma$ ($\sigma > 0$), cách nhau một khoảng d. Giữa hai mặt phẳng ấy là hai lớp điện môi, hằng số điện môi lần lượt là ε_1 và ε_2, bề dày lần lượt là d_1 và d_2 ($d_1 + d_2 = d$). Tính hiệu điện thế giữa hai mặt phẳng ấy.

Giải

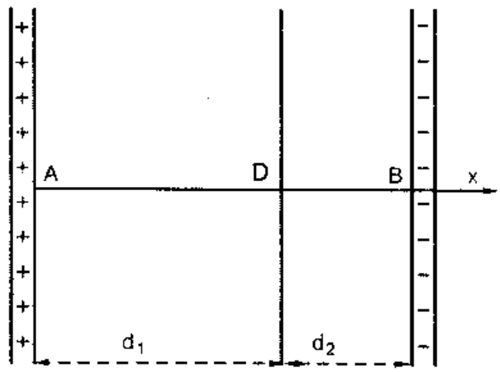
Chọn Ax là trục vuông góc với các mặt tích điện và hướng theo chiều điện trường. Ta có:

$$V_A - V_B = \int_{AB} E\,dx = \int_{AD} E_1 dx + \int_{DB} E_2 dx =$$

$$= \int_0^{d_1}\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon_1}dx + \int_{d_1}^{d_1+d_2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon_2}dx = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left(\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2}\right) \qquad (1.46)$$

Nếu toàn bộ khoảng không gian giữa hai tấm là một chất điện môi (đồng chất và đẳng hướng) có hằng số điện môi ε thì:

$$V_A - V_B = \frac{\sigma d}{\varepsilon_o \varepsilon} \qquad (1.46a)$$



Hình 1.18

5.2. Xác định vectơ điện trường theo điện thế

Xét một chuyển dời vi phân $\overrightarrow{MN} = d\vec{s}$ nằm dọc theo phương s, ta đặt $V_M = V$; $V_N = V + dV$.

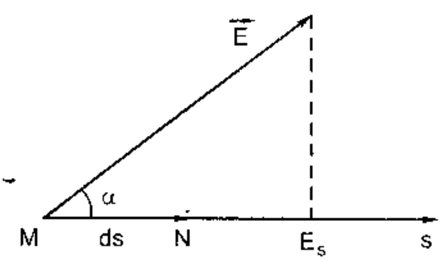
Theo (1.44):

$V_M - V_N = V - (V + dV)$

$= -dV = \vec{E}.d\vec{s} = Eds\cos\alpha$

trong đó: $E\cos\alpha = E_s$ là hình chiếu của $\vec{E}$ lên phương s. Vậy: $-dV = E_s ds$ nghĩa là

$$E_s = -\frac{dV}{ds} \qquad (1.47)$$



Hình 1.19

Ở vế phải, $\frac{dV}{ds}$ được gọi là đạo hàm của V theo phương s. Ta có thể phát biểu: *Hình chiếu của vectơ điện trường lên một phương nào đó bằng (với dấu trừ) đạo hàm của điện thế theo phương ấy.*

Trong trường hợp tổng quát, vectơ điện trường $\vec{E}$ (E_x, E_y, E_z) và điện thế V đều phụ thuộc vào toạ độ (x, y, z) của điểm đang xét. Áp dụng hệ thức (1.47) lần lượt cho ba phương x, y, z và chú ý rằng các đạo hàm của V lần lượt theo x, y, z phải là đạo hàm riêng phần, ta được:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x};\ E_y = -\frac{\partial V}{\partial y};\ E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \qquad (1.47a)$$

Người ta gọi vectơ có ba toạ độ $\frac{\partial V}{\partial x}; \frac{\partial V}{\partial y}; \frac{\partial V}{\partial z}$ là grad của V, ký hiệu là:

$$\overline{\text{grad}}\,V \begin{cases} \dfrac{\partial V}{\partial x} \\ \dfrac{\partial V}{\partial y} \\ \dfrac{\partial V}{\partial z} \end{cases} \qquad (1.48)$$

Do đó ta có thể viết:

$$\vec{E} = -\overline{\text{grad}}\,V \qquad (1.49)$$

Chú ý hệ thức (1.47) (và những hệ thức tương tự) chứng tỏ rằng cường độ điện trường có thứ nguyên là hiệu điện thế trên độ dài, do đó đơn vị cường độ điện trường là vôn trên mét (V/m).

Ứng dụng: Các hệ thức (1.47), (1.47a), (1.48) cho ta một phương pháp tính cường độ điện trường khi biết được biểu thức của điện thế theo x, y, z.

Bài tập ví dụ 1.13

Vành tròn (O, R) tích điện đều q (q > 0). Xác định cường độ điện trường tại M trên trục vòng dây cách tâm O: OM = z.

Giải

Điện thế tại M cho bởi (1.38)

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon}\frac{q}{\sqrt{R^2 + z^2}}$$

Ở đây V chỉ phụ thuộc z, vậy theo (1.47a):

$$\vec{E} \begin{cases} E_x = -\dfrac{\partial V}{\partial x} = 0; \\ E_y = -\dfrac{\partial V}{\partial y} = 0; \\ E = E_z = -\dfrac{\partial V}{\partial z} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon}\dfrac{qz}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \quad \text{trùng với (1.20)} \end{cases}$$

Bài tập ví dụ 1.14

Đĩa tròn (O, R) tích điện đều, mật độ điện mặt σ (> 0). Xác định cường độ điện trường tại M trên trục đĩa OM = z.

Giải

Điện thế tại M cho bởi:

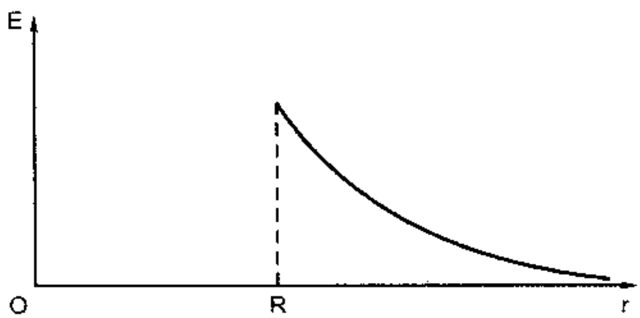
$$V = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(\sqrt{R^2 + z^2} - z\right)$$

Vậy, áp dụng (1.47a) ta suy ra:

$$\vec{E}\ \begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = 0 \\ E_z = -\dfrac{\partial V}{\partial z} = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left[1 - \dfrac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}}\right] \end{cases}$$ trùng với (1.21)

Bài tập ví dụ 1.15

Mặt cầu (O, R) tích điện đều q (q > 0). Xác định cường độ điện trường tại M cách O: OM = r.



Hình 1.20

Giải

Áp dụng (1.47) cho các kết quả tìm được của bài tập ví dụ 1.9*, ta suy ra:

$$\begin{cases} E = 0 \text{ khi } r < R \\ E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\dfrac{q}{r^2} \text{ khi } r > R \end{cases}$$

Bài tập ví dụ 1.16*

Lưỡng cực điện là một hệ hai điện tích điểm đối nhau +q và −q (q > 0) đặt cách nhau một khoảng l nhỏ (so với những khoảng cách mà ta khảo sát). Xét một lưỡng cực điện tạo bởi điện tích −q đặt tại A và điện tích +q đặt tại B (AB = l). Xác định điện thế và vectơ điện trường tại điểm M cách trung điểm O của AB một khoảng OM = r và $\widehat{MOB} = \theta$.

Giải

Chọn trục O nằm dọc theo AB và có chiều dương là chiều $\vec{AB}$. Đặt MB = r_+, MA = r_-. Ta có điện thế tại M:

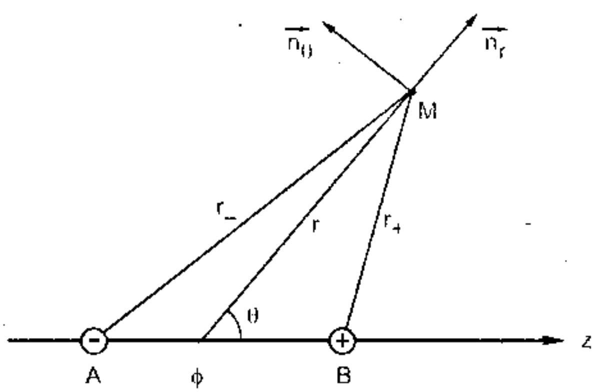
$$V = k\left(\frac{q}{r_+} - \frac{q}{r_-}\right) = kq\frac{r_- - r_+}{r_+ r_-};\ (k = (4\pi\varepsilon_0\varepsilon)^{-1})$$

$$\begin{cases} r_-^2 = r^2 + \left(\dfrac{l}{2}\right)^2 + 2r\left(\dfrac{l}{2}\right)\cos\theta \\ r_+^2 = r^2 + \left(\dfrac{l}{2}\right)^2 - 2r\left(\dfrac{l}{2}\right)\cos\theta \end{cases}$$

trong đó:

$$r_-^2 - r_+^2 = 2rl\cos\theta \tag{1.50}$$

$$(r_- - r_+)(r_- + r_+) = 2rl\cos\theta$$



Hình 1.21

Vì $l \ll r$ nên có thể viết gần đúng:

$$r_- + r_+ \cong 2r$$

$$r_- r_+ \cong r^2$$

Vậy $$V = kq\frac{l\cos\theta}{r^2}.$$

Người ta định nghĩa vectơ: $\vec{p}_e = q\overrightarrow{AB} = q\vec{l}$ ($p_e = ql$) là mômen điện của lưỡng cực điện. Khi đó điện thế V tại M cho bởi:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{p_e\cos\theta}{r^2} \tag{1.51}$$

Từ biểu thức của V có thể suy ra vectơ điện trường $\vec{E}$ theo (1.47):

$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\,V$; trong toạ độ Đềcác (x, y, z):

$$\overrightarrow{\text{grad}}\,V \begin{cases} \dfrac{\partial V}{\partial x} \\ \dfrac{\partial V}{\partial y} \\ \dfrac{\partial V}{\partial z} \end{cases}$$

Trong toạ độ cầu (r, θ, φ): $x = r\sin\theta\cos\varphi$; $y = r\sin\theta\sin\varphi$; $z = r\cos\theta$, dễ dàng suy ra:

$$\overrightarrow{\text{grad}}\,V \begin{cases} \dfrac{\partial V}{\partial r} \\ \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial V}{\partial \theta} \\ \dfrac{1}{r\sin\theta}\dfrac{\partial V}{\partial \varphi} \end{cases} \tag{1.52}$$

Vectơ $\vec{E}$ xác định bởi:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\,V \begin{cases} E_r = -\dfrac{\partial V}{\partial r} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\dfrac{2p_e\cos\theta}{r^3} \\ E_\theta = -\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial V}{\partial \theta} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\dfrac{p_e\sin\theta}{r^3} \\ E_\varphi = 0 \end{cases} \tag{1.53}$$

Trường hợp riêng, khi M nằm trên AB (θ = 0) thì $E = E_r = k\dfrac{2p_e}{r^3}$ và khi M nằm trên trung trực của AB $\left(\theta = \dfrac{\pi}{2}\right)$ thì $E = E_\theta = k\dfrac{p_e}{r^3}$.

Ghi chú: Khái niệm lưỡng cực điện được áp dụng để xét tính chất điện của các điện môi sau này (chương 3).

5.3. Mặt đẳng thế

1. Định nghĩa

Mặt đẳng thế là quỹ tích những điểm có cùng điện thế. Nếu điện thế tại mỗi điểm M (x, y, z) trong không gian có điện trường là hàm của các toạ độ V (x, y, z) thì phương trình mặt đẳng thế là:

$$V(x, y, z) = \text{const} \qquad (1.54)$$

Ứng với mỗi giá trị của hằng số ở vế phải ta được một mặt đẳng thế.

Bài tập ví dụ 1.17

Xác định họ các mặt đẳng thế trong điện trường gây bởi điện tích điểm q đặt tại O.

Giải

Dựa vào (1.34):

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r}$$

có thể kết luận rằng họ các mặt đẳng thế trong trường hợp này là những mặt cầu đồng tâm O.

Bài tập ví dụ 1.18

Xác định họ các mặt đẳng thế trong điện trường gây bởi hai điện tích điểm q và $-q'$ ($q > q' > 0$) đặt tại hai điểm A, B ($AB = a$).

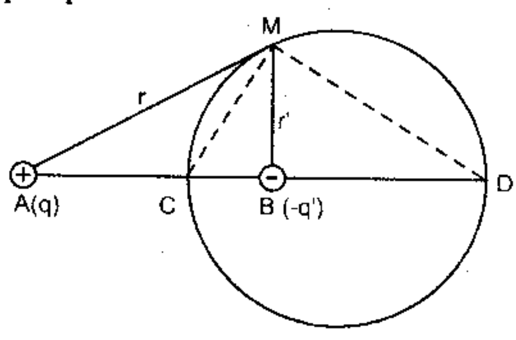
Giải

Điện thế tại M ($MA = r$, $MB = r'$) cho bởi:

$$V = k\left(\frac{q}{r} - \frac{q'}{r'}\right)\left(k = (4\pi\varepsilon_0\varepsilon)^{-1}\right)$$

Vậy phương trình của mặt đẳng thế là:

$$\frac{q}{r} - \frac{q'}{r'} = \text{const} \qquad (1.55)$$



Hình 1.22

Trường hợp riêng: const = 0: Mặt đẳng thế là quỹ tích của những điểm có điện thế bằng không cho bởi:

$$\frac{q}{r} - \frac{q'}{r'} = 0$$

Suy ra: $$\frac{r}{r'} = \frac{MA}{MB} = \frac{q}{q'} = \text{không đổi} \qquad (1.56)$$

(1.56) chứng tỏ mặt đẳng thế phải tìm là quỹ tích những điểm M sao cho tỷ số hai khoảng cách từ M đến hai điểm cố định A và B là không đổi. Đó là mặt cầu có đường kính CD với C, D là hai điểm chia trong và chia ngoài đoạn AB theo tỷ số: $\frac{q}{q'}$.

$$\frac{CA}{CB} = \frac{DA}{DB} = \frac{q}{q'} \qquad (1.57)$$

Dễ dàng tính được:

$$\frac{CA}{q} = \frac{CB}{q'} = \frac{a}{q+q'} \Rightarrow \begin{cases} CA = \dfrac{aq}{q+q'} \\ CB = \dfrac{aq'}{q+q'} \end{cases} \qquad (1.58)$$

$$\frac{DA}{q} = \frac{DB}{q'} = \frac{a}{q-q'} \Rightarrow \begin{cases} DA = \dfrac{aq}{q-q'} \\ DB = \dfrac{aq'}{q-q'} \end{cases} \qquad (1.59)$$

Và suy ra độ dài đường kính của mặt cầu nói trên:

$$CD = 2R = DA - CA = \frac{aq}{q-q'} - \frac{aq}{q+q'} = \frac{2aqq'}{q^2 - q'^2} \qquad (1.60)$$

Trường hợp $q = q'$: Mặt cầu trên đây trở thành mặt phẳng trung trực của AB.

Bài tập ví dụ 1.19*

Cùng câu hỏi như bài tập trên đối với điện trường của đoạn dây thẳng AB = a, tích điện đều, mật độ điện dài λ.

Giải

Điện thế tại điểm M (MA = r, MB = r') cho bởi (1.40a):

$$V = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon}\ln\frac{r'(1+\sin\varphi_2)}{r(1-\sin\varphi_1)} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon}\ln\frac{r(1+\sin\varphi_1)}{r'(1-\sin\varphi_2)}$$

Phương trình mặt đẳng thế V = const cho là:

$$\frac{r'(1+\sin\varphi_2)}{r(1-\sin\varphi_1)} = \frac{r(1+\sin\varphi_1)}{r'(1-\sin\varphi_2)} = C$$

Nghĩa là:

$$\frac{r+r'+(r\sin\varphi_1 + r'\sin\varphi_2)}{r+r'-(r\sin\varphi_1 + r'\sin\varphi_2)} = C$$

Trong đó: $r\sin\varphi_1 + r'\sin\varphi_2 = AB = a$

Vậy: $$\frac{r+r'+a}{r+r'-a} = C$$

Suy ra: $r + r' + a = (r + r')\,C - aC$

$$r + r' = \frac{C+1}{C-1}a = \text{const} \qquad (1.61)$$

(1.61) chứng tỏ rằng: họ các mặt đẳng thế trong điện trường của dây điện tích AB là các mặt ellip tròn xoay có tiêu điểm là A, B.

2. Tính chất của mặt đẳng thế

Dễ dàng suy ra các tính chất sau:

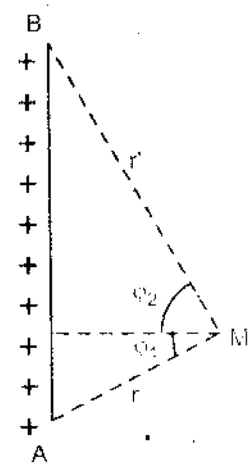
a) Các mặt đẳng thế không cắt nhau, vì tại mỗi điểm có một giá trị xác định của điện thế.

b) Công của lực điện trong sự dịch chuyển điện tích q_o trên một mặt đẳng thế bằng 0.

c) Vectơ điện trường tại một điểm luôn trực giao với mặt đẳng thế đi qua điểm ấy.

Quả vậy, nếu xét vectơ điện trường $\vec{E}$ tại một điểm M nằm trên một mặt đẳng thế và A là một điểm bất kỳ rất gần M trên mặt đẳng thế ấy thì ta có:

$$V_M - V_A = \vec{E}.\overrightarrow{MA}$$

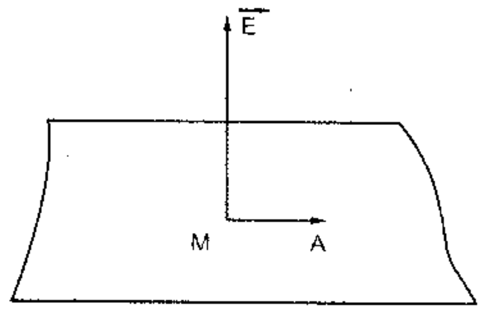


Hình 1.23

Do $V_M = V_A$ nên $\vec{E}.\overrightarrow{MA} = 0$ chứng tỏ $\vec{E} \perp \overrightarrow{MA}$.

Vì A là một điểm bất kỳ trên mặt đẳng thế ở gần M nên có thể kết luận: vectơ $\vec{E}$ trực giao với mặt đẳng thế.

Ta đã biết các đường sức điện trường diễn tả phương chiều của vectơ điện trường nên cũng có thể kết luận: *Các đường sức điện trường luôn trực giao với các mặt đẳng thế.*



Hình 1.24

d) Xét hai mặt đẳng thế gần nhau, tương ứng với các giá trị điện thế V và V + ΔV. Trên một đường sức cắt hai mặt đẳng thế ấy lần lượt tại M và N, vectơ điện trường $\vec{E}$ cùng phương với MN và

$$V_M - V_N = V - (V + \Delta V) = \vec{E}.\overline{MN} \qquad (1.62)$$

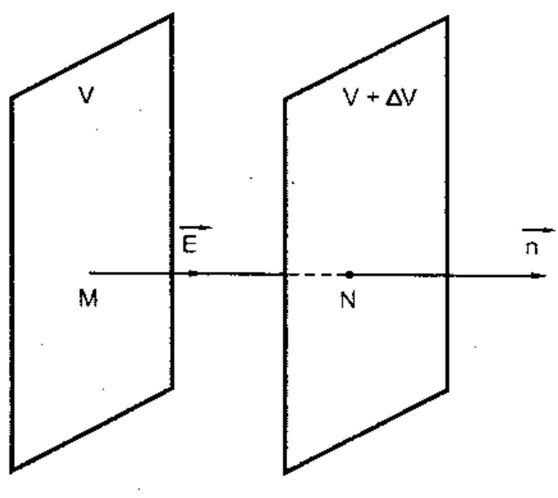
Ta biết rằng phương MN trực giao với các mặt đẳng thế nghĩa là nằm theo pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt đẳng thế. Chọn chiều dương $\vec{n}$ là chiều điện trường, có thể đặt: MN = Δn.

Vậy (1.62) thành ra: $-\Delta V = E_n \Delta n$

nghĩa là: $E_n = -\dfrac{\Delta V}{\Delta n}$ (1.63)

Ta thấy $E_n > 0$ dẫn tới $\Delta V < 0$, nghĩa là chiều của $\vec{E}$ là chiều giảm điện thế (hình 1.25).

Tóm lại: *Vectơ điện trường có phương trực giao với các mặt đẳng thế, có chiều là chiều giảm điện thế và có độ lớn bằng độ giảm điện thế trên đơn vị độ dài dọc theo đường sức.*



Hình 1.25

§6. ĐỊNH LÝ GAU-XƠ

6.1. Một số công cụ toán

1. Mặt có định hướng

a) Xét một phần S của một mặt trên đó ta có thể phân biệt: mặt dưới (hoặc mặt trái) thường quy ước là mặt – và mặt trên (hoặc mặt phải) thường quy ước là mặt +. Một phần tử dS chứa điểm M thuộc S được đặc trưng bởi vectơ:

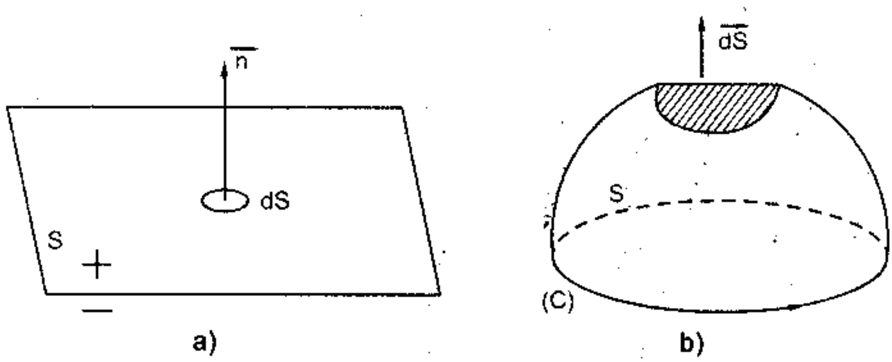
$$d\vec{S} = \vec{n}dS \tag{1.64}$$

trong đó $\vec{n}$ là vectơ pháp tuyến đơn vị tại M của S hướng từ mặt – sang mặt + (còn gọi là pháp tuyến dương). Nếu S là mặt kín ta thường quy ước mặt trong là mặt – và mặt ngoài là mặt +.

b) Mạch kín là một đường cong kín có định hướng.

Xét một mặt S giới hạn bởi một mạch kín (C) (ta cũng nói S tựa trên (C)).

Sự định hướng mặt S thường dựa vào quy tắc sau đây gọi là quy tắc Stokes: Một cái vặn nút chai khi xoay theo chiều của (C) sẽ xuyên qua S từ mặt – sang mặt +.



Hình 1.26

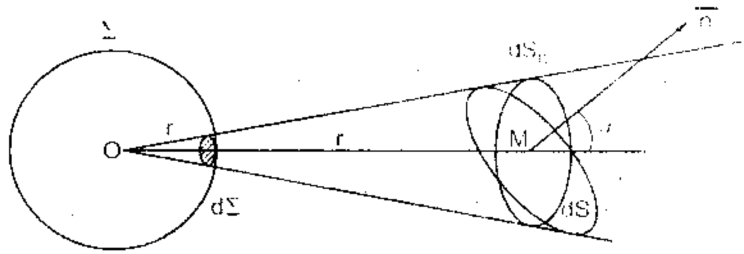
2. Góc khối

Cho một diện tích vi phân dS thuộc một mặt S có định hướng và một điểm O ngoài dS; M là một điểm bất kỳ thuộc dS, cách O một đoạn OM = r. Ta gọi $\vec{n}$ là vectơ pháp tuyến dương của dS (có độ dài đơn vị); Giả sử A là góc tạo bởi hai vectơ $\vec{n}$ và $\vec{OM} = \vec{r}$, ta định nghĩa góc khối từ O nhìn diện tích dS là đại lượng:

$$d\Omega = \frac{dS\cos\alpha}{r^2} \tag{1.65}$$

Với định nghĩa này, góc khối $d\Omega$ là một đại lượng vô hướng: $d\Omega > 0$ khi α nhọn và $d\Omega < 0$ khi α tù. Dễ dàng nhận thấy:

$$|d\Omega| = \frac{dS_n}{r^2} \tag{1.66}$$



Hình 1.27. **Định nghĩa góc khối**

Nếu vẽ mặt cầu $\sum$ (tâm O, bán kính đơn vị) và gọi $d\sum$ là phần diện tích mặt cầu $\sum$ nằm trong hình nón đỉnh O tựa trên đường chu vi của dS, ta thấy $d\sum$ và dS_n có thể coi là hai mặt đồng dạng phối cảnh đối với tâm O. Do đó:

$$\frac{d\sum}{1^2} = \frac{dS_n}{r^2} \qquad \text{nghĩa là } |d\Omega| = d\sum \tag{1.67}$$

+ Nếu chọn chiều pháp tuyến dương, hướng ra ngoài O thì $d\Omega > 0$ và $d\Omega = +d\sum$;

Nếu chọn chiều pháp tuyến dương, hướng vào trong O thì $d\Omega < 0$ và $d\Omega = -d\sum$. (1.68)

Đơn vị góc khối là stêradian (sr). Góc khối trong không gian là sự mở rộng khái niệm góc phẳng trong mặt phẳng.

Để xác định góc khối từ O nhìn một mặt S bất kỳ, trước hết ta chia S thành những diện tích vi phân dS rồi xác định góc khối $d\Omega$ từ O nhìn dS sau đó tích phân cho cả mặt S:

$$\Omega = \int_S d\Omega = \int_S \frac{dS\cos\alpha}{r^2} \tag{1.69}$$

Giá trị tuyệt đối $|\Omega|$ chính là phần diện tích mặt cầu (tâm O, bán kính 1) nằm trong mặt nón đỉnh O tựa trên chu vi của S.

Đặc biệt nếu S là một mặt kín bao quanh O thì góc khối Ω từ O nhìn S có giá trị tuyệt đối bằng diện tích cả mặt cầu $\sum$ (tâm O, r = 1).

$$|\Omega| = 4\pi 1^2 = 4\pi \tag{1.70}$$

Nếu chọn pháp tuyến dương $\vec{n}$ hướng vào trong mặt S thì: $\Omega = +4\pi$.

6.2. Vectơ điện cảm – Điện thông

1. Định nghĩa

Tại một điểm trong không gian có điện trường, vectơ điện cảm ký hiệu là $\vec{D}$ được định nghĩa bởi:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} \tag{1.71}$$

Công thức (1.71) thực ra chỉ đúng đối với các môi trường đẳng hướng. Trong các môi trường dị hướng công thức ấy được viết lại dưới dạng phức tạp hơn (dạng tenxơ).

Từ (1.71) suy ra: $$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon_0 \varepsilon} \tag{1.71a}$$

Tại mỗi điểm trong môi trường đẳng hướng, hai vectơ $\vec{D}$ và $\vec{E}$ luôn cùng hướng.

Ví dụ: Điện cảm D gây bởi:

a) Điện tích điểm q (> 0) tại một điểm cách vị trí đặt q một khoảng r:

$$D = \frac{q}{4\pi r^2} \tag{1.72}$$

b) Dây dài vô hạn tích điện đều mật độ dài λ (> 0) tại một điểm cách dây một khoảng r:

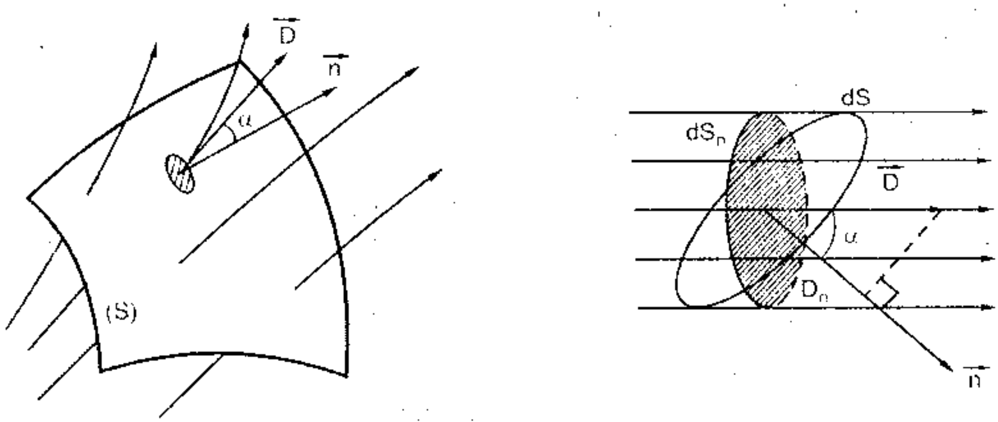
$$D = \frac{\lambda}{2\pi r} \tag{1.73}$$

Như vậy, tại mỗi điểm trong điện trường, D chỉ phụ thuộc q, tức là nguồn sinh ra điện trường mà không phụ thuộc vào tính chất của môi trường. Theo (1.72, 1.73) trong hệ đơn vị SI, điện cảm được đo bằng đơn vị culông trên mét vuông (C/m^2).

Người ta cũng định nghĩa đường điện cảm giống như đường sức điện trường: *Đường điện cảm là đường cong mà tiếp tuyến tại mỗi điểm của nó trùng với phương của vectơ* $\vec{D}$ *, chiều của đường điện cảm là chiều của* $\vec{D}$. Số đường điện cảm vẽ qua một đơn vị diện tích đặt vuông góc với đường điện cảm tỷ lệ với giá trị của điện cảm D (tại nơi đặt điện tích).

2. Điện thông

Giả sử ta đặt một diện tích S trong một điện trường bất kỳ (hình 1.28a). Ta chia diện tích S thành những diện tích vô cùng nhỏ dS sao cho vectơ điện cảm $\vec{D}$ tại mọi điểm trên diện tích dS ấy có thể coi là bằng nhau (đều) (hình 1.28b).



***Hình 1.28.* Định nghĩa điện thông**

Theo định nghĩa, điện thông gửi qua diện tích dS bằng:

$$d\Phi_e = \vec{D}d\vec{S} \tag{1.74}$$

trong đó $\vec{D}$ là vectơ điện cảm tại một điểm bất kỳ trên dS. $d\vec{S}$ là vectơ diện tích hướng theo pháp tuyến dương $\vec{n}$: $d\vec{S} = \vec{n}dS$.

Điện thông gửi qua toàn bộ diện tích S bằng:

$$\Phi_e = \int_{(S)} d\Phi_e = \int_{(S)} \vec{D}.d\vec{S} \tag{1.75}$$

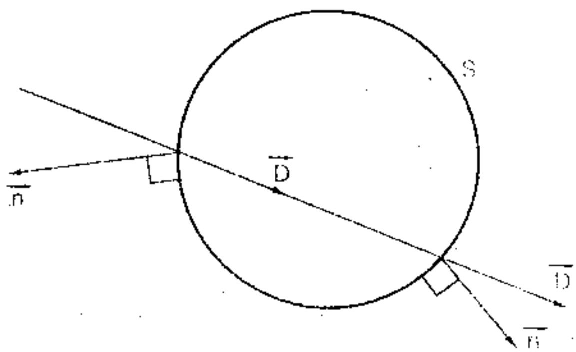
Nếu gọi α là góc hợp bởi $\vec{n}$ và $\vec{D}$, ta có:

$$d\Phi_e = \vec{D}d\vec{S} = DdS\cos\alpha = D_n dS \tag{1.76}$$

$$\Phi_e = \int_{(S)} \vec{D}.d\vec{S} = \int_{(S)} D_n dS \qquad (1.77)$$

trong đó $D_n = D\cos\alpha$ chính là hình chiếu của $\vec{D}$ trên pháp tuyến $\vec{n}$. Từ các biểu thức trên ta nhận thấy điện thông là một đại lượng đại số, dấu của nó phụ thuộc vào góc α (nhọn hay tù), nghĩa là phụ thuộc vào sự chọn chiều của pháp tuyến $\vec{n}$.

Đối với mặt kín, ta luôn luôn chọn chiều của $\vec{n}$ là *chiều hướng ra phía ngoài mặt đó.* Vì thế, tại những nơi mà vectơ điện cảm $\vec{D}$ hướng ra ngoài mặt kín, điện thông $d\Phi_e$ tương ứng là dương; tại những nơi $\vec{D}$ hướng vào trong mặt kín, điện thông $d\Phi_e$ tương ứng là âm (hình 1.29).



***Hình 1.29.* Xét dấu của điện thông $d\Phi_e$ qua các phần tử diện tích dS của mặt kín**

Mặt khác qua hình vẽ 1.29 ta thấy, số đường điện cảm qua dS cũng bằng số đường điện cảm qua dS_n – hình chiếu của diện tích dS trên mặt phẳng vuông góc với các đường điện cảm. Theo quy ước vẽ số đường điện cảm thì DdS_n có độ lớn tỷ lệ với số đường điện cảm qua dS_n (tức qua dS). Vì vậy: *Điện thông qua diện tích dS có độ lớn tỷ lệ với số đường điện cảm vẽ qua diện tích đó.*

6.3. Thiết lập định lý Gau-xơ

1. Điện thông xuất phát từ một điện tích điểm q

a) Cho một điện tích điểm q đặt tại vị trí O cố định; trong khoảng không gian xung quanh q tồn tại điện trường của q.

Xét một diện tích vi phân dS và gọi $\vec{n}$ là vectơ pháp tuyến dương (độ dài đơn vị) của dS, có chiều hướng ra ngoài O. Tại một điểm M của dS

(OM = r) vectơ điện cảm $\vec{D}$ có phương nằm theo $\overline{OM} = \vec{r}$, có chiều từ O đi ra nếu q > 0, đi vào O nếu q < 0 và có độ lớn:

$$D = \frac{1}{4\pi}\frac{|q|}{r^2}$$

Điện thông qua diện tích vi phân dS cho bởi:

$$d\Phi_e = D\,dS\cos\alpha = \frac{|q|}{4\pi}\frac{dS\cos\alpha}{r^2}$$

hay theo định nghĩa của góc khối (1.65):

$$d\Phi_e = \frac{|q|}{4\pi}d\Omega$$

$d\Omega$ là góc khối từ O nhìn dS; ta có thể viết:

$$d\Phi_e = \frac{q}{4\pi}d\Omega \tag{1.78}$$

và dễ dàng nghiệm lại rằng đẳng thức trên đúng trong cả hai trường hợp q > 0 và q < 0.

b) Bây giờ ta tính điện thông đi qua một mặt kín S bao quanh q: điện thông ấy bằng tích phân $\Phi_e = \int_S d\Phi_e = \frac{q}{4\pi}\int_S d\Omega$ tích phân theo toàn mặt kín S bao quanh O với quy ước pháp tuyến dương hướng ra ngoài S: trong điều kiện ấy theo kết quả (1.70) ta có $\int_S d\Omega = 4\pi$.

Vậy điện thông qua mặt kín S (với quy ước pháp tuyến dương hướng ra ngoài S) do điện tích q chứa trong S gây ra có giá trị:

$$\Phi_e = q \tag{1.79}$$

Dễ dàng nghiệm lại rằng hệ thức này đúng trong cả hai trường hợp q > 0 và q < 0.

c) Trong trường hợp điện tích q nằm ngoài mặt kín S, điện thông qua S cho bởi:

$$\Phi_e = \frac{q}{4\pi}\int_S d\Omega \tag{1.80}$$

Ta dựng mặt nón đỉnh O tiếp xúc với mặt kín S, đường tiếp xúc của mặt nón ấy với S chia S thành hai phần S_1 và S_2. Khi đó, tích phân góc khối đối với S tách thành tổng hai tích phân:

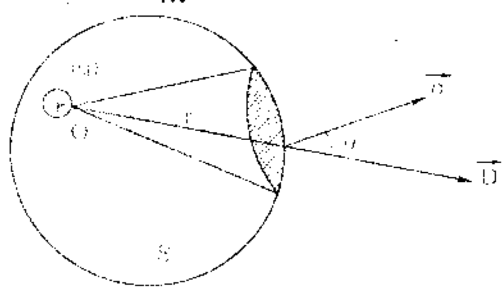
$$\int_S d\Omega = \int_{S_1} d\Omega + \int_{S_2} d\Omega$$

với quy ước chọn chiều pháp tuyến dương tại một điểm trên S luôn hướng ra ngoài S. Theo kết quả (1.67), (1.68) ta có:

$$\int_{S_1} d\Omega = +\Delta\sum \ ; \quad \int_{S_2} d\Omega = -\Delta\sum$$

với $\Delta\sum$ là phần diện tích của mặt cầu (tâm O, bán kính r = 1) nằm trong hình nón tiếp xúc nói trên. Cuối cùng ta được điện thông Φ_e qua S:

$$\Phi_e = \frac{q}{4\pi}\left(\Delta\sum - \Delta\sum\right) = 0$$



***Hình 1.30.* Điện thông xuất phát từ q nằm trong mặt kín**

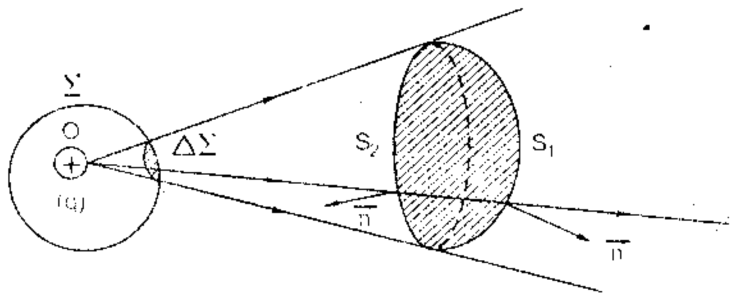
d) Kết luận: Điện thông do một điện tích q gây ra qua mặt kín S có giá trị bằng q nếu q ở trong mặt kín S và bằng 0 nếu q ở ngoài mặt kín S (với quy ước chọn chiều pháp tuyến dương hướng ra ngoài S).

Trong trường hợp có nhiều điện tích $q_1, q_2, q_3,...$ theo nguyên lý chồng chất điện trường, ta suy ra rằng: điện thông qua mặt kín S bằng tổng điện thông do từng điện tích gây ra qua mặt kín S. Kết quả là ta có phát biểu sau đây gọi là định lý Gau-xơ.

Điện thông qua một mặt kín S bằng tổng đại số các điện tích chứa bên trong mặt kín S đó (với quy ước chọn chiều pháp tuyến dương hướng ra ngoài S).

2. Ứng dụng định lý Gau-xơ để tính toán điện trường: Định lý Gau-xơ cho phép ta tính cường độ điện trường một cách đơn giản trong trường hợp có một số tính chất đối xứng nào đấy.

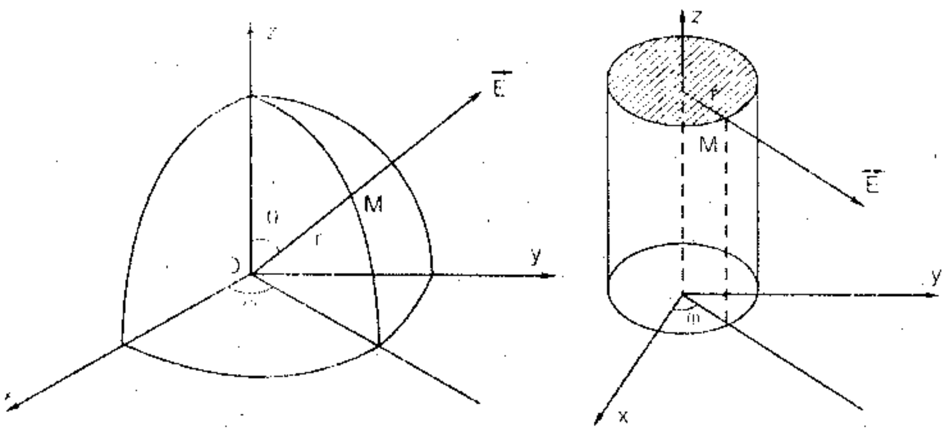
Một điện trường gọi là *đối xứng cầu* nếu trong toạ độ cầu (r, θ, φ), vectơ điện trường $\vec{E}$ chỉ phụ thuộc r. Khi đó tại mọi điểm trên mặt cầu (O, r), vectơ $\vec{E}$ có phương nằm theo bán kính và có cường độ không đổi.



***Hình 1.31*. Điện thông xuất phát từ q qua mặt kín S**

Một điện trường gọi là *đối xứng trục* nếu trong toạ độ trụ (r, φ, z) vectơ điện trường $\vec{E}$ chỉ phụ thuộc (r, z): trục z là trục đối xứng tròn xoay.

Một điện trường gọi là *đối xứng trụ* nếu trong toạ độ trụ (r, φ, z), vectơ điện trường $\vec{E}$ chỉ phụ thuộc r. Khi đó tại mọi điểm trên một mặt trụ có trục là Oz, có bán kính r, vectơ $\vec{E}$ có phương trực giao với mặt trục và có cường độ không đổi.



Hình 1.32

Những điều nói trên về vectơ điện trường $\vec{E}$ cũng đúng với vectơ $\vec{D}$. Dễ dàng thấy rằng nếu một phân bố điện tích có những tính chất đối xứng nào đấy thì điện trường sinh ra cũng có những tính chất đối xứng ấy.

+ Trong toạ độ cầu một phân bố điện tích có mật độ điện khối chỉ phụ thuộc r: ρ(M) = ρ(r) (OM = r) sẽ sinh ra điện trường có tính chất đối xứng cầu.

+ Trong toạ độ trụ, một phân bố điện tích có mật độ điện khối chỉ phụ thuộc r: ρ(M) = ρ(r) (r là khoảng cách từ M đến trục z) sẽ sinh ra điện trường có tính chất đối xứng trụ, xung quanh trục z.

Bài tập ví dụ 1.20

Khối cầu (O, R) tích điện đều, mật độ $\rho > 0$ không đổi. Xác định cường độ điện trường tại M: OM = r. Xét r > R và r < R.

Giải

Điện trường ở đây có tính chất đối xứng cầu: vectơ điện cảm tại M có phương nằm theo OM và có cường độ chỉ phụ thuộc r. Vẽ mặt cầu S (O, r) như hình 1.33: điện thông qua S cho bởi:

$$\Phi_e = \int_S \vec{D}\,d\vec{S} = \int_S D\,dS\cos 0^\circ = D\int_S dS = DS = D4\pi r^2$$

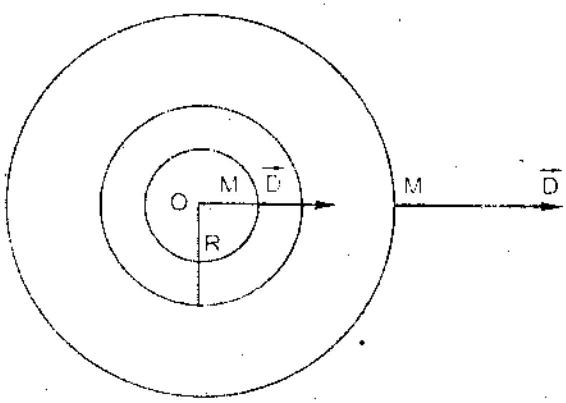
(vì trên mặt S, độ lớn của D không đổi).

Theo định lý Gau-xơ thì $\Phi_e = q$ với q là tổng điện tích chứa bên trong mặt S.

a) Nếu r > R thì q là điện tích của cả khối cầu (O, R) $q = \frac{4}{3}\pi R^3\rho$ và

$$D\,4\pi r^2 = q$$

$$D = \frac{q}{4\pi r^2}$$



Hình 1.33

b) Nếu r < R thì q là điện tích chứa trong hình cầu (O, r)

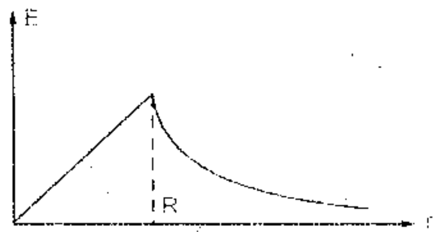
$$q = \frac{4}{3}\pi r^3\rho \quad \text{và} \quad D4\pi r^2 = \frac{4}{3}\pi r^3\rho$$

$$D = \frac{\rho}{3}r = \frac{q}{4\pi R^3}r$$

Từ đó suy ra cường độ điện trường $E = \dfrac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon}$ tại M (OM = r)

$$E \left| \begin{array}{ll} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2} & (r > R) \\ = \dfrac{\rho r}{3\varepsilon_0 \varepsilon} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon R^3} r & (r < R) \end{array} \right. \qquad (1.81)$$

Sự phụ thuộc của E theo (r) được diễn tả trên hình (1.34).



Hình 1.34

Bài tập ví dụ 1.21

Hình trụ trục z, bán kính R dài vô hạn, mật độ điện dài dọc theo trục z bằng λ (> 0). Xác định cường độ điện trường tại M cách trục z một đoạn r.

Giải

Điện trường ở đây có tính chất đối xứng trụ xung quanh trục z. Vẽ mặt trụ kín S trục z đi qua M, có độ dài bằng l, điện thông qua mặt kín S bằng: Φ_e = điện thông qua hai đáy + điện thông qua mặt bên; trong đó điện thông qua hai đáy bằng 0 (vì vectơ $\vec{D}$ // mặt đáy), còn điện thông qua mặt bên = $2\pi r l D$.

Vậy: $\Phi_e = 2\pi r l D$.

Theo định lý Gau-xơ: $\Phi_e = q$ = tổng điện tích chứa trong S. Dễ dàng thấy:

a) r > R

$$q = \lambda l$$

$$2\pi r l D = \lambda l$$

$$D = \frac{\lambda}{2\pi r}$$

b) r < R

$$q = \lambda' l$$

với $$\frac{\lambda' l}{\lambda l} = \frac{4\pi r^2 l}{4\pi R^2 l}$$ (điện tích tỷ lệ với thể tích)

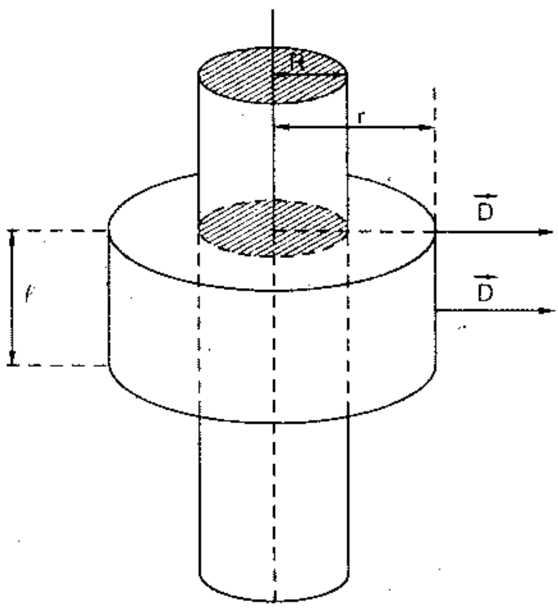
$$q = \lambda \frac{r^2}{R^2} l \text{ và}$$

$$2\pi r l\, D = \lambda \frac{r^2}{R^2} l$$

$$D = \frac{\lambda}{2\pi R^2} r$$

Từ đó ta suy ra cường độ điện trường $E = \dfrac{D}{\varepsilon_o \varepsilon}$

$$E \begin{cases} = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o\varepsilon r} & (r > R) \\ = \dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon R^2} r & (r < R) \end{cases} \quad (1.82)$$



Hình 1.35

BÀI TẬP TỰ GIẢI

1.1. Cho ba điện tích điểm q_1, q_2, q_3 đặt tại ba đỉnh A, B, C của một hình vuông ABCD. Xác định hệ thức giữa q_1, q_2, q_3 để cho cường độ điện trường tại đỉnh D bằng 0.

1.2. Cho hai điện tích điểm q và –q đặt tại hai điểm cố định AB (AB = 2a).

1) Xác định $\vec{E}$ tại M (MA = MB = r).

2) Tại điểm M nào trong số các điểm cách đều A, B cường độ điện trường cực đại?

1.3. Vòng tròn (O, R) tích điện q phân bố đều.

1) Xác định cường độ điện trường tại điểm M trên trục vòng tròn (OM = z).

2) Xác định giá trị của z để E có giá trị cực đại.

1.4. Cho hai điện tích $q_1 = 6.10^{-6}C$, $q_2 = -q_1$ đặt tại hai đỉnh A, B của mặt hình chữ nhật ABCD:

AB = DC = 40cm ; AD = BC = 30cm

1) Xác định hiệu điện thế U_{DC}.

2) Xác định công dịch chuyển điện tích $q_o = 5.10^{-6}C$ từ C đến D. Cho $\varepsilon = 1$.

1.5. Cho hai mặt phẳng vô hạn song song tích điện đều, mật độ điện mặt $+\sigma$ và $-\sigma$ cách nhau 5mm; cho biết cường độ điện trường giữa hai mặt ấy bằng $E = 10^4V/m$, hãy xác định:

1) Hiệu điện thế U giữa hai mặt ấy;

2) Giá trị của σ; cho $\varepsilon = 1$.

1.6. Hai điện tích điểm $q_1 = 3.10^{-6}C$, $q_2 = -2.10^{-6}C$ đặt tại A, B cách nhau AB = 50cm. Tìm quỹ tích những điểm tại đó V = 0.

1.7. Dây dẫn thẳng dài vô hạn tích điện đều, mật độ điện dài bằng λ. Xác định hiệu điện thế U_{AB} giữa hai điểm A, B cách dây dẫn những khoảng bằng r_1 và r_2 ($\varepsilon = 1$).

1.8.* Quả cầu (O, R) tích điện đều mật độ điện khối bằng ρ. Xác định hiệu điện thế giữa hai điểm AB (OA = R; OB = r).

Chương 2

VẬT DẪN – TỤ ĐIỆN

Trong chương này chúng ta nghiên cứu các vật dẫn điện (kim loại, hợp kim) tích điện cân bằng.

§1. NHỮNG TÍNH CHẤT CỦA VẬT DẪN TÍCH ĐIỆN CÂN BẰNG

1.1. Định nghĩa

Một vật dẫn tích điện được gọi là (ở trạng thái) *cân bằng* (về điện) khi các điện tích trong vật dẫn ấy không chuyển động (để tạo thành dòng điện). Để cho một vật dẫn tích điện cân bằng, *điều kiện cần là điện trường bên trong vật dẫn ấy phải bằng không*:

$$\vec{E}_{trong} = \vec{0} \tag{2.1}$$

Quả vậy, nếu $\vec{E}_{trong} \neq \vec{0}$ thì các điện tích trong vật dẫn chịu tác dụng của lực điện trường: dưới tác dụng của những lực này, các điện tích bên trong vật dẫn chuyển dời có hướng tạo thành dòng điện. Điều này mâu thuẫn với định nghĩa tích điện cân bằng.

1.2. Những tính chất cơ bản của vật dẫn tích điện cân bằng

a) Vật dẫn tích điện cân bằng là một khối đẳng thế

Quả vậy, xét hai điểm bất kỳ M, N trong vật dẫn. Theo (1.44) ta có:

$$V_M - V_N = \int_{MN} \vec{E}_{trong} d\vec{s} = 0 \quad (\text{vì } \vec{E}_{trong} = \vec{0})$$

Nghĩa là: $\quad V_M = V_N$

Mọi điểm bên trong vật dẫn có cùng điện thế, giá trị điện thế này gọi là điện thế của vật dẫn. Do tính chất liên tục của điện thế, những điểm nằm trên mặt vật dẫn có điện thế bằng điện thế của những điểm nằm ngay sát mặt vật dẫn. Nói cách khác: Mặt vật dẫn tích điện cân bằng là một mặt đẳng thế.

Hệ quả: Ở ngoài các vật dẫn tích điện cân bằng, các đường sức điện trường trực giao với mặt vật dẫn.

b) Khi vật dẫn tích điện cân bằng, điện tích chỉ phân bố trên bề mặt của vật dẫn

Quả vậy, ta tưởng tượng lấy một mặt kín S nằm trong vật dẫn tích điện cân bằng. Theo định lý Gau-xơ, tổng điện tích q chứa trong mặt kín S bằng điện thông qua mặt S.

$$q = \oint_S \vec{D}\,d\vec{S} = \vec{0} \text{ vì } \vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon\vec{E}_{trong} = \vec{0}$$

Vì mặt kín S bất kỳ nên ta kết luận: *Điện tích không tập trung ở bên trong mà chỉ phân bố trên bề mặt của vật dẫn tích điện cân bằng.*

c) Nếu trong vật dẫn tích điện cân bằng có những lỗ rỗng thì với lý luận tương tự như trên ta kết luận rằng:

– Điện trường trong lỗ rỗng và ở thành lỗ rỗng bằng 0.

– Không có điện tích ở trong lỗ rỗng và trên thành lỗ rỗng.

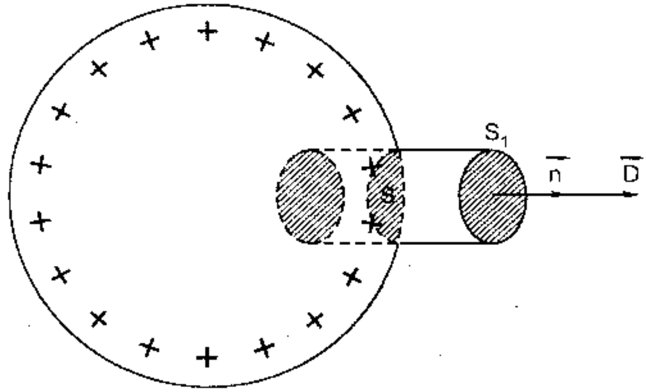
d) Một vật dẫn rỗng hay đặc nếu *được giữ ở trạng thái có điện thế luôn không đổi* (chẳng hạn bằng cách nối vật ấy với đất) thì cũng có thể coi là ở trạng thái tích điện cân bằng, và khi đó: $\vec{E}_{trong} = -\overline{\text{grad}}\,V = \vec{0}$.

Hệ quả: Một vật dẫn rỗng nếu được nối đất thì điện trường bên trong lỗ rỗng luôn bằng 0. Một vật dẫn khác nằm trong lỗ rỗng sẽ không bị ảnh hưởng bởi điện trường ngoài.

Như vậy: Vật dẫn nối đất có tác dụng triệt tiêu ảnh hưởng của điện trường ngoài đối với các vật dẫn bên trong. Các vật rỗng như vậy được gọi là *màn điện.*

1.3. Định lý Culông

Xét một điểm M nằm ngoài một vật dẫn tích điện cân bằng và gần sát mặt vật dẫn ấy (hình 2.1). Vectơ điện trường và điện cảm tại M có phương trực giao với mặt vật dẫn. Ta gọi σ là mật độ điện mặt trên mặt vật dẫn tại M.



Hình 2.1

Định lý Culông khẳng định rằng: *cường độ điện trường tại M tỷ lệ với* σ:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon} \text{ (ở đây giả thiết } \sigma > 0). \qquad (2.2)$$

Bài tập ví dụ 2.1

Thiết lập định lý Culông.

Giải

Lấy một mặt có diện tích S_1 đủ nhỏ chứa điểm M và song song với mặt vật dẫn. Ta vẽ mặt trụ kín có đáy S_1, có các đường sinh vuông góc với mặt vật dẫn và đáy thứ hai nằm trong vật dẫn.

Vectơ điện cảm $\vec{D}$ vuông góc với đáy S_1, song song với mặt bên của hình trụ và bằng 0 ở bên trong vật dẫn. Điện thông qua mặt kín S cho bởi:

$$\Phi_e = \Phi_{\text{qua } S_1} + \Phi_{\text{qua mặt bên}} + \Phi_{\text{qua đáy thứ hai}} = S_1D + 0 + 0$$

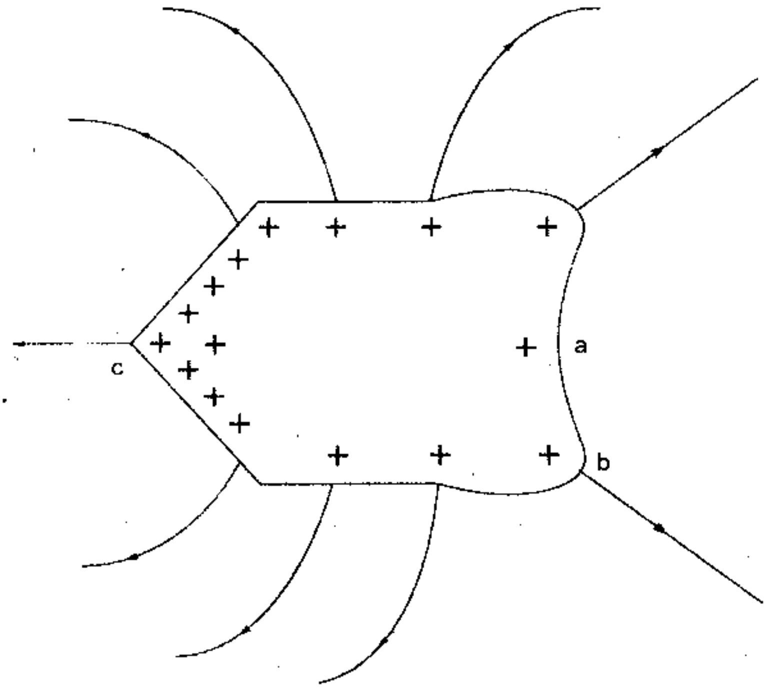
Mặt khác điện tích chứa trong mặt kín S là điện tích chứa trên diện tích S_1 của mặt dẫn: $q = S_1\sigma$.

Theo định lý Gau-xơ: $S_1D = S_1\sigma \Rightarrow D = \sigma$

và $$E = \frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}$$

Hệ quả: hiệu ứng mũi nhọn

Lý thuyết và thực nghiệm đã chứng tỏ sự phân bố điện tích trên mặt vật dẫn chỉ phụ thuộc vào hình dạng của mặt vật đó. Vì lý do đối xứng, trên những vật dẫn có dạng mặt cầu, mặt phẳng vô hạn, mặt trụ dài vô hạn... điện tích được phân bố đều. Đối với những vật dẫn có hình dạng bất kỳ, sự phân bố điện tích trên mặt vật dẫn sẽ không đều.



***Hình 2.2.* Sự phân bố điện tích trên vật dẫn**

Hình 2.2 biểu diễn sự phân bố điện tích và điện phổ của vật dẫn có dạng lồi lõm khác nhau. Qua hình vẽ ta thấy: ở những chỗ lõm (a), điện tích hầu như bằng không, ở những chỗ lồi hơn (b) điện tích được phân bố nhiều hơn; đặc biệt, điện tích được tập trung ở những chỗ có mũi nhọn (c). Vì vậy, tại vùng lân cận mũi nhọn điện trường rất mạnh. Dưới tác dụng của điện trường này, một số ion dương và electron có sẵn trong khí quyển (do tác dụng ion hoá của các tia vũ trụ, tia phóng xạ...) chuyển động có gia tốc và nhanh chóng đạt vận tốc lớn. Chúng va chạm vào các phân tử không khí, gây ra hiện tượng ion hoá: số ion này sinh ra ngày càng nhiều. Các hạt mang điện trái dấu với điện tích trên mũi nhọn sẽ bị mũi nhọn hút vào, do đó điện tích trên mũi nhọn mất dần (vì bị trung hoà bởi các điện tích trái dấu). Trái lại, các hạt mang điện cùng dấu với điện tích của mũi nhọn sẽ bị đẩy ra xa; chúng kéo theo các phân tử không khí, tạo thành một luồng gió và được gọi là *gió điện*. Hiện tượng mũi nhọn bị mất dần điện tích và tạo thành gió điện được gọi là *hiệu ứng mũi nhọn*.

Trong một số máy tĩnh điện làm việc với điện thế cao, để tránh mất điện tích do hiệu ứng mũi nhọn sinh ra, người ta thường làm một số bộ phận kim loại của máy không ở dạng mũi nhọn mà ở dạng mặt có bán kính cong lớn, hoặc mặt cầu... Ngược lại, trong nhiều trường hợp người ta sử dụng hiệu ứng mũi nhọn để phóng nhanh điện tích tập trung trên vật ra ngoài khí quyển. Chẳng hạn, khi bay qua những đám mây, máy bay thường bị tích điện. Do đó, điện thế của thân máy bay thay đổi, ảnh hưởng đến việc sử dụng các thiết bị điện trên máy bay. Vì vậy, trên thân máy bay (đặc biệt máy bay có vận tốc lớn) người ta thường gắn một thanh kim loại nhọn (hoặc dây kim loại). Do hiệu ứng mũi nhọn, điện tích trên thân máy bay sẽ mất đi nhanh chóng.

1.4. Điện dung của một vật dẫn cô lập

Trong phần này ta xét một vật dẫn ở xa các vật dẫn khác (vật dẫn cô lập).

Lý thuyết và thực nghiệm chứng tỏ rằng khi một vật dẫn cô lập tích điện thì điện tích q và điện thế V của vật dẫn ấy luôn tỷ lệ với nhau.

Ví dụ: Xét mặt quả cầu kim loại (O, R) cô lập tích điện đều q. Vì điện tích chỉ tập trung ở trên mặt vật dẫn (tích điện cân bằng) nên quả cầu ấy tương đương với mặt cầu (O, R) tích điện đều. Điện thế V tại một điểm bất kỳ bên trong và trên mặt cầu cho bởi (1.41):

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R}$$

nghĩa là
$$q = (4\pi\varepsilon_0\varepsilon R)V \tag{2.3}$$

Định nghĩa: *Tỷ số không đổi giữa điện tích và điện thế của một vật dẫn cô lập được gọi là điện dung của vật dẫn ấy.*

Điện dung của vật dẫn được ký hiệu là C.

$$C = \frac{q}{V} \tag{2.4}$$

Trong hệ SI, điện dung C tính ra đơn vị fara (F).

Một vài ước số của fara:

microfara: $1\mu F = 10^{-6}F$

nanofara: $1nF = 10^{-9}F$

picofara: $1pF = 10^{-12}F$

Theo (2.3) có thể tính điện dung của quả cầu kim loại (O, R)

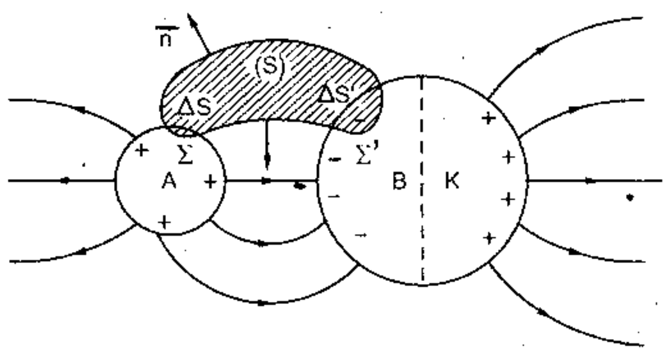
$$C = \frac{q}{V} = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R \qquad (2.5)$$

Nói chung, điện dung của một vật dẫn phụ thuộc hình dạng, kích thước vật dẫn ấy, đồng thời phụ thuộc môi trường xung quanh.

§2. HIỆN TƯỢNG ĐIỆN HƯỞNG

2.1. Hiện tượng điện hưởng

Khi đặt một vật dẫn chưa mang điện (BK) trong điện trường ngoài (hình vẽ 2.3) do một quả cầu kim loại mang điện dương gây ra) thì dưới tác dụng của lực điện trường các electron trong vật dẫn BK sẽ chuyển dời có hướng ngược chiều điện trường. Kết quả là trên các mặt giới hạn BK của vật dẫn xuất hiện các điện tích trái dấu. Các điện tích này được gọi là *các điện tích cảm ứng.*



Hình 2.3. **Hiện tượng điện hưởng**

Các điện tích cảm ứng gây ra bên trong vật dẫn một điện trường phụ ngày càng lớn và ngược với điện trường ngoài làm cho điện trường tổng hợp yếu dần. Các electron tự do trong vật dẫn chỉ ngừng chuyển động có hướng khi cường độ điện trường tổng hợp bên trong vật dẫn bằng không và đường sức điện trường ở ngoài vuông góc với mặt vật dẫn, nghĩa là khi điều kiện cân bằng tĩnh điện được thực hiện.

Khi đó các điện tích cảm ứng sẽ có độ lớn xác định. Dễ dàng thấy rằng điện tích cảm ứng âm (do thừa electron ở B), và điện tích cảm ứng dương (do thiếu electron ở K) có giá trị tuyệt đối bằng nhau.

Hiện tượng các điện tích cảm ứng xuất hiện trên vật dẫn (lúc đầu không mang điện) *khi đặt trong điện trường ngoài được gọi là hiện tượng điện hưởng.*

Do hiện tượng điện hưởng, điện phổ của điện trường ngoài đã bị thay đổi. Hình 2.3 cho thấy: một số đường sức điện trường bị gián đoạn trên vật dẫn; chúng bị cong lại và tận cùng trên mặt B có điện tích cảm ứng âm, rồi lại xuất phát từ mặt K có điện tích cảm ứng dương. Rõ ràng điện tích trên vật mang điện A và điện tích cảm ứng có quan hệ với nhau. Quan hệ đó được diễn tả trong *định lý các phần tử tương ứng.*

2.2. Định lý các phần tử tương ứng

Xét một ống đường sức tạo bởi tập hợp đường điện cảm tựa trên chu vi của một phần tử diện tích ΔS trên vật mang điện A. Giả sử tập hợp đường điện cảm này tới tận cùng trên chu vi của phần tử diện tích $\Delta S'$ trên mặt vật dẫn BK (hình 2.3). Các phần tử diện tích $\Delta S'$ chọn như trên được gọi là *các phần tử tương ứng.*

Ta tưởng tượng vẽ một mặt kín (S) hợp bởi ống đường điện cảm ứng nói trên và hai mặt $\sum$, $\sum'$ lấy trong các vật A và (BK). Mặt $\sum$ tựa trên chu vi của ΔS, mặt $\sum'$ tựa trên chu vi của $\Delta S'$. Theo định lý Gau-xơ, điện thông qua mặt kín (S) bằng:

$$\Phi_e = \int_{(S)} D_n dS = \sum q_i = \Delta q + \Delta q' \qquad (2.6)$$

trong đó Δq và $\Delta q'$ lần lượt là điện tích trên ΔS và $\Delta S'$. Tại mọi điểm trên ống đường điện cảm ứng $D_n = 0$, còn tại mọi điểm trên $\sum$ và $\sum'$ trong các vật A và (BK): $D = 0$, do đó (2.6) cho:

$$\Phi_e = \Delta q + \Delta q' = 0 \qquad (2.6a)$$

Vậy: *Điện tích cảm ứng trên các phần tử tương ứng có độ lớn bằng nhau và trái dấu.* Đó chính là nội dung của *định lý các phần tử tương ứng.*

2.3. Điện hưởng một phần và điện hưởng toàn phần

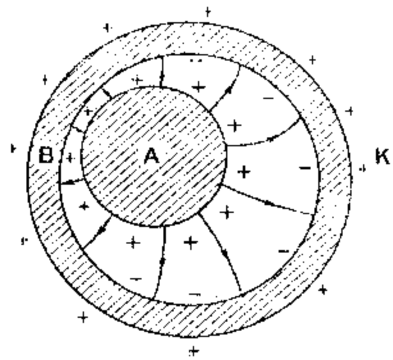
Gọi q và q' lần lượt là điện tích tổng của vật A và độ lớn của điện tích cảm ứng xuất hiện trên các phần tử tương ứng của vật dẫn (BK).

Trong trường hợp hình 2.3 ta nhận thấy chỉ có một số đường điện cảm ứng xuất phát từ A tới tận cùng trên vật dẫn (BK), còn một số đường điện cảm khác xuất phát từ A lại đi ra vô cùng. Trường hợp này được gọi là *hiện tượng điện hưởng một phần.* Áp dụng định lý về các phần tử tương ứng cho tập hợp các đường điện cảm xuất phát từ A và tận cùng trên (BK), ta dễ dàng rút ra:

$$q' < q \tag{2.7}$$

Vậy: *Trong trường hợp điện hưởng một phần, độ lớn của điện tích cảm ứng nhỏ hơn độ lớn điện tích trên vật mang điện ban đầu.*

Trong trường hợp hình 2.4, vật dẫn (BK) bao bọc hoàn toàn vật mang điện A. Vì vậy, toàn bộ đường điện cảm xuất phát từ A đều tới tận cùng trên vật dẫn BK: ta có *hiện tượng điện hưởng toàn phần.* Trong trường hợp này, áp dụng định lý về các phần tử tương ứng, ta dễ dàng suy ra:



Hình 2.4. **Điện hưởng toàn phần**

$$q' = q \tag{2.8}$$

Vậy: *Trong trường hợp điện hưởng toàn phần, độ lớn của điện tích cảm ứng bằng độ lớn điện tích trên vật mang điện ban đầu.*

§3. HỆ VẬT DẪN TÍCH ĐIỆN CÂN BẰNG TỤ ĐIỆN

3.1. Điện dung và độ điện hưởng

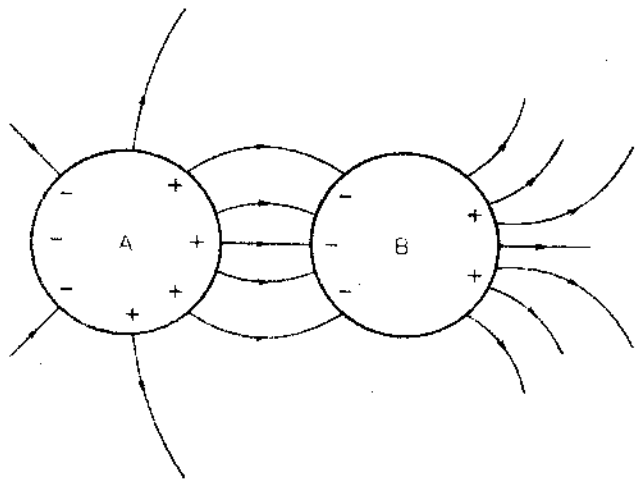
Giả sử có hai vật dẫn tích điện ở trạng thái cân bằng, giá trị điện tích và điện thế của chúng lần lượt bằng q_1, q_2 và V_1, V_2 (hình 2.5).

Thực nghiệm chứng tỏ rằng khi điện tích (hoặc điện thế) của một trong ba vật thay đổi thì sẽ ảnh hưởng đến điện tích và điện thế của cả hai vật kia (hiện tượng điện hưởng).

Nói cách khác, các giá trị điện tích và điện thế của các vật dẫn ấy có mối liên hệ xác định.

Đối với một vật dẫn cô lập, liên hệ giữa điện tích và điện thế là một liên hệ tuyến tính:

$$q = CV$$



Hình 2.5. **Hệ vật dẫn tích điện cân bằng**

Lý thuyết và thực nghiệm chứng tỏ rằng đối với *hệ vật dẫn* nói trên, liên hệ giữa các giá trị điện tích và điện thế cũng là những liên hệ tuyến tính được viết dưới dạng:

$$q_1 = C_{11}V_1 + C_{12}V_2$$
$$q_2 = C_{21}V_1 + C_{22}V_2 \qquad (2.9)$$

Các hệ số C_{11}, C_{22}, được gọi là điện dung của các vật dẫn 1, 2 còn các hệ số C_{12}, C_{21} được gọi là các độ điện hưởng. Giữa các hệ số này người ta đã chứng minh:

$$C_{11}, C_{22} \geq 0 \text{ và } C_{12} = C_{21} \text{ (hệ thức đối xứng)} \qquad (2.10)$$

Các hệ thức (2.9) trên đây dễ dàng mở rộng cho trường hợp hệ gồm n vật dẫn.

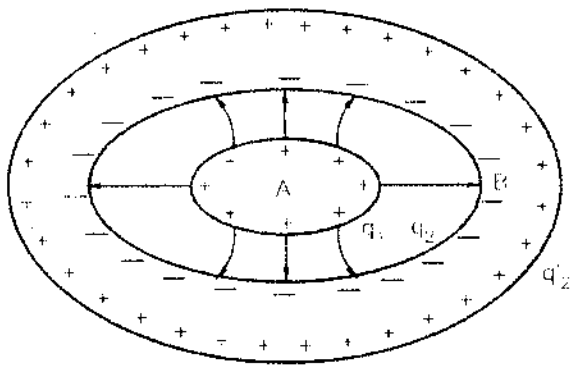
3.2. Tụ điện

Một trường hợp riêng của hệ vật dẫn là tụ điện.

Định nghĩa: Tụ điện là một hệ hai vật dẫn A và B sao cho vật dẫn B bao bọc hoàn toàn vật dẫn A (A, B thường được gọi là *hai tấm* hoặc *hai bản* của tụ điện). Ta nói rằng khi đó hai vật dẫn A, B ở trạng thái điện hưởng toàn phần. Giả sử vật dẫn A tích điện q_1 (ở mặt ngoài), trên mặt trong của vật dẫn B xuất hiện điện tích q_2 và trên mặt ngoài của vật dẫn B xuất hiện điện tích q'_2.

Tính chất 1. $q_1 + q_2 = 0$, nghĩa là khi hai vật dẫn A, B ở trạng thái điện hưởng toàn phần thì điện tích xuất hiện trên hai mặt đối diện có giá trị đối nhau.

Chứng minh: Lấy *một mặt kín S bất kỳ nằm hoàn toàn trong thể tích của vật dẫn B* và bao bọc vật dẫn A.



Hình 2.6. **Tụ điện**

Điện trường tại mọi điểm trên S đều bằng 0 (điện trường bên trong vật dẫn tích điện cân bằng), vậy điện thông qua mặt S bằng 0. Nhưng trong mặt kín S có chứa điện tích $q_1 + q_2$, vậy theo định lý Gau-xơ:

$$q_1 + q_2 = 0$$

Tính chất 2. Gọi V_1 và V_2 lần lượt là điện thế của vật dẫn A và B của tụ điện, ta có thể viết những hệ thức tuyến tính dạng (2.9).

(Chú ý điện tích của vật B là $q_2 + q'_2$)

$$q_1 = C_{11}V_1 + C_{12}V_2$$

$$q_2 + q'_2 = C_{21}V_1 + C_{22}V_2 \quad (*)$$

Hai phương trình này luôn nghiệm với mọi giá trị có thể của điện tích và điện thế.

a) Nếu ta nối vật dẫn B với đất thì điện tích q'_2 chạy xuống đất và $V_2 = V_{đất}$.

Chọn $V_{đất} = 0$ (gốc điện thế), hệ phương trình (*) trở thành:

$$q_1 = C_{11}V_1$$

$$q_2 = C_{21}V_1$$

Do $\qquad q_1 + q_2 = (C_{11} + C_{21})V_1 = 0$ (tính chất 1).

Suy ra hệ thức:

$$C_{11} + C_{21} = 0$$

b) Thông thường khi sử dụng tụ điện, hai bản thường được nối với nguồn hay với các vật dẫn khác, nên nói chung q'_2 không xuất hiện, vậy ta có các hệ thức sau:

$$q_1 = C_{11}V_1 + C_{12}V_2 \tag{2.11}$$

$$q_2 = C_{21}V_1 + C_{22}V_2$$

do $\quad q_1 + q_2 = (C_{11} + C_{21})V_1 + (C_{12} + C_{22})V_2 = 0$

$C_{11} + C_{21} = 0$

nên suy ra hệ thức: $\qquad C_{12} + C_{22} = 0$

Kết hợp với tính chất đối xứng của các độ điện hưởng ta có hệ thức sau:

$$C_{11} = C_{22} = -C_{12} = -C_{21} \tag{2.12}$$

Đặt $\qquad C_{11} = C_{22} = C > 0$

$$C_{12} = C_{21} = -C < 0$$

Các hệ thức (2.11) thành ra:

$$q_1 = C(V_1 - V_2)$$

$$q_2 = -C(V_1 - V_2) \tag{2.13}$$

C được gọi là *điện dung của tụ điện.*

Tính chất 3. Hệ thức trên đây chứng tỏ (vì $C \geq 0$) khi $q_1 > 0$ thì $V_1 > V_2$: *Trong tụ điện, điện thế của bản tích điện dương cao hơn điện thế của bản tích điện âm.*

Định nghĩa. Giá trị điện tích:

$$q = q_1 = -q_2$$

được gọi là *điện tích của tụ điện.* Theo trên ta có thể viết:

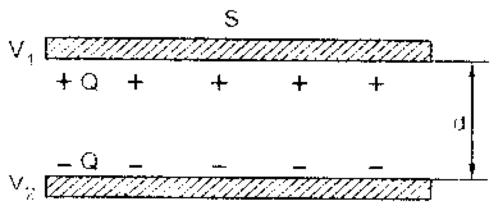
$$q = CU \tag{2.14}$$

với $U = V_1 - V_2 = U_{12} = U_{AB}$ là hiệu điện thế giữa bản tích điện dương và bản tích điện âm.

3.3. Tính điện dung của một số tụ điện

Điện dung của một tụ điện là đại lượng đặc trưng cho khả năng tích điện của tụ điện ấy: nó phụ thuộc vào cấu tạo, hình dạng, kích thước của hai bản, môi trường cách điện giữa hai bản tụ điện và không phụ thuộc vào các vật dẫn bên ngoài. Dưới đây ta tính điện dung của một số tụ điện đơn giản.

a) Tụ điện phẳng



***Hình 2.7.* Tụ điện phẳng**

Hai bản tụ điện là hai mặt phẳng kim loại có cùng diện tích S đặt song song cách nhau một khoảng d (hình 2.7). Nếu khoảng cách d giữa hai bản rất nhỏ so với kích thước của mỗi bản thì ta có thể coi điện trường giữa hai bản như điện trường gây ra bởi hai mặt phẳng song song vô hạn mang điện có mật độ điện bằng nhau nhưng trái dấu. Theo công thức (1.46a) hiệu điện thế giữa hai bản bằng:

$$V_1 - V_2 = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{Qd}{\varepsilon_0 \varepsilon S}$$

trong đó $\sigma = \dfrac{Q}{S}$ là độ lớn của mật độ điện mặt trên mỗi bản, ε là hằng số điện môi của môi trường lấp đầy khoảng không gian giữa hai bản.

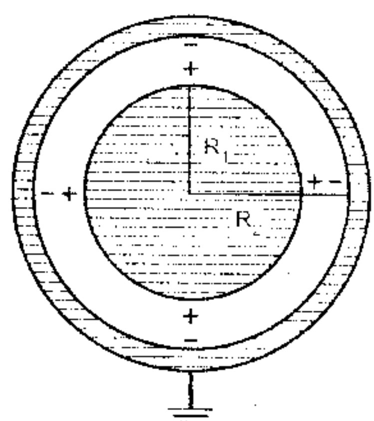
Từ đó suy ra điện dung của tụ điện phẳng:

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d} \qquad (2.15)$$

S là diện tích một bản, d là khoảng cách giữa hai bản và ε là hằng số điện môi của môi trường lấp đầy khoảng không gian giữa hai bản tụ điện.

b) Tụ điện cầu

Trong tụ điện cầu, hai bản tụ là hai mặt cầu kim loại đồng tâm bán kính R_1 và R_2 (bao bọc lẫn nhau) (hình 2.8).



***Hình 2.8.* Tụ điện cầu**

Bài tập ví dụ 2.2

Chứng minh rằng điện dung của tụ điện cầu bằng:

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1 R_2}{R_2 - R_1} \qquad (2.16)$$

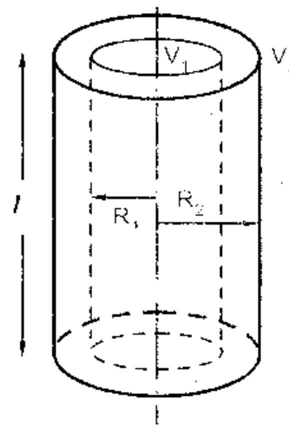
c) Tụ điện trụ

Hai bản của tụ điện là hai mặt trụ kim loại đồng trục bán kính lần lượt bằng R_1 và R_2 và có chiều cao bằng l (hình 2.9).

Bài tập ví dụ 2.3

Chứng minh rằng điện dung của tụ điện trụ bằng:

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln\frac{R_2}{R_1}} \qquad (2.17)$$



Hình 2.9. **Tụ điện trụ**

Qua các kết quả trên ta có thể chứng minh rằng nếu khoảng cách giữa hai bản tụ điện rất nhỏ so với kích thước của các bản thì điện dung của một tụ điện bất kỳ tỷ lệ thuận với điện tích của mỗi bản, với hằng số điện môi của môi trường lấp đầy khoảng không gian giữa hai bản và tỷ lệ nghịch với khoảng cách giữa hai bản đó.

3.4. Tính điện dung của một hệ hai vật dẫn

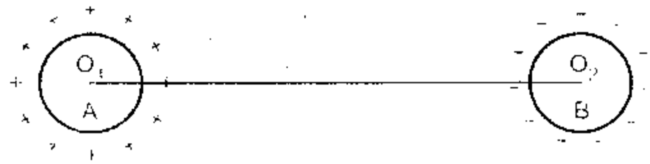
Trong trường hợp hai vật dẫn tích điện đối nhau: $q = q_1 = -q_2$ có thể tính được điện dung của hệ hai vật ấy theo công thức: $C = \frac{q}{V_1 - V_2}$.

Bài tập ví dụ 2.4

Hai quả cầu kim loại nhỏ cùng bán kính (O_1, R) (O_2, R) hai tâm đặt cách nhau một khoảng a. Tính điện dung của hệ hai quả cầu đó.

Giải:

Giả sử hai quả cầu được tích điện $q_1 = q > 0$; $q_2 = -q < 0$ và kích thước của chúng đủ nhỏ để có thể vẫn coi điện tích được phân bố đều ở trên mỗi mặt cầu.



Hình 2.10

Gọi A và B là hai điểm nằm trên O_1, O_2 của hai mặt cầu đó. Áp dụng những kết quả của bài tập ví dụ 1.9 ta có thể tính được điện thế tại A và B.

$V_1 = V_A$ là điện thế do q_1 + điện thế do q_2

$$= k\frac{q_1}{R} + k\frac{q_2}{a-R} = k\left(\frac{q}{R} - \frac{q}{a-R}\right) \; (k = (4\pi\varepsilon_o\varepsilon)^{-1})$$

và $$V_2 = V_B = k\frac{q_1}{a-R} + k\frac{q_2}{R} = k\left(\frac{q}{a-R} - \frac{q}{R}\right)$$

Suy ra: $$V_1 - V_2 = 2kq\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{a-R}\right) = \frac{2kq(a-2R)}{R(a-R)}$$

Điện dung C của hệ cho bởi:

$$C = \frac{q}{V_1 - V_2} = \frac{R(a-R)}{2k(a-2R)}$$

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_o\varepsilon R(a-R)}{a-2R} \tag{2.18}$$

§4. PHƯƠNG PHÁP ẢNH ĐIỆN*

4.1. Ý tưởng cơ bản của phương pháp ảnh điện

Ta thường phải giải bài toán khảo sát điện trường của một hệ vật dẫn trong một miền không gian (D) nào đó ở ngoài các vật dẫn. Phương pháp ảnh điện cho phép ta giải bài toán này một cách nhanh gọn. Ý tưởng cơ bản của phương pháp này là xác định những điện tích điểm thích hợp đặt tại những vị trí thích hợp sao cho điện trường của hệ điện tích này có các mặt đẳng thế trùng với các mặt của các vật dẫn với những giá trị điện thế tương ứng bằng nhau. Khi đó, điện trường của vật dẫn trong miền (D) trùng với điện trường của hệ điện tích điểm (xác định như trên) trong miền (D).

Ví dụ: Khảo sát điện trường gây bởi một điện tích điểm q và một vật dẫn (C) trong khoảng không gian (D) ngoài vật dẫn. Ta xác định một điện tích điểm (q') có độ lớn thích hợp đặt tại một vị trí thích hợp sao cho điện trường của hệ (q, q') có một mặt đẳng thế trùng với mặt vật dẫn (C) với cùng giá trị của điện thế. Khi đó điện trường của hệ (q, q') trong miền (D) chính là điện trường của hệ q và vật dẫn (D). Điện tích (q') xác định như trên gọi là *ảnh điện* của q.

4.2. Bài tập ví dụ về phương pháp ảnh điện

Bài tập ví dụ 2.5*

Cho điện tích điểm (q) đặt cố định tại O trước một vật dẫn (C), vật dẫn này lấp đầy toàn bộ một nửa không gian giới hạn bởi mặt phẳng (P) và được giả thiết luôn nối đất.

a) Xác định lực tĩnh điện tác dụng lên q, biết khoảng cách từ (q) đến (P) là OH = a.

b) Xác định mật độ điện mặt tại điểm M trên (P): OM = r ≥ a.

Giải

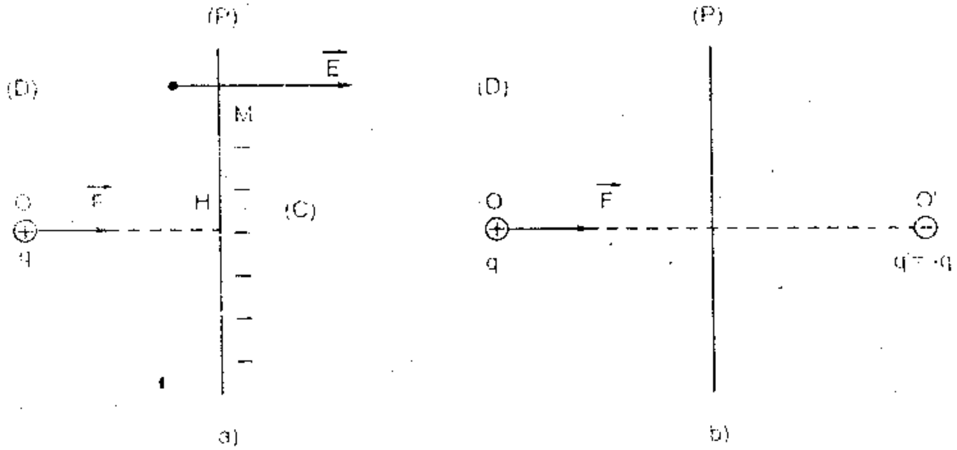
Mặt phẳng (P) của vật vẫn là một mặt đẳng thế với điện thế V = 0 (vì vật dẫn luôn nối đất) (hình 2.5a). Do điện hưởng, trên mặt (P) xuất hiện những điện tích trái dấu với q. Kết quả điện tích q chịu tác dụng của lực điện $\vec{F}$ hướng về (P), vì lý do đối xứng $\vec{F}$ hướng theo OH vuông góc với (P).

Dễ dàng thấy rằng, nếu ta lấy điện tích q' = −q đặt tại vị trí O' đối xứng với O qua mặt phẳng (P) thì điện trường của hệ (q, q' = −q) có (P) là mặt đẳng thế với V = 0 (Bài tập ví dụ 1.18): điện tích q' là ảnh điện của q đối với (P) (tương tự như ảnh của một vật qua một gương phẳng).

a) Khi đó điện trường của hệ q, vật dẫn (C) trong miền (D) cũng là điện trường của hệ (q, q') trong miền (D). lực điện $\vec{F}$ do (C) tác dụng lên (q) cũng là lực do q' tác dụng lên q:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{|qq'|}{OO'^2} \quad (OO' = 2a)$$

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q^2}{4a^2}$$



Hình 2.11

b) Tại một điểm ngoài vật dẫn (C), rất gần M, vectơ điện trường $\vec{E}$ có phương vuông góc với (P) và có độ lớn:

$$E = \frac{|\sigma|}{\varepsilon_0 \varepsilon} \text{ (Định lý Culông)}$$

σ là mật độ điện mặt tại M trên (P). Vectơ điện trường $\vec{E}$ cũng là vectơ điện trường tại M gây bởi hệ (q, q').

$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$; trong đó $\vec{E}_+$ và $\vec{E}_-$ lần lượt là các vectơ điện trường do q và q' gây ra tại M.

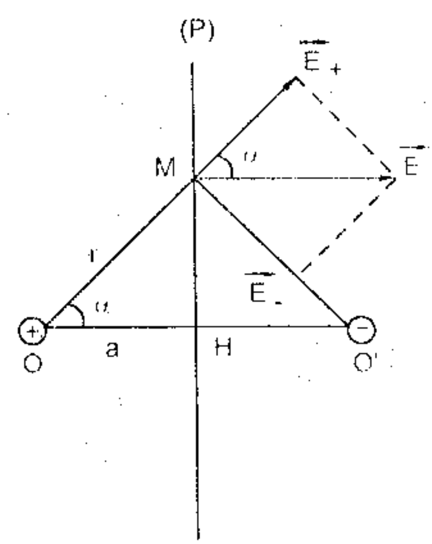
$$\vec{E}_+ = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \frac{\overrightarrow{OM}}{r^3}$$

$$\vec{E}_- = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \frac{\overrightarrow{O'M}}{r^3}$$

về độ lớn: $E_+ = E_- = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \dfrac{q}{r^2}$

Dễ dàng thấy hình bình hành tạo bởi hai vectơ $\vec{E}_+$ và $\vec{E}_-$ là một hình thoi (hình 2.11c). Vectơ điện trường tổng hợp $\vec{E}$ có phương vuông góc với (P) và có độ lớn:

$$E = 2E_+\cos\alpha \text{ trong đó } \cos\alpha = \frac{a}{r}$$



Hình 2.11c

Vậy $$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{aq}{r^3} \tag{2.19}$$

và $$|\sigma| = \varepsilon_0\varepsilon E = \frac{1}{2\pi}\frac{aq}{r^3} \tag{2.20}$$

$$\sigma = -\frac{aq}{2\pi r^3}$$

§5. NĂNG LƯỢNG HỆ VẬT DẪN NĂNG LƯỢNG TỤ ĐIỆN

5.1. Năng lượng của một vật dẫn tích điện

Theo (1.43a) năng lượng (tương tác) tĩnh điện của một hệ điện tích điểm (gọi tắt là năng lượng của hệ điện tích điểm) cho bởi:

$$W = \frac{1}{2}\sum_i V_i q_i$$

Xét một vật dẫn (cô lập) tích điện và có điện thế V (V là điện thế chung của mọi điểm trong vật dẫn). Ta chia vật dẫn thành những phần tử điện tích nhỏ dq: năng lượng của vật dẫn là năng lượng của hệ các phần tử điện tích dq đó:

$$W = \frac{1}{2}\sum V dq \text{ (lấy tổng cho cả vật dẫn)}$$

$$= \frac{1}{2}V\sum dq \text{ (V không đổi cho cả vật dẫn)}$$

hay $$W = \frac{1}{2}VQ$$

Chú ý rằng: $Q = CV$ (theo (2.4))

Vậy có thể viết biểu thức năng lượng của vật dẫn (cô lập) tích điện:

$$W = \frac{1}{2}VQ = \frac{CV^2}{2} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \tag{2.21}$$

5.2. Năng lượng của hệ vật dẫn

Hệ n vật dẫn lần lượt tích điện: $Q_1, Q_2, Q_3, ..., Q_n$ và có điện thế tương ứng $V_1, V_2, V_3, ..., V_n$ thì năng lượng (tương tác tĩnh điện) của hệ cho bởi:

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} Q_i V_i \qquad (2.22)$$

5.3. Năng lượng tụ điện

Tụ điện là hệ hai vật dẫn ở trạng thái điện hưởng toàn phần, tích điện +Q và –Q, có điện thế lần lượt là V_1 và V_2.

Năng lượng của tụ điện cho bởi: $W = \frac{1}{2}V_1Q + \frac{1}{2}V_2(-Q)$

$W = \frac{1}{2}Q(V_1 - V_2)$ trong đó $Q = C(V_1 - V_2)$ với C là điện dung của tụ điện. Vậy có thể viết biểu thức năng lượng của tụ điện như sau:

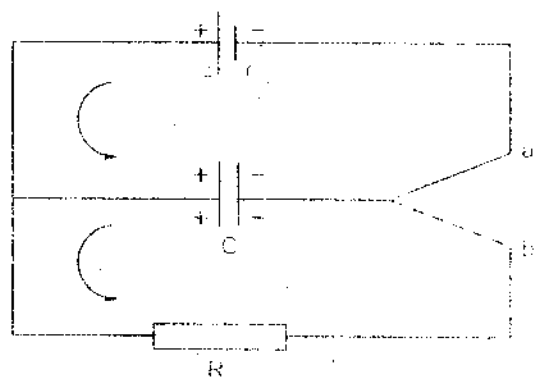
$$W = \frac{1}{2}Q(V_1 - V_2) = \frac{1}{2}C(V_1 - V_2)^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \qquad (2.23)$$

Như vậy tụ điện mang năng lượng: *năng lượng này được tích luỹ trong tụ điện và sẽ được giải phóng khi tụ điện phóng điện.*

Có thể thấy rõ hiện tượng đó qua thí nghiệm vẽ trên hình 2.7.

Khi khoá K ở vị trí a tụ điện được tích điện nghĩa là được tích lũy năng lượng do nguồn cung cấp.

Khi chuyển khoá K sang vị trí b tụ điện phóng điện: khi đó năng lượng tích luỹ trong tụ điện được giải phóng chuyển hoá thành nhiệt lượng toả ra trên điện trở R.



Hình 2.12

Bài tập ví dụ 2.6

Trong thí nghiệm trên đây:

1. Thiết lập biểu thức diễn tả sự biến thiên theo thời gian t của điện tích tụ điện trong quá trình tích điện và phóng điện.

2. Bằng tính toán, chứng tỏ rằng khi phóng điện, năng lượng tích luỹ trong tụ điện được chuyển hoá thành nhiệt lượng toả ra trên điện trở R.

Giải

Quá trình tích điện: Trong quá trình tích điện, có dòng điện chạy theo chiều từ cực dương của nguồn điện đi ra đến tấm dương của tụ điện. Gọi i là cường độ dòng điện. Giả sử trong khoảng thời gian dt, lượng điện tích đi tới (bản dương) của tụ điện là dq; khi đó ta có thể viết:

$$i = \frac{dq}{dt} \tag{2.24}$$

Ta viết hiệu điện thế giữa hai cực của nguồn bằng hiệu điện thế qua hai bản tụ điện: $\xi - ri = \frac{q}{C}$ trong đó $i = \frac{dq}{dt}$. Vậy $\xi - r\frac{dq}{dt} = \frac{q}{C}$

hay
$$rC\frac{dq}{dt} = \xi C - q.$$

$\frac{d(\xi C - q)}{\xi C - q} = -\frac{dt}{rC}$ tích phân hai vế: $\ln(\xi C - q) = -\frac{t}{rC} + \text{const}$

$$\xi C - q = Ae^{-\frac{t}{rC}}$$

Để tính A ta dựa vào điều kiện $t = 0 \Rightarrow q = 0$

$$\xi C = A$$

Cuối cùng ta được: $\xi C - q = \xi Ce^{-\frac{t}{rC}}$

Nghĩa là:
$$q = \xi C\left(1 - e^{-\frac{t}{rC}}\right) \tag{2.25}$$

Ta thấy rằng: khi $t \to \infty$ thì $q \to \xi C$

Quá trình phóng điện: Khi K chuyển sang vị trí b, tụ điện phóng điện: lúc đó ta có dòng điện chạy theo chiều từ bản dương của tụ điện qua điện trở R. Cường độ i trong mạch bây giờ cho bởi: $i = -\frac{dq}{dt}$ $(dq < 0)$.

Ta biết hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện bằng hiệu điện thế giữa hai đầu điện trở R:

$$\frac{q}{C} = Ri = -R\frac{dq}{dt}$$

Nghĩa là:

$$\frac{dq}{q} = -\frac{dt}{RC}$$

Tích phân hai vế:

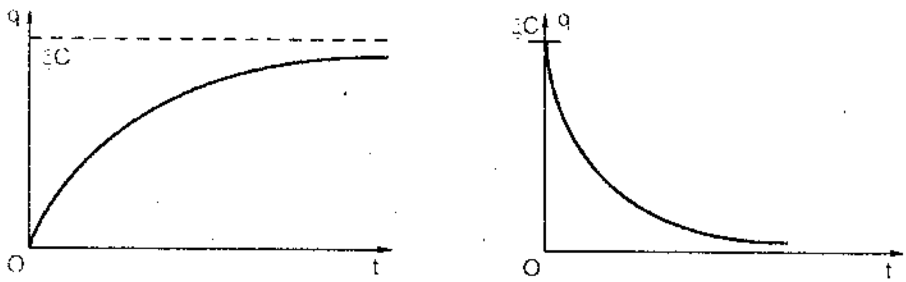
$$\ln q = -\frac{t}{RC} + \text{const}$$

$$q = Be^{-\frac{t}{RC}}$$

Chú ý: Lúc ban đầu t = 0 thì $q = q_0 = \xi C$ (theo (2.25)), vậy $B = q_0$ và ta có:

$$q = \xi C e^{-\frac{t}{RC}} \qquad (2.26)$$

Sự biến thiên của q theo t khi tích điện và khi phóng điện được diễn tả bằng các đồ thị trên hình 2.13.



a) Tích điện   b) Phóng điện

Hình 2.13

Từ phương trình $\frac{q}{C} = Ri$, ta có thể viết: $\frac{q}{C}dq = Ridq$ trong đó $dq = -idt$ $(i = -\frac{dq}{dt})$

Vậy: $$-\frac{q}{C}dq = Ri^2dt$$

Tích phân hai vế:

$$-\int_{q_0}^{0}\frac{qdq}{C} = \int_{0}^{\infty}Ri^2dt$$

Ta được: $$\frac{q_0^2}{2C} = \int_{0}^{\infty}Ri^2dt \qquad (2.27)$$

Vế trái của (2.27) là năng lượng tích luỹ được trong tụ điện khi tích điện. Phương trình (2.27) chứng tỏ rằng khi phóng điện, năng lượng tích luỹ trong tụ điện được giải phóng thành nhiệt lượng toả ra trên điện trở R. Nhiệt lượng này được diễn tả bởi biểu thức ở vế phải của (2.27) (Định luật Jun).

5.4. Năng lượng điện trường

Khi tụ điện tích điện, trong khoảng không gian giữa hai bản tồn tại điện trường. Lý thuyết và thực nghiệm đã chứng tỏ rằng bản chất năng lượng tụ điện chính là năng lượng của điện trường ấy. Nói cách khác, khi tụ điện tích điện thì năng lượng tích luỹ trong tụ điện đã "khu trú" trong khoảng không gian giữa hai bản, nghĩa là khoảng không gian có điện trường; hơn nữa năng lượng này lại tỷ lệ với thể tích của miền không gian ấy.

Có thể thấy rõ điều này qua một ví dụ đơn giản: tụ điện phẳng.

Trong biểu thức năng lượng tụ điện (2.23): $W = \frac{1}{2}C(V_1 - V_2)^2$

Điện dung C cho bởi (2.15): $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$ còn hiệu điện thế giữa hai bản $V_1 - V_2$ liên hệ với cường độ điện trường giữa hai bản bởi:

$$E = \frac{V_1 - V_2}{d} \Rightarrow V_1 - V_2 = Ed$$

Vậy có thể viết: $W = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}E^2 d^2 = \left(\frac{1}{2}\varepsilon_0 \varepsilon E^2\right) Sd$ trong đó $Sd = \Delta\tau =$ thể tích khoảng không gian giữa hai bản tụ điện = thể tích khoảng không gian điện trường:

$$W = \left(\frac{1}{2}\varepsilon_0 \varepsilon E^2\right)\Delta\tau \qquad (2.28)$$

Đẳng thức (2.28) chứng tỏ rằng: *năng lượng tích luỹ trong tụ điện tức là năng lượng của điện trường giữa hai bản tụ điện tỷ lệ với thể tích không gian điện trường ấy.*

Đại lượng: $w = \frac{W}{\Delta\tau} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \varepsilon E^2$ biểu thị năng lượng chứa trong một đơn vị thể tích không gian điện trường, được gọi là *mật độ năng lượng điện trường*. Dựa vào hệ thức $D = \varepsilon_0 \varepsilon E$ (môi trường đẳng hướng) ta có thể viết biểu thức của mật độ năng lượng điện trường như sau:

$$w = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon E^2 = \frac{1}{2}\frac{D^2}{\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{1}{2}\vec{D}.\vec{E} \qquad (2.29)$$

Người ta chứng minh được rằng kết quả trên đây, rút ra từ một trường hợp đơn giản – tụ điện phẳng – vẫn đúng trong trường hợp tổng quát.

Kết luận: Điện trường mang năng lượng; năng lượng này tiềm tàng trong khoảng không gian của điện trường.

Mật độ năng lượng điện trường cho bởi:

$$w = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon E^2 = \frac{1}{2\varepsilon_0\varepsilon}D^2 = \frac{1}{2}\vec{D}.\vec{E}$$

Năng lượng tổng cộng của điện trường cho bởi:

$$W = \int_\tau w d\tau$$

tích phân trong toàn thể tích τ của không gian có điện trường.

Bài tập ví dụ 2.7*

1. Một quả cầu dẫn điện tích điện q phân bố đều, bán kính R. Dựa vào biểu thức mật độ năng lượng điện trường, tính năng lượng điện trường của quả cầu ấy.

2. Coi electron là một quả cầu có bán kính R, điện tích $q = -e = -1,6.10^{-19}$C (phân bố đều), khối lượng $m = 9,1.10^{-31}$kg, dựa vào kết quả trên và sử dụng hệ thức Anhxtanh, hãy tính bán kính R của electron (bán kính cổ điển của electron).

Giải

1. Năng lượng điện trường của quả cầu (O, R) tích điện q cho bởi: $W = \int w d\tau$, trong đó $w = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon E^2$ và phép tích phân thực hiện trong toàn không gian điện trường. Ở đây: $E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}$ $(r \geq R)$ và $d\tau$ = thể tích vi phân giữa hai lớp cầu bán kính r và r + dr.

$$d\tau = 4\pi r^2 dr$$

Vậy:

$$W = \int_R^\infty \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon\left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}\right)^2 4\pi r^2 dr$$

$$W = \frac{1}{2}\frac{q}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon}\int_R^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{2}\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon R}$$

Ta lại tìm được kết quả (2.21) trong đó $4\pi\varepsilon_o\varepsilon R = C$ = điện dung quả cầu.

2. Với hạt electron: $W = mc^2$ (giả thiết rằng năng lượng nghỉ của electron đơn thuần là năng lượng điện) ta có:

$$\frac{1}{2}\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o R} = mc^2 \ (\varepsilon = 1)$$

suy ra:

$$R = \frac{1}{2}\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o.mc^2} = \frac{1}{2}9.10^9\frac{(1,6.10^{-19})^2}{9,1.10^{-31}.(3.10^8)^2}$$

$$R = 1,4.10^{-15}\text{m}.$$

BÀI TẬP TỰ GIẢI

2.1. Cho hai mặt cầu kim loại đồng tâm O, bán kính $R_1 = 4$cm; $R_2 = 2$cm lần lượt tích điện $q_1 = 3.10^{-9}$C; $q_2 = 9.10^{-9}$C. Xác định cường độ điện trường và điện thế tại những điểm cách O:

1cm; 2cm; 3cm; 4cm; 5cm ($\varepsilon = 1$)

2.2. Quả cầu kim loại bán kính R = 10cm, điện thế 300V. Xác định mật độ điện mặt của quả cầu đó. Giả sử điện tích phân bố đều; $\varepsilon = 1$.

2.3. Hai quả cầu kim loại cùng bán kính 2,5cm; hai tâm đặt cách nhau 1m, có điện thế lần lượt bằng 1200V và −1200V. Xác định điện tích mỗi quả cầu ($\varepsilon = 1$).

2.4. Hai quả cầu kim loại bán kính 8cm và 5cm được nối với nhau bằng một dây dẫn kim loại điện dung không đáng kể; điện tích tổng của chúng $q = 13.10^{-8}$C. Tính điện tích mỗi quả cầu ($\varepsilon = 1$).

2.5. Quả cầu kim loại có R = 1m; $q = 10^{-6}$C. Xác định 1) điện dung; 2) điện thế; 3) năng lượng tĩnh điện của quả cầu đó ($\varepsilon = 1$).

2.6. Cho tụ điện cầu $R_1 = 1$cm; $R_2 = 2$cm; hiệu điện thế giữa hai bản $V_1 - V_2 = 2300$V; Hạt electron $q = -1,6.10^{-19}$C chuyển động từ điểm M (r_1 = 3cm) đến điểm N (r_2 = 2cm). Biết vận tốc tại M bằng 0, xác định vận tốc của hạt đó tại N ($\varepsilon = 1$).

2.7. Tụ điện C = 2μF được tích điện q = 10^{-3}C. Sau đó hai bản được nối với nhau bằng một dây kim loại, xác định nhiệt lượng tổng toả ra.

2.8. Hai tụ điện có C_1 = 2μF và C_2 = 0,5μF; mỗi tụ điện có một tấm nối đất; điện thế của tấm không nối đất của mỗi tụ lần lượt bằng 100V và –50V. Khi nối hai tấm này với nhau thì tổng nhiệt lượng toả ra bằng bao nhiêu?

Chương 3

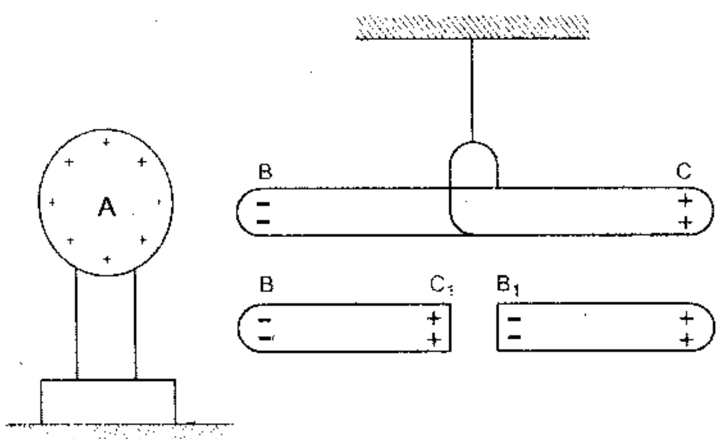
ĐIỆN MÔI

Điện môi là những chất không dẫn điện (cách điện). Một vật cách điện vẫn có thể tích điện nhưng những điện tích này không thể chuyển dời trong điện môi (để tạo thành dòng điện). Khi đặt điện môi trong một điện trường ngoài thì cả điện môi và điện trường đều có những biến đổi cơ bản.

§1. SỰ PHÂN CỰC ĐIỆN MÔI

1.1. Hiện tượng phân cực điện môi

Khi đưa một thanh điện môi BC vào trong điện trường của một vật tích điện A (q_A) thì trên bề mặt của điện môi xuất hiện những điện tích trái dấu: phía B đối diện với A xuất hiện điện tích trái dấu với q_A còn phía kia xuất hiện điện tích cùng dấu q_A. Hiện tượng đó gọi là *phân cực điện môi* và thanh điện môi được gọi là *ở trạng thái phân cực*. Khi thanh điện môi phân cực, nó trở thành một "lưỡng cực điện" là một hệ hai điện tích đối nhau Q và –Q cách nhau một khoảng L.



Hình 3.1

Hiện tượng phân cực điện môi bề ngoài giống như hiện tượng điện hưởng (trong các vật dẫn kim loại) nhưng về bản chất hai hiện tượng ấy khác nhau.

Điện hưởng	Phân cực
a) Xảy ra đối với kim loại.	a) Xảy ra đối với điện môi.
b) Cắt đôi vật dẫn tích điện do điện hưởng thì có thể tách riêng điện tích âm và điện tích dương.	b) Cắt đôi một thanh điện môi phân cực thì ở chỗ cắt lại xuất hiện những điện tích trái dấu sao cho mỗi thanh cắt ra lại trở thành một "lưỡng cực điện môi", nghĩa là không thể tách riêng điện tích dương và điện tích âm.
c) Khi tắt điện trường, các điện tích trên vật dẫn xuất hiện do điện hưởng cũng biến mất ngay.	c) Khi tắt điện trường, các điện tích xuất hiện trên điện môi phân cực vẫn tồn tại trong một thời gian mới biến mất, vì vậy các điện tích này gọi là *điện tích liên kết.*

Trong khi bản chất của hiện tượng điện hưởng được giải thích dễ dàng bằng chuyển động của các electron trong kim loại dưới tác dụng của điện trường ngoài thì bản chất của hiện tượng phân cực điện môi chỉ được giải thích thấu đáo khi xem xét đến tác dụng của điện trường ngoài đối với các phân tử của chất điện môi.

1.2. Sự phân cực của phân tử

Phân tử là một hệ trung hoà về điện – một hệ điện tích có tổng điện tích (đại số) bằng 0. Khi đó, nếu tổng các điện tích dương bằng $q > 0$ thì tổng các điện tích âm sẽ bằng $-q < 0$. Với một hệ các điện tích cùng dấu (cùng dấu dương hoặc cùng dấu âm) $q_1, q_2,..., q_i,..., q_n$ đặt tại các vị trí xác định: $M_1, M_2,..., M_i,..., M_n$. Người ta gọi tâm điện tích của hệ đó là điểm O định nghĩa bởi:

$$\sum_i q_i \overrightarrow{OM_i} = \vec{O} \qquad (3.1).$$

Trong phân tử có các hạt điện tích dương (các hạt nhân) và các hạt điện tích âm (các electron). Gọi O_+ và O_- lần lượt là các tâm điện tích dương và tâm điện tích âm của phân tử, hai trường hợp có thể xảy ra:

a) $\overrightarrow{O_-O_+} = \vec{l} \neq \vec{O}$: đó là trường hợp của *phân tử phân cực*. Một số lớn các điện môi có phân tử thuộc loại này như: H_2O, H_3N, HCl, CH_3Cl... Với loại điện môi này, mỗi phân tử tạo thành một lưỡng cực điện có mômen điện: $\overrightarrow{p_e} = q\vec{l}$.

b) $\overrightarrow{O_-O_+} = \vec{O}$: đó là trường hợp của *phân tử không phân cực*. Đó là phân tử của điện môi H_2, N_2, CCl_2, Hydrocacbon...

Chú ý rằng, trong phân tử, nguyên tử... các electron luôn luôn chuyển động với vận tốc lớn làm cho vị trí của chúng đối với hạt nhân thay đổi. Ở những định nghĩa trên, khi nói đến vị trí của electron ta có thể coi đó là vị trí trung bình theo thời gian của electron.

1.3. Điện môi trong điện trường ngoài

Chất điện môi đồng chất được tạo thành bởi các phân tử giống nhau. Mỗi phân tử là một hệ điện tích trung hoà (các hạt nhân và các electron có tổng đại số điện tích = 0): gọi q^+ và q^- là trung tâm các điện tích dương và điện tích âm (tương tự như khối tâm).

Nếu $q^+ q^- \neq 0$ ta có phân tử tự phân cực;

Nếu $q^+ q^- = 0$ ta có phân tử không phân cực.

Giả sử chất điện môi (đồng chất và đẳng hướng) được đặt trong một điện trường (không quá mạnh). Ta hãy xét tác dụng của điện trường đối với các phân tử điện môi.

a) Với điện môi có phân tử phân cực

Mỗi phân tử là một lưỡng cực điện, có mômen điện $\vec{p}_e = q\vec{l}$

Vì cường độ điện trường không quá mạnh nên tác dụng của điện trường không làm thay đổi khoảng cách $l = O_-O_+$ giữa hai tâm điện tích âm và dương của phân tử. Nói cách khác, phân tử được coi là một *lưỡng cực điện cứng*. Điện trường ngoài tác dụng lên lưỡng cực này một ngẫu lực tạo bởi hai lực điện song song, ngược chiều và cùng cường độ:

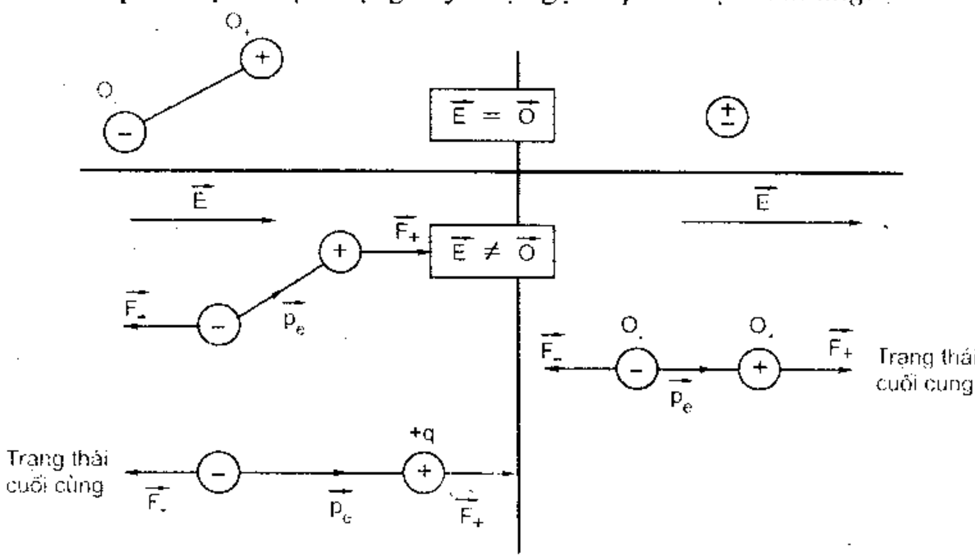
$$\vec{F}_+ = q\vec{E}$$

$$\vec{F}_- = -q\vec{E}$$

(trong phạm vi kích thước phân tử, điện trường ngoài được coi là đều).

Dưới tác dụng của ngẫu lực đó, lưỡng cực phân tử quay hướng đến vị trí sao cho vectơ mômen điện $\vec{p}_e$ cùng hướng với vectơ điện trường ngoài.

b) Với điện môi có phân tử không phân cực: Khi chưa có điện trường ngoài, hai tâm điện tích âm và dương trùng nhau; khi có điện trường ngoài, các lực điện tác dụng lên điện tích dương cùng hướng với điện trường ngoài và các lực điện tác dụng lên các điện tích âm ngược hướng điện trường ngoài. Tác dụng của các lực điện này làm cho tâm hai điện tích âm và dương tách nhau ra đến những vị trí xác định $O_-O_+ = l \neq 0$ sao cho $\overline{O_-O_+}$ nằm theo hướng điện trường ngoài. Khi đó phân tử trở thành lưỡng cực điện, vectơ mômen điện $\vec{p}_e$, song song với vectơ $\vec{E}$. Như vậy, dưới tác dụng của điện trường ngoài, phân tử điện môi từ trạng thái không phân cực trở thành phân cực. Hiện tượng này được gọi là *phân cực cảm ứng*.



a) Phân tử phân cực b) Phân tử không phân cực

Hình 3.2

1.4. Giải thích hiện tượng phân cực điện môi*

Khi chưa đặt trong điện trường ngoài, với chất điện môi cấu tạo bởi các phân tử phân cực, do chuyển động nhiệt, các lưỡng cực phân tử sắp xếp hỗn loạn theo mọi hướng; tổng mômen điện của phân tử trong một thể tích vĩ mô luôn bằng 0; các điện tích trái dấu của các lưỡng cực điện trung hoà nhau: *toàn bộ khối điện môi không tích điện*. Tình hình cũng xảy ra tương tự đối với chất điện môi tạo bởi các phân tử không phân cực. Khi đặt chất điện môi vào trong một điện trường ngoài, chịu tác dụng của vectơ điện trường $\vec{E}_0$:

1. Với các điện môi cấu tạo bởi các phân tử phân cực

Các phân tử lưỡng cực này có xu hướng quay đến vị trí sao cho vectơ mômen điện $\vec{p}_e$ cùng hướng với vectơ $\vec{E}_0$. Vì các phân tử luôn chuyển động nhiệt nên sự định hướng trên đây không hoàn toàn nhưng tăng lên khi điện trường ngoài mạnh lên hoặc nhiệt độ giảm.

2. Với điện môi cấu tạo bởi các phân tử không phân cực

Điện trường ngoài gây ra hiện tượng phân cực cảm ứng, mỗi phân tử trở thành một lưỡng cực điện có mômen điện $\vec{p}_e$ định hướng theo điện trường ngoài.

Trong cả hai trường hợp, tác dụng của điện trường ngoài làm cho tổng mômen lưỡng cực điện của các phần tử trong toàn khối điện môi khác không: $\sum \vec{p}_e \neq \vec{0}$.

Tổng ấy là một vectơ $\neq \vec{0}$, định hướng theo vectơ điện trường ngoài. Khi đó trong lòng khối điện môi, các điện tích trái dấu của các lưỡng cực phân tử vẫn trung hoà nhau và trong đó không xuất hiện điện tích. Trái lại, ở bên các mặt giới hạn của khối điện môi, xuất hiện các điện tích trái dấu: ở mặt giới hạn mà các đường sức đi vào, xuất hiện điện tích âm; ở mặt giới hạn mà các đường sức điện đi ra, xuất hiện điện tích dương. *Đó chính là hiện tượng phân cực điện môi.* Các điện tích xuất hiện trên các mặt giới hạn của khối điện môi phân cực là do sự quay hướng của các lưỡng cực phân tử (không phải do sự chuyển dời điện tích từ chỗ khác tới). Vì vậy, các điện tích xuất hiện trong sự phân cực điện môi được gọi là các *điện tích liên kết.*

1.5. Vectơ phân cực điện môi

Xét một thể tích vĩ mô khá nhỏ $\Delta\tau$ của một chất điện môi phân cực. Khi đó, tổng mômen điện $\sum \vec{p}_e$ của các phân tử chứa trong $\Delta\tau$ là khác không. Theo định nghĩa, vectơ phân cực điện môi là một vectơ ký hiệu $\vec{P}$ được cho bởi: $\vec{P} = \dfrac{\sum\limits_{\text{trong } \Delta\tau} \vec{p}_e}{\Delta\tau}$.

Vectơ phân cực $\vec{P}$ biểu thị tổng mômen điện của một đơn vị thể tích chất điện môi. Trong hệ SI, đơn vị của P là culông trên mét vuông (C/m^2).

Theo định nghĩa, vectơ phân cực $\vec{P}$ biểu thị mômen điện của một đơn vị thể tích điện môi:

$$\vec{P} = \frac{\vec{L}S\sigma'}{\text{thể tích khối điện môi}} = \frac{\vec{L}S\sigma'}{(L\cos\alpha)S}$$

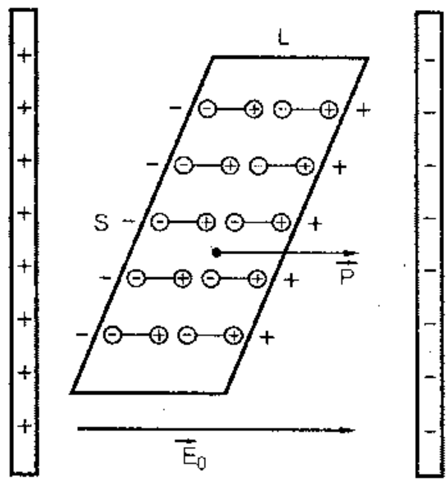
trong đó α là góc tạo bởi vectơ $\vec{P}$ và pháp tuyến ngoài của đáy S; Lcosα chính là chiều cao của khối lăng trụ điện môi. Về độ lớn:

$$P = \frac{\sigma'}{\cos\alpha} \qquad (3.2)$$

Nghĩa là:

$$\sigma' = P\cos\alpha = P_n \qquad (3.2a)$$

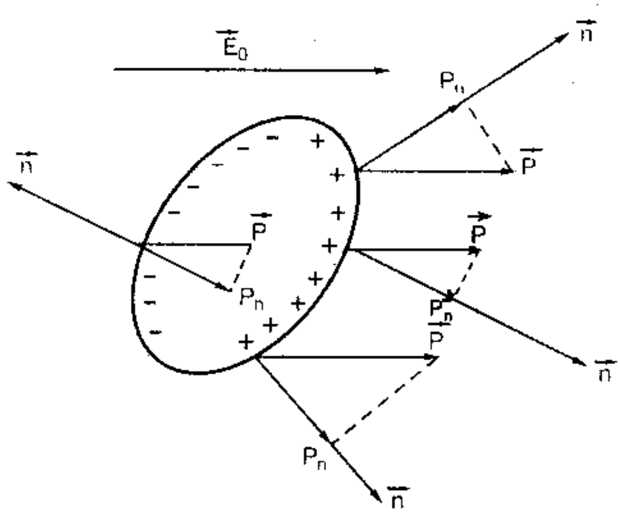
$P\cos\alpha = P_n$ là hình chiếu của vectơ $\vec{P}$ lên pháp tuyến $\vec{n}$.



Hình 3.3

Vậy: *Mật độ điện tích liên kết σ' tại một điểm trên mặt giới hạn của chất điện môi phân cực có giá trị bằng hình chiếu của vectơ phân cực lên pháp tuyến của mặt giới hạn tại điểm đó.*

Kết quả vừa tìm được là tổng quát, nghiệm đúng đối với một điện môi phân cực có hình dạng bất kỳ (hình 3.4)



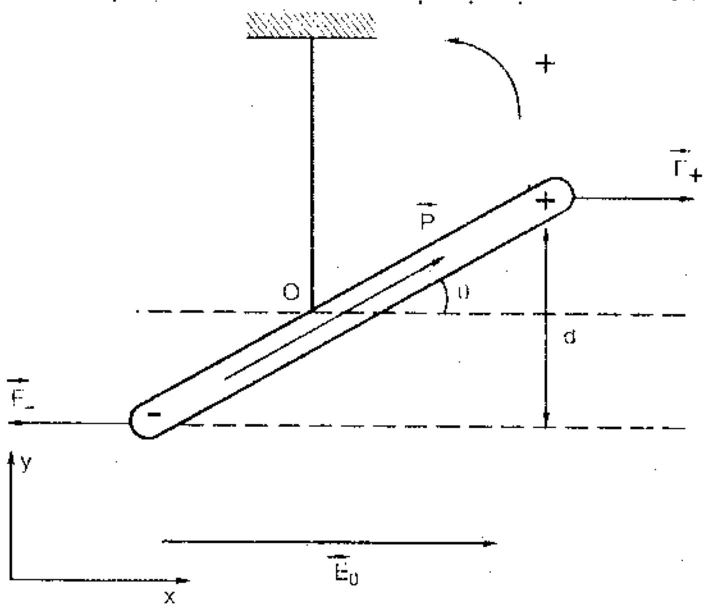
Hình 3.4

Bài tập ví dụ 3.1*

Một thanh điện môi séc nhét đồng chất độ dài l, khối lượng riêng D, được phân cực, có độ phân cực còn dư là $\vec{P}$ hướng dọc theo chiều dài của thanh (như thế nghĩa là sau khi đưa vào một điện trường, thanh ấy phân cực và nếu tắt điện trường đi, độ phân cực của thanh ấy vẫn còn đáng kể – một đặc tính của điện môi séc nhét). Thanh ấy được treo nằm ngang bằng một sợi dây mảnh không đàn hồi (phương thẳng đứng của dây treo đi qua khối tâm của thanh), trong điện trường đều, vectơ $\vec{E}_0$ nằm ngang (điện trường này giả thiết yếu tới mức nó không gây ảnh hưởng đáng kể đến độ phân cực của thanh séc nhét). Nếu cho thanh ấy lệch khỏi vị trí cân bằng một góc nhỏ θ xung quanh O thì nó sẽ dao động ở hai bên vị trí cân bằng ấy. Tính chu kỳ dao động.

Giải

Ở hai đầu thanh xuất hiện hai điện tích liên kết trái dấu $-q'$ và $+q'$ với $q' = S\sigma'$, S là tiết diện của thanh và σ' là mật độ điện tích liên kết.



Hình 3.5

Theo (3.2) σ' liên quan đến độ lớn của vectơ phân cực (độ phân cực): $\sigma' = P_n$ (chú ý rằng ở đây $\vec{P} \perp S$).

Vậy: $$q' = SP_n$$

và mômen điện của thanh séc nhét cho bởi $p = lq' = lSP$

Dễ dàng thấy về phương diện vectơ:

$$\vec{p} = l S \vec{P} \quad (3.3)$$

(lS là thể tích khối điện môi và $\vec{P}$ là mômen điện của một đơn vị thể tích điện môi)

Khi thanh séc nhét lệch khỏi vị trí cân bằng một góc nhỏ θ thì thanh ấy chịu tác dụng của một ngẫu lực ($\vec{F}_+, \vec{F}_-$) do điện trường ngoài $\vec{E}_o$ gây ra.

$$\vec{F}_+ = q'\vec{E}_o$$

$$\vec{F}_- = -q'\vec{E}_o$$

Mômen của ngẫu lực này có độ lớn: $\mathfrak{M} = F_+.d = (l\sin\theta)q'E_0$

(d = cánh tay đòn của ngẫu lực)

$$\mathfrak{M} = pE_0\sin\theta \quad (3.4)$$

Về phương diện vectơ dễ dàng thấy: $\vec{\mathfrak{M}} = \vec{p} \wedge \vec{E}_o$ (3.5)

Chuyển động của thanh séc nhét là chuyển động của một vật rắn xung quanh trục Oz (trục này đi qua khối tâm O của thanh, vuông góc với thanh và vectơ $\vec{E}_o$). Phương trình cơ bản của chuyển động quay xung quanh một trục cho ta:

$$I\vec{\beta} = \vec{\mathfrak{M}} \quad (3.6)$$

trong đó $\vec{\beta} = \dfrac{d^2\theta}{dl^2}\vec{n}_z$ là vectơ gia tốc góc ($\vec{n}_z$ là vectơ đơn vị của trục Oz);

I là mômen quán tính của thanh đối với Oz: $I = \dfrac{ml^2}{12}$

m là khối lượng của thanh: $m = lSD \Rightarrow I = \dfrac{SDl^3}{12}$

Phương trình (3.6) trở thành: $\dfrac{SDl^3}{12}\dfrac{d^2\theta}{dl^2}\vec{n}_z = \vec{p} \wedge \vec{E}_o$

Lấy toạ độ theo trục Oz của đẳng thức vectơ trên đây:

$$\frac{SDl^3}{12}\frac{d^2\theta}{dl^2} = p_xE_y - p_yE_x = -p_yE_o = -(p\sin\theta)E_o = -lSPE_o\sin\theta$$

$$\frac{Dl^2}{12}\frac{d^2\theta}{dl^2} + PE_o\sin\theta = 0$$

Đặt $\omega = \sqrt{\dfrac{12PE_o}{Dl^2}}$ ta được: $\dfrac{d^2\theta}{dl^2} + \omega^2\theta = 0$: Phương trình vi phân của dao động điều hoà.

Chu kỳ dao động cho bởi: $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \pi\sqrt{\dfrac{Dl^2}{3PE_o}}$ (3.7)

§2. ĐIỆN TRƯỜNG TRONG ĐIỆN MÔI

2.1. Hệ số phân cực điện môi

Khi đưa một khối điện môi đồng chất, đẳng hướng vào trong một điện trường ngoài, vectơ điện trường là $\vec{E}_o$ thì khối điện môi sẽ phân cực. Trên các mặt giới hạn của khối điện môi xuất hiện các điện tích liên kết. Mật độ các mặt điện tích liên kết liên hệ với vectơ phân cực điện môi $\vec{P}$:

$$\sigma' = P_n = P\cos\alpha$$

Khi đó các điện tích liên kết gây ra một điện trường phụ bên trong khối điện môi có vectơ điện trường là $\vec{E}'$.

Vectơ điện trường tổng hợp trong khối điện môi là tổng của vectơ điện trường ngoài $\vec{E}_o$ và vectơ điện trường $\vec{E}'$ (do các điện tích liên kết gây ra).

$$\vec{E} = \vec{E}_o + \vec{E}' \tag{3.8}$$

Chính vectơ điện trường $\vec{E}$ gây ra lực điện tác dụng lên các điện tích đặt bên trong khối điện môi.

Lý thuyết và thực nghiệm chứng tỏ rằng vectơ phân cực $\vec{P}$ (tại một điểm trong khối điện môi đẳng hướng) luôn luôn tỷ lệ với điện trường $\vec{E}$ trong điện môi (tại điểm đó): $\vec{P} \sim \vec{E}$.

Để thuận tiện trong việc sử dụng đơn vị ta thường viết hệ thức đó như sau:

$$\vec{P} = \varepsilon_o K_e \vec{E} \tag{3.9}$$

với K_e là đại lượng không thứ nguyên gọi là *hệ số phân cực* (điện môi): hệ số này tuỳ thuộc bản chất của khối điện môi.

Trong trường hợp chất điện môi dị hướng (tính chất điện môi phụ thuộc vào phương hướng) thì hệ thức (3.9) được thay thế bằng các hệ thức sau:

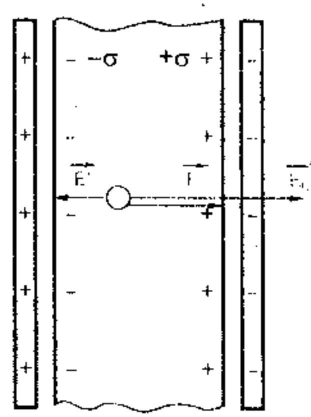
$$\begin{cases} P_X = \varepsilon_o(K_{e11}E_X + K_{e12}E_Y + K_{e13}E_Z) \\ P_Y = \varepsilon_o(K_{e21}E_X + K_{e22}E_Y + K_{e23}E_Z) \\ P_Z = \varepsilon_o(K_{e31}E_X + K_{e32}E_Y + K_{e33}E_Z) \end{cases} \quad (3.10)$$

Nghĩa là khi đó mỗi toạ độ của $\vec{P}$ là một tổ hợp tuyến tính của các toạ độ của $\vec{E}$; các hệ số: K_{eik} , i, k= 1, 2, 3 (3.11)

tạo thành một tenxơ gọi là *tenxơ phân cực*. Nếu chọn các trục toạ độ theo những phương thích hợp, các toạ độ chữ nhật của K_{eik} $(i \neq k)$ sẽ bằng 0. Khi đó (3.10) trở thành:

$$P_X = \varepsilon_o K_{e11}E_X;\ P_Y = \varepsilon_o K_{e22}E_Y;\ P_Z = \varepsilon_o K_{e33}E_Z \quad (3.12)$$

Các đẳng thức trên diễn tả rõ ràng tính dị hướng của điện môi: hệ số phân cực tuỳ thuộc phương hướng.



Hình 3.6. **Xác định cường độ điện trường trong điện môi**

Vectơ điện trường tổng hợp $\vec{E}$ tại một điểm bất kỳ trong điện môi bằng:

$$\vec{E} = \vec{E}_o + \vec{E}' \quad (*)$$

Vì $\vec{E}_o$ và $\vec{E}'$ đều có phương vuông góc với mặt phẳng mang điện nên vectơ $\vec{E}$ cũng có phương vuông góc với mặt phẳng đó. Chiếu đẳng thức (*) trên phương của $\vec{E}_o$ ta có:

$$E = E_o - E' \quad (3.13)$$

trong đó E' được tính theo công thức của cường độ điện trường gây ra bởi hai mặt phẳng song song vô hạn, mật độ điện mặt $-\sigma'$ và $+\sigma'$ trong chân không $E' = \dfrac{\sigma'}{\varepsilon_o}$. Mặt khác, theo (3.2) và (3.9) ta có:

$$\sigma' = P_n = \varepsilon_o K_e E_n = \varepsilon_o K_e E$$

do đó:

$$E' = \frac{\sigma'}{\varepsilon_o} = K_e E \quad (3.14)$$

Thay giá trị E' vào (3.14) ta được: $E = E_o - K_e E$

hay $$E = \frac{E_o}{1 + K_e} = \frac{E_o}{\varepsilon} \tag{3.15}$$

trong đó: $1 + K_e = \varepsilon$ là một hằng số phụ thuộc tính chất của môi trường, đó chính là hằng số điện môi của môi trường.

Kết quả (3.15) cũng đúng trong trường hợp tổng quát. Vậy: Cường độ điện trường trong điện môi giảm đi ε lần so với cường độ điện trường trong chân không.

Bây giờ ta xét mối liên hệ giữa vectơ điện cảm $\vec{D}$ và vectơ phân cực điện môi $\vec{P}$.

Theo định nghĩa: $\vec{D} = \varepsilon_o\varepsilon\vec{E}$ với $\varepsilon = 1 + K_e$

Do đó: $\vec{D} = \varepsilon_o(1 + K_e)\vec{E} = \varepsilon_o\vec{E} + \varepsilon_o K_e\vec{E}$

Nhưng theo (3.9) $\varepsilon_o K_e\vec{E} = \vec{P}$ nên: $\vec{D} = \varepsilon_o\vec{E} + \vec{P}$ (3.16)

Cần chú ý rằng, các công thức $\vec{D} = \varepsilon_o\varepsilon\vec{E}$ và $\vec{P} = \varepsilon_o\vec{E}$ chỉ đúng trong trường hợp các điện môi đẳng hướng. Trong trường hợp điện môi dị hướng, vectơ $\vec{P}$ không tỷ lệ với $\vec{E}$ và do đó theo (3.16) vectơ $\vec{D}$ sẽ không cùng phương chiều với $\vec{E}$. Như vậy, trong trường hợp điện môi dị hướng, muốn xác định vectơ $\vec{D}$ ta phải dùng công thức (3.16).

2.2. Định lý Gau-xơ trong điện môi*

Xét một tụ điện phẳng tạo bởi hai tấm kim loại A và B (cùng diện tích đặt song song đối diện nhau), tích điện đều, mật độ mặt là $+\sigma$ và $-\sigma$. Lấp đầy khoảng không gian giữa hai tấm là một điện môi đồng chất, đẳng hướng, hằng số ε; do phân cực trên hai mặt đối diện của khối điện môi, xuất hiện các điện tích liên kết, mật độ mặt là $-\sigma'$ và $+\sigma'$. Nói cách khác, khối điện môi phân cực *có chỗ thay thế* (về phương diện gây ra điện trường) *bằng hai lớp tích điện đều, mật độ $-\sigma'$ và $+\sigma'$ đặt trong chân không.*

Tại một điểm M bất kỳ trong điện môi, vectơ điện trường tổng hợp $\vec{E}$ bằng tổng của vectơ điện trường $\vec{E}_o$ do hai lớp $(+\sigma, -\sigma)$ gây ra và vectơ điện trường $\vec{E}'$ do hai lớp $(-\sigma', +\sigma')$ gây ra:

$$\vec{E} = \vec{E}_o + \vec{E}'$$

$$E = E_o - E'$$

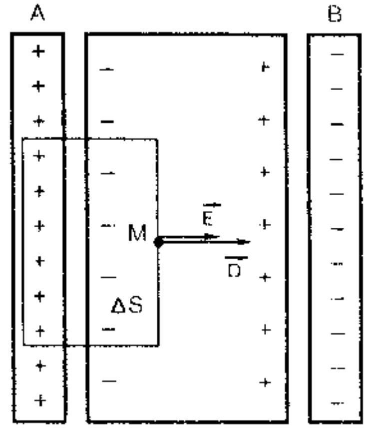
$$= \frac{\sigma}{\varepsilon_o} - \frac{\sigma'}{\varepsilon_o} = \frac{\sigma - \sigma'}{\varepsilon_o}$$

(Các lớp điện tích đều coi là đặt trong chân không.)

Lấy một phần tử diện tích ΔS (song song với các lớp điện tích), chứa điểm M. Ta tạo mặt trụ kín S có một đáy là ΔS, đáy thứ hai nằm trong lòng tấm kim loại A và có mặt bên vuông góc với tấm A.

Vectơ điện cảm tại M (*coi như nằm trong chân không*):

$$D_o = \varepsilon_o E = \sigma - \sigma'$$



Hình 3.7

Điện thông qua mặt kín S = điện thông qua ΔS (vì trong lòng tấm kim loại A, điện trường bằng 0):

$$\Phi_{eo} = D_o\Delta S = \sigma\Delta S - \sigma'\Delta S$$

trong đó $\sigma\Delta S = q$ = điện tích trên tấm kim loại A nằm bên trong S và $\sigma'\Delta S = q'$ = điện tích liên kết nằm bên trong S.

Vậy $\Phi_{eo} = q + (-q')$ = tổng các điện tích trên tấm kim loại A và điện tích liên kết nằm bên trong S (gây ra điện trường)

$$\oint_S \vec{D}_o.d\vec{S} = \oint_S \varepsilon_o\vec{E}\,d\vec{S} = q - q' \qquad (3.17)$$

Mặt khác $$E = \frac{E_o}{\varepsilon}$$

nghĩa là $$\frac{\sigma - \sigma'}{\varepsilon_o} = \frac{\sigma}{\varepsilon_o\varepsilon}$$

hay $$q - q' = \frac{q}{\varepsilon} \qquad (3.18)$$

Vậy (3.17) thành ra

$$\oint \varepsilon_o\vec{E}.d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon}$$

$$\oint \varepsilon_o\varepsilon\vec{E}.d\vec{S} = q \qquad (3.19)$$

Trong đó $\vec{D} = \varepsilon_o\varepsilon\vec{E}$ = *vectơ điện cảm tại M (coi như trong điện môi).*

$$\oint_S \vec{D}.d\vec{S} = q \qquad (3.19a)$$

ở vế phải q là điện tích chứa trên tấm kim loại A nằm bên trong mặt kín S. Điện tích này thường được gọi là điện tích tự do, để phân biệt với các điện tích liên kết.

Công thức (3.19a) diễn tả *định lý Gau-xơ trong điện môi.*

Điện thông qua một mặt kín S nằm trong một chất điện môi bằng tổng các điện tích tự do nằm bên trong mặt kín ấy.

Công thức (3.19a) được thiết lập trong trường hợp đơn giản. Người ta chứng minh được rằng nó vẫn đúng trong trường hợp tổng quát.

Bài tập ví dụ 3.2*

Tụ điện phẳng tạo bởi hai tấm kim loại giống nhau, cùng diện tích S, đặt song song đối diện nhau; khoảng cách giữa hai tấm là d (rất nhỏ so với kích thước một tấm) khoảng không gian giữa hai tấm được lấp đầy một điện môi đồng chất, đẳng hướng, hằng số điện môi ε.

Hai tấm được nối vào một nguồn tạo ra hiệu điện thế U không đổi giữa hai tấm.

Xác định:

a) Điện tích trên mỗi tấm.

b) Cường độ điện trường giữa hai tấm.

c) Lực tương tác giữa hai tấm.

d) Khi rút chất điện môi ra ngoài thì ba đại lượng trên thay đổi thế nào?

Giải

a) Điện dung tụ điện có điện môi:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$$

điện tích trên hai tấm là +q và −q với

$$q = CU = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{S}{d} U$$

b) Cường độ điện trường giữa hai tấm:

$$E = \frac{U}{d}$$

Nhận xét

$$E = \frac{U}{d} = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon S} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}$$

c) Mỗi tấm chịu tác dụng của điện trường do tấm kia gây ra.

Cường độ điện trường do một tấm gây ra

$$E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{q}{2\varepsilon_0\varepsilon S} = \frac{U}{2d}$$

Lực điện tác dụng lên mỗi tấm

$$F = qE_1 = \frac{q^2}{2\varepsilon_0\varepsilon S} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{2}\frac{U^2}{d^2}$$

d) Khi rút điện môi ra thì $\varepsilon \to 1$ và với điều kiện q giảm ε lần

U = const: E không đổi

F giảm ε lần

Bài tập ví dụ 3.3

Quả cầu (O, R) đồng chất, đẳng hướng, tích điện q phân bố đều. Tính năng lượng điện của quả cầu đó. Hằng số điện môi trong toàn không gian = ε.

Giải:

Năng lượng tĩnh điện của quả cầu bằng năng lượng điện trường do quả cầu đó sinh ra. Cường độ điện trường trong quả cầu cho bởi:

$$E_{trong} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0\varepsilon}r = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R^3}r \quad (r \le R)$$

và ngoài quả cầu cho bởi: $E_t = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2} \quad (r > R)$

(Xem bài tập ví dụ 1.20).

Mật độ năng lượng điện trường cho bởi:

$$w = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon E^2$$

Năng lượng điện trường của quả cầu điện môi:

$$W = \int\limits_{\text{toàn không gian}} w_e dV = \int_0^\infty \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon E^2(4\pi r^2 dr) =$$

$$= \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon\left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\right)^2\left(\frac{1}{R^6}\int_0^R r^2.4\pi r^2 dr + \int_R^\infty \frac{1}{r^4}4\pi r^2 dr\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon\left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\right)^2.4\pi\left(\frac{1}{R^6}\frac{R^5}{5} + \frac{1}{R}\right)$$

$$W = \frac{6}{5}\left(\frac{1}{2}\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon R}\right) = \frac{6}{5}W_{kl}$$

W_{kl} là năng lượng của quả cầu kim loại cùng kích thước, tích điện q.

BÀI TẬP TỰ GIẢI

3.1. Xác định mật độ điện tích liên kết trên một tấm mica dày 0,02cm đặt vào giữa và áp sát hai bản của một tụ điện phẳng được tích điện đến U = 400V.

3.2. Một tụ điện phẳng có điện môi ε = 6, khoảng cách hai bản là 0,4cm được tích điện đến U = 1200V. Xác định: Cường độ điện trường bên trong điện môi; Mật độ điện mặt trên hai bản tụ điện; Mật độ điện tích liên kết.

3.3. Một tụ điện phẳng, điện tích mỗi bản bằng S, khoảng cách hai bản bằng d. Giữa hai bản có hai lớp điện môi song song, bề dày lần lượt d_1 và d_2 ($d_1 + d_2 = a$) và có hằng số điện môi ε_1, ε_2. Xác định điện dung của tụ điện ấy.

Chương 4
DÒNG ĐIỆN

§1. BẢN CHẤT VÀ CÁC ĐẶC TRƯNG CỦA DÒNG ĐIỆN

1.1. Định nghĩa

a) Dòng điện là *dòng chuyển dời có hướng của các hạt tích điện.*

b) Để tạo thành một dòng điện, cần phải có hai điều kiện.

+ Môi trường phải chứa các *hạt tích điện* tự do còn gọi là *hạt dẫn*; nói cách khác môi trường phải có *tính dẫn điện.*

+ Phải có lực – điện trường hoặc từ trường – tác dụng lực điện từ lên các hạt dẫn, tạo thành *chuyển động có hướng* của các hạt dẫn đó.

c) Tuỳ theo môi trường dẫn điện, các hạt dẫn tương ứng là:

Môi trường dẫn	Hạt dẫn
- Kim loại	electron
Bán dẫn	electron và lỗ trống
- Chất điện phân	ion dương, ion âm
Chất khí	electron, ion dương và ion âm

Môi trường có dòng điện có thể là chân không nếu trong đó có các hạt dẫn.

d) Chiều dòng điện là *chiều chuyển dời có hướng của các hạt dẫn tích điện dương*, như vậy trong kim loại, chiều dòng điện là chiều ngược với chiều chuyển dời có hướng của các electron.

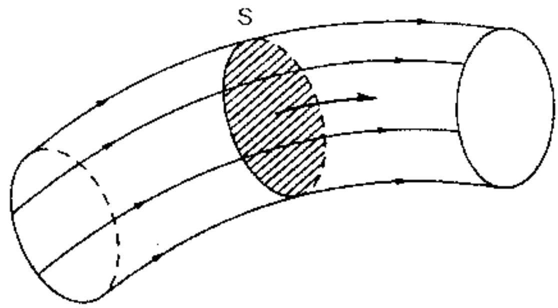
e) Quỹ đạo của các hạt dẫn trong chuyển dời có hướng được gọi là các *đường dòng*. Tập hợp các đường dòng tựa trên một đường cong kín tạo thành một *ống dòng*. Trong chương này ta chỉ khảo sát dòng điện chạy trong các *dây dẫn* hình trụ, khi đó dễ dàng thấy rằng, *mặt ngoài của dây dẫn hình trụ là một ống dòng.*

1.2. Cường độ dòng điện

Cường độ dòng điện qua một diện tích S vuông góc với các đường dòng là một đại lượng có độ lớn bằng điện lượng chuyển qua diện tích ấy trong một đơn vị thời gian (hình 4.1).

Nếu trong khoảng thời gian dt, điện lượng chuyển qua diện tích S bằng dq thì cường độ dòng điện qua S là:

$$i = \frac{dq}{dt} \qquad (4.1)$$



Hình 4.1

Từ đó suy ra điện lượng q chuyển qua S trong một khoảng thời gian (0, t):

$$q = \int dq = \int_0^t idt \qquad (4.2)$$

Trong hệ đơn vị SI, đơn vị cường độ dòng điện là ampe (A), đơn vị điện lượng là culông (C).

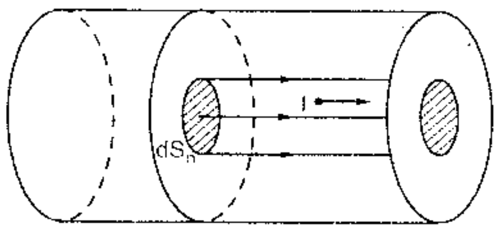
Nếu cường độ i là một hằng số, ta có một *dòng điện không đổi*. Nếu cường độ i thay đổi theo thời gian t, ta có một *dòng điện biến thiên*. Một trường hợp riêng của dòng điện biến thiên là *dòng điện xoay chiều hình sin*.

1.3. Mật độ dòng điện

Ta hãy xét một phần tử diện tích dS_n trên tiết diện thẳng của một dây dẫn trong có dòng điện (hình 4.2). Nếu i là cường độ dòng điện chạy qua cả tiết diện của dây thì cường độ dòng điện chạy qua phần tử tiết diện dS_n là di, tỷ số:

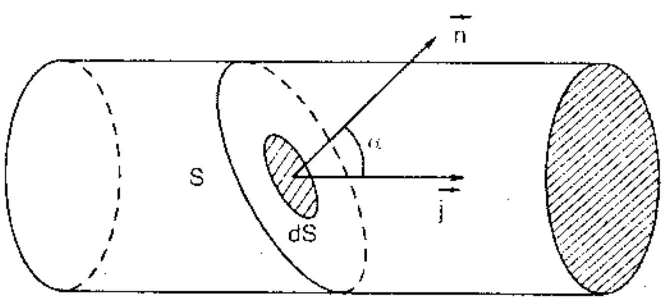
$$j = \frac{di}{dS_n} \qquad (4.3)$$

được gọi là *mật độ dòng điện*: đại lượng đó biểu thị *cường độ dòng điện qua một đơn vị diện tích của tiết diện dây dẫn*. Đơn vị mật độ dòng điện là A/m^2, A/cm^2 hay A/mm^2.



Hình 4.2

Người ta biểu diễn mật độ dòng điện bằng một vectơ $\vec{j}$ gọi là *vectơ mật độ dòng điện*. Vectơ $\vec{j}$ có phương nằm theo tiếp tuyến của đường dòng, hướng theo chiều dòng điện và có độ lớn bằng j (hình 4.3).



Hình 4.3

Trong trường hợp tổng quát để tính cường độ dòng điện i chạy qua một tiết diện S không vuông góc với các đường dòng, trước hết ta tính cường độ dòng qua một phần tử diện tích dS:

$$di = jdS_n = jdS\cos\alpha$$

trong đó, dS_n là hình chiếu của dS lên mặt phẳng tiết diện thẳng của dây dẫn; α là góc tạo bởi vectơ mật độ dòng $\vec{j}$ và pháp tuyến $\vec{n}$ của dS. Cường độ dòng chạy qua diện tích S cho bởi tích phân:

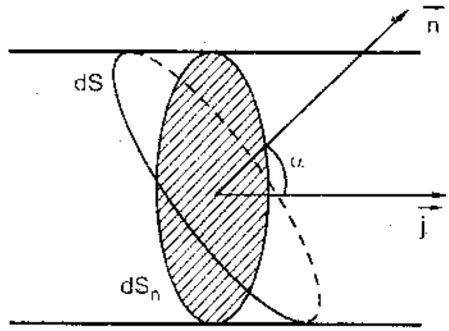
$$i = \int_S j\,dS\cos\alpha \qquad (4.4)$$

ở đây $\vec{n}$ là vectơ đơn vị nằm theo pháp tuyến của dS. Ta có thể viết:

$$j\cos\alpha = \vec{j}.\vec{n}$$

Vậy

$$i = \int_S \vec{j}.\vec{n}\,dS \tag{4.5}$$

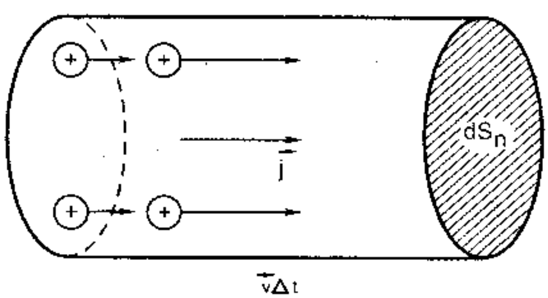


Hình 4.4

1.4. Biểu thức của vectơ mật độ dòng điện

Giả sử dòng điện qua dây dẫn được tạo bởi dòng các hạt dẫn giống nhau, điện tích mỗi hạt bằng q_o và mật độ hạt bằng n_o. Trong khoảng thời gian Δt số lượng hạt dẫn chuyển qua tiết diện thẳng dS_n sẽ nằm trong thể tích hình trụ có chiều dài $v\Delta t$ và có thể tích = $(v\Delta t)\,dS_n$. Lượng điện tích chuyển qua dS_n trong khoảng thời gian Δt là:

$$\Delta q = q_o(n_o v\Delta t\, dS_n)$$



Hình 4.5

Cường độ dòng qua dS_n cho bởi:

$$di = \frac{\Delta q}{\Delta t} = n_o q_o v dS_n$$

và mật độ dòng điện:

$$j = \frac{di}{dS_n} = n_o q_o v$$

Hệ thức trên có thể viết dưới dạng vectơ

$$\vec{j} = n_o q_o \vec{v} \tag{4.6}$$

Chú ý: Trong hệ thức này q_o là giá trị đại số của điện tích.

§2. DÒNG ĐIỆN TRONG KIM LOẠI

Ta nhắc lại các định luật cơ bản về dòng điện trong kim loại.

2.1. Định luật Ôm

Khi một đoạn dây dẫn kim loại AB có điện thế đầu A cao hơn điện thế đầu B, nghĩa là:

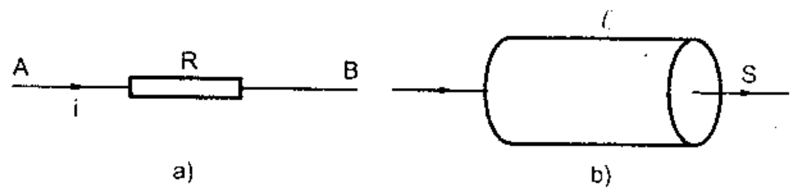
$$U_{AB} = V_A - V_B > 0$$

thì trong dây dẫn kim loại đó:

a) Có dòng điện chạy từ A đến B.

b) Hiệu điện thế U_{AB} được đo bằng tích của cường độ dòng điện i với điện trở R của đoạn dây dẫn đó:

$$U_{AB} = V_A - V_B = Ri \tag{4.7}$$



Hình 4.6

Trong công thức (4.7), U_{AB} tính ra vôn, i tính ra ampe và điện trở R tính ra ôm. Nếu dây dẫn kim loại AB có độ dài l, diện tích tiết diện thẳng S và điện trở suất ρ thì điện trở R của dây dẫn ấy được tính theo công thức:

$$R = \rho\frac{l}{S} \tag{4.8}$$

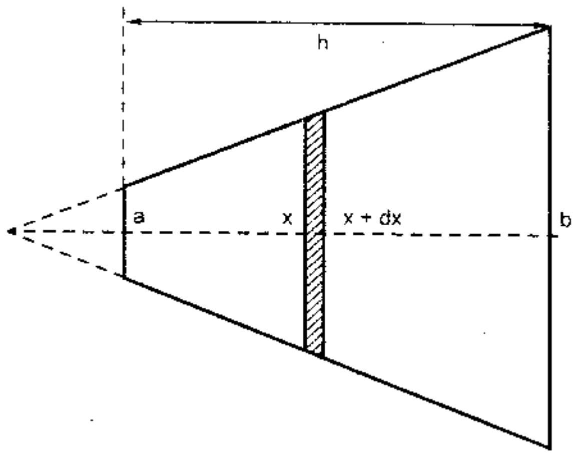
trong đó l tính ra mét, S tính ra mét vuông, R tính ra ôm (Ω) và điện trở suất ρ tính ra ôm mét (Ωm).

Ví dụ: $\rho_{Cu} = 1,6.10^{-8}$ Ωm

$\rho_{Al} = 2,9.10^{-8}$ Ωm.

Bài tập ví dụ 4.1

Tính điện trở của một dây dẫn kim loại đồng chất, điện trở suất ρ, hình nón cụt tròn xoay, bán kính hai đáy là a và b (b > a), chiều cao h (hình 4.7).



Hình 4.7

Giải

Chia dây dẫn thành những lát mỏng song song với hai đáy. Xét một lát có bề dày dx, cách đáy nhỏ của hình nón cụt một đoạn x.

Diện tích đáy của lát ấy cho bởi: πr^2 với $r = \dfrac{b-a}{h}x + a$.

Vậy điện trở của lát ấy là:

$$dR = \rho\frac{dx}{\pi\left(\dfrac{b-a}{h}x+a\right)^2} = \frac{\rho}{\pi}\frac{h}{b-a}\frac{d\left(\dfrac{b-a}{h}x+a\right)}{\left(\dfrac{b-a}{h}x+a\right)^2}$$

$$R = \frac{\rho h}{\pi(b-a)}.\left.\frac{-1}{\dfrac{b-a}{h}x+a}\right|_0^h,\ R = \frac{\rho h}{\pi ab}$$

Bài tập ví dụ 4.2

Hai mặt cầu kim loại đồng tâm, bán kính a và b (b > a); giữa hai mặt cầu đó được lấp đầy một chất dẫn điện có điện trở suất ρ không đổi. Một điện thế U được đặt vào hai mặt cầu đó. Tính điện trở của vật dẫn nằm giữa hai lớp cầu.

Giải

Ta chia vật dẫn nằm giữa hai mặt cầu đó thành những lớp cầu vi phân nằm giữa hai mặt cầu bán kính lần lượt x, x + dx ($a \le x \le b$).

Điện trở của lớp này là: $dR = \rho\dfrac{dx}{4\pi x^2}$

Vậy $$R = \frac{\rho}{4\pi}\int_a^b \frac{dx}{x^2} = \frac{\rho}{4\pi}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

Bài tập ví dụ 4.3

Hình trụ rỗng có chiều dài *l*, hai mặt bằng kim loại mỏng, bán kính a và b (a < b). Giữa hai mặt trụ đó được lấp đầy một chất dẫn điện đồng chất, điện trở suất ρ. Một hiệu điện thế U được đặt vào hai mặt trụ đó. Tính điện trở của vật dẫn điện nói trên.

Giải

Chia vật dẫn nằm giữa hai mặt trụ nói trên thành những phần tử nhỏ nằm giữa hai mặt trụ đồng trục, bán kính x và x + dx ($a \le x \le b$).

$$dR = \rho\frac{dx}{2\pi x l}$$ ($2\pi x l = S$ = diện tích mặt bên của hình trụ)

Vậy điện trở vật dẫn:

$$R = \frac{\rho}{2\pi l}\int_a^b \frac{dx}{x} = \frac{\rho}{2\pi l}\ln\frac{b}{a}$$

Chú ý quan trọng:

Giả sử có hai tấm kim loại đặt đối diện song song nhau; nếu giữa hai tấm đó được lấp đầy điện môi có hằng số điện môi ε thì chúng tạo thành một tụ điện có điện dung C; nếu giữa hai tấm đó được lấp đầy chất dẫn điện có điện trở suất ρ thì ta được một điện trở R.

Bảng sau đây cho ta C và R trong ba trường hợp điển hình:

Tụ điện, điện trở	Phẳng	Cầu	Trụ
C	$\frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}$	$\frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}}$	$\frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln\frac{b}{a}}$
R	$\rho\frac{d}{S}$	$\frac{\rho}{4\pi}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$	$\frac{\rho}{2\pi l}\ln\frac{b}{a}$

Trong cả ba trường hợp ta đều có hệ thức:

$$CR = \varepsilon_0\varepsilon\rho$$

Có thể chứng minh rằng kết quả này là tổng quát.

Bài tập ví dụ 4.4

Khoảng không gian giữa hai tấm của một tụ điện được lấp đầy bằng một chất có $\varepsilon = 7$ và $\rho = 100G\Omega m$. Điện dung của tụ điện $C = 3000pF$. Tính cường độ dòng điện rò qua tụ khi đặt vào hai tấm hiệu điện thế $U = 7000V$.

Giải

Theo (4.13), điện trở R của môi trường giữa hai tấm cho bởi:

$$R = \frac{\varepsilon_0\varepsilon\rho}{C} = \frac{\frac{1}{36\pi.10^9}.7.100.10^9}{3000.10^{-12}}$$

$$R = \frac{7}{108\pi}10^{11}\Omega$$

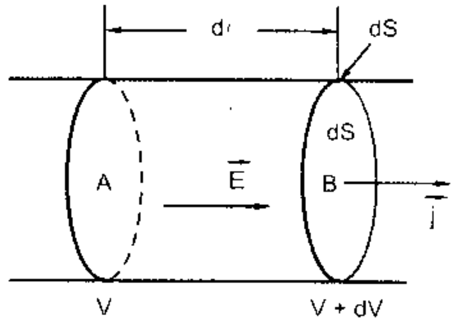
Cường độ dòng điện rò:

$$\mathring{I} = \frac{U}{R} = \frac{7.10^3.108\pi}{7}.10^{-11} = 108\pi.10^{-8}A$$

$$\mathring{I} = 3{,}4.10^{-6}A$$

2.2. Dạng vi phân của định luật Ôm

Định luật Ôm biểu diễn bằng công thức (4.10), áp dụng cho một đoạn dây dẫn có dòng điện chạy qua. Bây giờ, ta hãy tìm một công thức biểu diễn định luật đó, nhưng áp dụng được với mỗi điểm của dây dẫn, gọi là dạng vi phân của định luật Ôm.



Hình 4.8

Muốn vậy, ta hãy xét hai diện tích nhỏ dS nằm vuông góc với các đường dòng, và cách nhau một khoảng nhỏ dl (hình 4.8). Gọi V và V + dV là điện thế tại hai diện tích ấy, dI là cường độ dòng điện chạy qua chúng. Theo định luật Ôm, ta có:

$$dI = \frac{[V - (V + dV)]}{R} = -\frac{dV}{R}$$

trong đó: –dV là độ giảm điện thế khi ta đi từ diện tích A sang diện tích B theo chiều dòng điện, R là điện trở của đoạn mạch AB. Vì:

$$R = \frac{\rho dl}{dS},$$

nên ta có:

$$dI = -\frac{dV}{\left[\frac{\rho dl}{dS}\right]} = \left[\frac{1}{\rho}\right]\left[-\frac{dV}{dl}\right].dS$$

Từ đó, suy ra biểu thức của mật độ dòng điện:

$$j = \frac{dI}{dS} = \frac{1}{\rho}\left(-\frac{dV}{dl}\right).$$

Theo công thức (1.63) ở chương 1, ta có:

$$-\frac{dV}{dl} = E.$$

với E là cường độ điện trường giữa hai diện tích A và B. Do đó:

$$j = \left(\frac{1}{\rho}\right)E \tag{4.9}$$

Đại lượng nghịch đảo của điện trở suất

$$\frac{1}{\rho} = \lambda \tag{4.10a}$$

được gọi là *điện dẫn suất* của dây dẫn. Vì vậy, ta có:

$$j = \lambda E \tag{4.10b}$$

Vì hai vectơ $\vec{j}$ và $\vec{E}$ luôn luôn cùng phương, cùng chiều với nhau, nên ta có thể viết:

$$\vec{j} = \lambda \vec{E}. \tag{4.11}$$

Đó chính là dạng vi phân của định luật Ôm; dạng vi phân này chứng tỏ:

Tại một điểm bất kỳ trong môi trường có dòng điện chạy qua, vectơ mật độ dòng điện tỷ lệ thuận với vectơ điện trường tại điểm đó.

2.3. Hiệu ứng Jun

Khi có dòng điện chạy qua một dây dẫn (kim loại) thì dây dẫn ấy nóng lên: hiện tượng toả nhiệt này gọi là hiệu ứng Jun.

Nhiệt lượng toả ra trên dây dẫn trong khoảng thời gian t có giá trị bằng điện năng tiêu thụ A trên đoạn dây dẫn ấy trong thời gian t.

Điện năng này được tính bằng công chuyển dời điện tích qua mạch:

$$A = \int_0^q U dq = \int_0^t UI dt$$

Nếu mạch chỉ gồm một điện trở R thì: U = RI

và
$$A = RI^2 t = \frac{U^2}{R} t \tag{4.12}$$

ta được công thức Jun.

Công suất toả nhiệt trên điện trở R được cho bởi:

$$P = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R} \tag{4.13}$$

Có thể tính mật độ công suất tiêu thụ trên dây dẫn bằng cách lấy P chia cho thể tích dây dẫn.

$$w = \frac{P}{(dl)S} = \frac{U^2}{Rdl/S} = \frac{U^2}{\rho\frac{dl}{S}(dl/S)} = \frac{1}{\rho}\left(\frac{U}{dl}\right)^2$$

trong đó $\frac{1}{\rho} = \lambda$ = điện dẫn suất, còn $\frac{U}{dl} = -\frac{dV}{dl}$ = cường độ điện trường E trong kim loại.

Vậy: $$w = \lambda E^2 \tag{4.14}$$

Công thức (4.14) là định luật Jun dưới dạng vi phân.

Bài tập ví dụ 4.5

Giữa hai bản của một tụ điện cầu (bán kính a, b : a < b) được lấp đầy một chất (đồng chất, đẳng hướng) có hằng số điện môi ε và điện dẫn suất λ. Lúc đầu bản bên trong được tích điện q_o (> 0). Xác định:

1. Quy luật biến đổi điện tích q của bản bên trong.
2. Nhiệt lượng Q toả ra khi phóng điện.

Giải

1. Cường độ dòng điện qua mặt cầu (O, r) ($a \le r \le b$) là:

$$i = Sj \text{ (do tính đối xứng cầu)}$$

$$i = 4\pi r^2\lambda E \text{ (} j = \lambda E\text{: định luật Ôm)}$$

$$i = 4\pi r^2\lambda\frac{q}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon r^2} = \frac{\lambda q}{\varepsilon_o\varepsilon}$$

Mặt khác: $i = -\frac{dq}{dt}$ (dq < 0)

nên $$-\frac{dq}{dt} = \frac{\lambda}{\varepsilon_o\varepsilon}q\ ;\ \frac{dq}{q} = -\frac{\lambda}{\varepsilon_o\varepsilon}dt$$

Suy ra $$q = q_o e^{-\frac{\lambda}{\varepsilon_o\varepsilon}t}$$

2. Cường độ dòng điện rò $i = -\frac{dq}{dt} = \frac{\lambda q_o}{\varepsilon_o\varepsilon}e^{-\frac{\lambda}{\varepsilon_o\varepsilon}t}$

Nhiệt lượng toả ra khi phóng điện:

$$Q = \int_0^\infty Ri^2 dt \text{ trong đó } R = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)\frac{1}{\lambda}$$

Kết quả $$Q = \frac{q_0^2}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) = \frac{q_0^2}{2C}.$$

§3. NGUỒN ĐIỆN. SUẤT ĐIỆN ĐỘNG CỦA NGUỒN ĐIỆN. ĐIỆN TRƯỜNG XOÁY

3.1. Nguồn điện

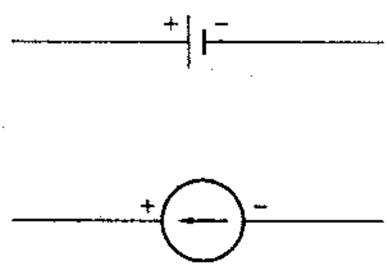
Để tạo thành dòng điện trong một mạch, phải liên tục cung cấp năng lượng cho mạch, nghĩa là phải cần một *nguồn điện*. Nguồn điện về bản chất là một nguồn năng lượng: trong quá trình làm việc, nguồn luôn luôn sản ra điện năng cung cấp cho mạch. Nói một cách cụ thể hơn, trong quá trình làm việc, nguồn điện tạo ra một điện trường; điện trường này tác dụng lực điện lên các hạt dẫn của mạch. Tác dụng này làm cho các hạt dẫn chuyển động, tạo thành dòng điện trong mạch.

Tuỳ theo dòng điện được sản ra, người ta phân biệt:

– Nguồn điện một chiều;

– Nguồn điện xoay chiều.

Trong bài này ta hãy xét các *nguồn điện một chiều*. Đặc điểm của nguồn điện một chiều là nguồn đó có hai điện cực khác nhau là *cực dương* và *cực âm* (hình 4.9).



Hình 4.9. **Ký hiệu nguồn điện một chiều**

3.2. Suất điện động

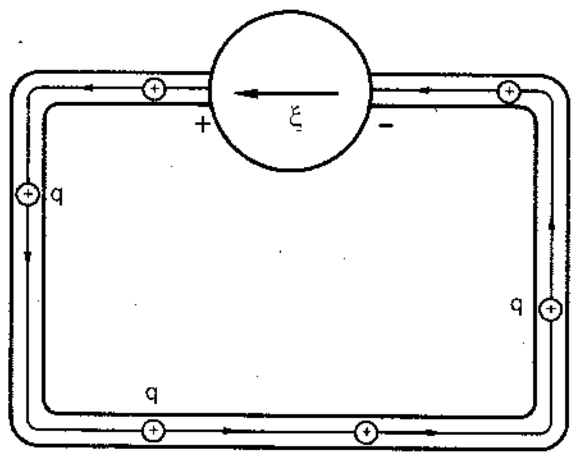
Ta hãy xét một nguồn điện một chiều nối vào một mạch điện kín. Khi nguồn làm việc, nghĩa là khi có dòng điện chạy qua nguồn, nguồn liên tục sinh công tạo thành dòng điện trong mạch kín. Giả sử dưới tác dụng của nguồn, có điện tích q chuyển dời theo mạch kín. Trong quá trình này, nguồn sinh ra một công $A_{nguồn}$. Thực nghiệm và lý thuyết chứng tỏ rằng công $A_{nguồn}$ tỷ lệ với q; tỷ số không đổi:

$$\xi = \frac{A_{nguồn}}{q} \tag{4.15}$$

được gọi là *suất điện động* của nguồn. Ta có thể viết

$$A_{nguồn} = \xi q \tag{4.16}$$

Trong quá trình dòng điện chạy trong mạch kín, công do nguồn sinh ra được đo bằng tích của suất điện động với điện tích q chuyển dời trong mạch kín.



Hình 4.10

Nếu xét trong một khoảng thời gian dt thì công do nguồn sinh ra có giá trị:

$$dA_{nguồn} = \xi dq = \xi i dt$$

Công suất của nguồn được tính theo công thức:

$$P_{nguồn} = \frac{dA_{nguồn}}{dt} = \xi i \tag{4.17}$$

Trong các công thức trên, suất điện động được tính ra đơn vị vôn.

Suất điện động của một nguồn phụ thuộc vào cấu tạo và cơ chế tạo dòng điện của nguồn; về bản chất, khi làm việc, nguồn sinh ra trong mạch một điện trường đặc biệt ký hiệu $\vec{E}_m$. Điện trường này tác dụng lực lên các hạt dẫn q_o:

$$\vec{F}_m = q_o\vec{E}_m$$

Lực $\vec{F}_m$ làm cho các hạt dẫn chuyển động trong mạch kín (C) tạo thành dòng điện.

Công của lực $\vec{F}_m$ trong chuyển dời của q_o theo mạch kín (C) chính là công do nguồn sản ra:

$$A_{nguồn} = \xi q_o = \oint_{(C)} \vec{F}_m.d\vec{s} = q_o \oint_{(C)} \vec{E}_m.d\vec{s}$$

Ta suy ra:

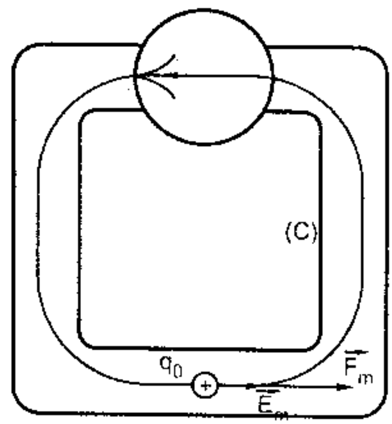
$$\xi = \oint_{(C)} \vec{E}_m.d\vec{s} \qquad (4.18)$$

Vế phải là lưu số của vectơ điện trường $\vec{E}_m$ dọc theo mạch kín (C).

Vậy có thể phát biểu:

Trong mạch kín có dòng điện do nguồn điện phát ra, suất điện động của nguồn có giá trị bằng lưu số của điện trường $\vec{E}_m$ dọc theo mạch kín.

Ta nhận thấy rằng điện trường $\vec{E}_m$ do nguồn điện tạo ra có *bản chất khác với điện trường tĩnh* $\vec{E}$, vì lưu số của vectơ điện trường tĩnh $\vec{E}$ dọc theo mạch kín luôn luôn bằng 0.



Hình 4.11

Người ta gọi điện trường $\vec{E}_m$ do nguồn điện sinh ra là *điện trường động lực* hay *điện trường xoáy* (hoặc điện trường lạ).

3.3. Định luật Ôm đối với một đoạn mạch có nguồn

Xét một đoạn mạch AB trong đó có một nguồn điện với suất điện động ξ và điện trở trong r.

Giả sử dòng điện chạy theo chiều từ A đến B, cường độ I. Công suất điện tiêu thụ trong mạch AB được đo bằng:

$$P = U_{AB}I \qquad (4.19)$$

Trong mạch AB ta thấy công suất điện tiêu thụ trên r dưới dạng toả nhiệt nhưng đồng thời nguồn điện lại sản ra công suất $P_{nguồn} = \xi I$.

Vậy, theo định luật bảo toàn năng lượng, ta có:

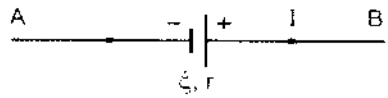
$$P = rI^2 - P_{nguồn} = rI^2 - \xi I$$

hay $$U_{AB}I = rI^2 - \xi I,$$

$$U_{AB} = rI - \xi \tag{4.20}$$

Công thức (4.20) biểu thị định luật Ôm đối với đoạn mạch có nguồn.

Trong trường hợp tổng quát, tuỳ theo chiều dòng điện và tuỳ theo vị trí hai cực của nguồn, công thức trên đây có dạng tổng quát như sau:



Hình 4.12

$$U_{AB} = \pm rI \pm \xi \tag{4.21}$$

trong đó ta viết

a) +rI khi chiều dòng điện đi từ A đến B và –rI trong trường hợp ngược lại;

b) +ξ khi đầu A nối với cực dương và –ξ khi đầu A nối với cực âm của nguồn điện (và ngược lại).

§4. CÁC ĐỊNH LUẬT KIAROHỐP

Để hiểu sâu sắc các khái niệm, các định luật tổng quát về mạch điện trước hết ta cần phân tích cấu tạo của một mạch điện.

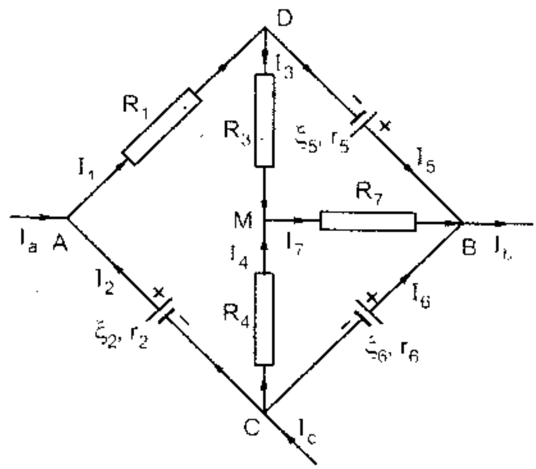
4.1. Cấu tạo của một mạch điện tổng quát

Một mạch điện tổng quát được cấu tạo bởi những phần tử sau:

a) Nhánh là một hoặc nhiều phần tử (điện trở, nguồn, máy thu...) *mắc nối tiếp;* trong mỗi nhánh có một dòng điện chạy theo một chiều xác định với cường độ xác định.

b) Nút là chỗ nối của các đầu nhánh; ở mỗi nút có những dòng điện đi vào nút và những dòng điện từ nút đi ra; cũng có những nút đặc biệt được nối với bên ngoài gọi là đầu vào và đầu ra của mạch. Thí dụ trên mạch của hình 4.13 có 5 nút A, B, C, D và M trong đó A, B, C là các đầu vào ra của mạch. Một mạch điện không có đầu vào và đầu ra gọi là một mạch kín.

c) Đường đi. Đường đi của một mạch nối hai điểm cho trước là một dãy các nhánh kế tiếp nhau của mạch nối liền hai điểm ấy; giữa hai điểm cho trước của một mạch có thể có nhiều đường đi khác nhau. Ví dụ trên mạch của hình 4.13 giữa hai điểm A, B có những đường đi ACB, ACMB, ADB, ADMB...



Hình 4.13

d) Vòng kín là một đường đi đặc biệt có điểm cuối trùng với điểm đầu. Ví dụ trên mạch của hình 4.13, DMBD, ACNDA... là những vòng kín.

4.2. Các định luật cơ bản về mạch điện tổng quát (các định luật Kiarơhốp)

Trong phần này chúng ta xét các định luật cơ bản của một mạch điện tổng quát; các định luật ấy là sự tổng quát hoá các định luật về mạch mắc nối tiếp và song song.

Định luật I (định luật về nút)

Tại mỗi nút của mạch điện, tổng cường độ những dòng điện đi vào nút bằng tổng cường độ những dòng điện từ nút đi ra.

Ví dụ, trên mạch của hình 4.13, tại nút C $\quad I_C = I_2 + I_4 + I_6$

nút M $\quad I_3 + I_4 = I_7$

Định luật về nút thực chất là định luật bảo toàn dòng điện, tương tự như định luật bảo toàn dòng trong cơ học chất lỏng.

Định luật IIA (định luật về đường đi)

Hiệu điện thế giữa hai điểm cho trước của một mạch điện bằng tổng đại số các hiệu điện thế giữa hai đầu của những nhánh liên tiếp trên một đường đi của mạch nối liền hai điểm ấy.

Ví dụ, trên mạch của hình 4.13, với đường đi ACMB ta có:

$$U_{AB} = U_{AC} + U_{CM} + U_{MB} = \xi_2 - r_2I_2 + R_4I_4 + R_7I_7$$

Định luật về đường đi tương đương với định luật sau:

Định luật IIB (định luật về vòng kín)

Tổng đại số các hiệu điện thế giữa hai đầu của những nhánh liên tiếp trên một vòng kín của mạch điện bằng 0.

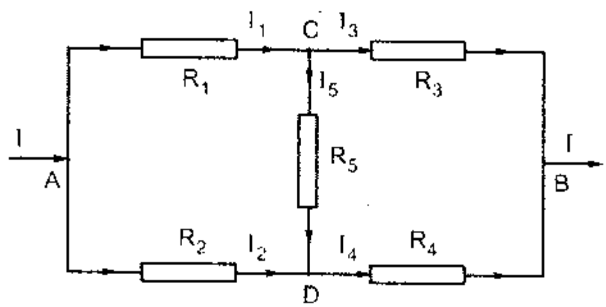
Ví dụ, trên mạch 4.13, với vòng kín ACBMDA ta có:

$$U_{AC} + U_{CB} + U_{BM} + U_{MD} + U_{DA} = 0$$

$$\xi_2 - r_2I_2 - \xi_6 + r_6I_6 - R_7I_7 - R_3I_3 - R_1I_1 = 0$$

Ứng dụng: Các định luật Kiarơhốp trên đây cho ta phương pháp tính toán các cường độ dòng điện trong một mạch điện bất kỳ.

Bài tập ví dụ 4.6



Hình 4.14

Cho mạch cầu điện trở trên hình 4.14.

Biết cường độ dòng điện mạch chính I tính cường độ dòng chạy qua cầu I_5. Ta áp dụng các định luật Kiarơhốp tại nút A :

$$I_1 + I_2 = I \tag{1}$$

với vòng kín ACDA:

$$U_{AC} + U_{CD} + U_{DA} = 0$$

$$R_1I_1 + R_5I_5 - R_2I_2 = 0 \tag{2}$$

Từ (1) suy ra $I_2 = I - I_1$ và thay vào (2) ta được

$$R_1I_1 + R_5I_5 - R_2(I - I_1) = 0$$

$$I_1 = \frac{R_2I - R_5I_5}{R_1 + R_2} \tag{3}$$

Tương tự, tại nút B: $I_3 + I_4 = I$; (4)

với vòng kín BCDB: $U_{BC} + U_{CD} + U_{DB} = 0$

$$-R_3I_3 + R_5I_5 + R_4I_4 = 0 \tag{5}$$

Từ (4) và (5) suy ra:

$$I_3 = \frac{R_4I + R_5I_5}{R_3 + R_4} \tag{6}$$

Tại nút C ta có:

$$I_1 - I_3 = I_5 \tag{7}$$

Thay I_1 và I_3 bằng các biểu thức (3) và (6) vào (7) ta được:

$$\frac{R_2I - R_5I_5}{R_1 + R_2} - \frac{R_4I + R_5I_5}{R_3 + R_4} = I_5$$

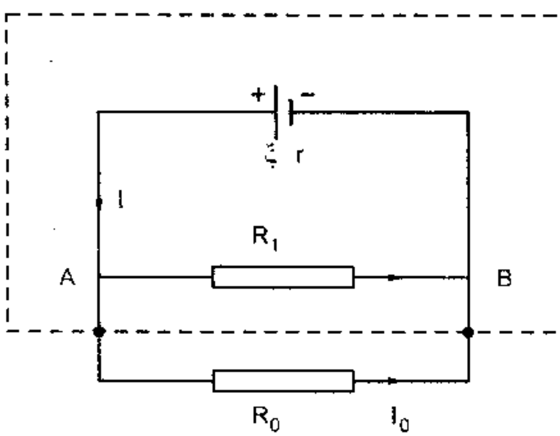
hay
$$\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4}\right)I = \left(1 + \frac{R_5}{R_1 + R_2} + \frac{R_5}{R_3 + R_4}\right)I_5.$$

Ta tìm được

$$I_5 = \frac{(R_2R_3 - R_1R_4)I}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4) + R_5(R_1 + R_2 + R_3 + R_4)} \tag{4.22}$$

4.3. Định lý Thevenin

Ta xét một mạch điện đơn giản mô tả trên hình 4.15 trong đó ta muốn tính cường độ dòng điện chạy qua điện trở R_o.



Hình 4.15

c) Cường độ dòng điện chạy qua nguồn là:

$$I = \frac{\xi}{R + r}$$

trong đó $$R = \frac{R_1 R_o}{R_1 + R_o}$$

Hiệu điện thế ở hai đầu A, B:

$$U_{AB} = RI = \frac{R_1 R_o}{R_1 + R_o} \cdot \frac{\xi}{\frac{R_1 R_o}{R_1 + R_o} + r} = \frac{R_1 R_o \xi}{R_1 R_o + R_1 r + R_o r}$$

và cường độ dòng điện qua R_o:

$$I_o = \frac{U_{AB}}{R_o} = \frac{R_1 \xi}{R_o(R_1 + r) + R_1 r}$$

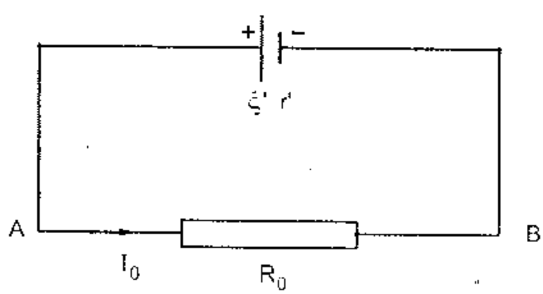
ta có thể viết $$I_o = \frac{\frac{R_1 \xi}{R_1 + r}}{R_o + \frac{R_1 r}{R_1 + r}} \qquad (4.23)$$

Đặt $$\xi' = \frac{R_1 \xi}{R_1 + r} \quad \text{và} \quad r' = \frac{R_1 r}{R_1 + r} \qquad (4.24)$$

thì biểu thức của I_o cho bởi (4.23) có thể viết:

$$I_o = \frac{\xi'}{R_o + r'} \qquad (4.25)$$

Đẳng thức (4.25) chứng tỏ rằng I_o cũng là cường độ dòng điện chính của mạch điện cho bởi hình (4.16).



Hình 4.16

Ta tưởng tượng cắt điện trở R_o ra khỏi mạch điện ở hai điểm A và B thì bộ phận còn lại của mạch có đầu mối là A và B được gọi là một mạng hai cực (mạng một cửa).

Dễ dàng thấy rằng $r' = \dfrac{R_1 r}{R_1 + r}$ là điện trở tương đương của mạng hai cực đó khi cho triệt tiêu ξ, còn $\xi' = \dfrac{R_1\xi}{R_1 + r}$ là hiệu điện thế giữa hai cực A và B khi A và B không nối với R_o, thường được gọi là $U_{hở}$.

Vậy có thể phát biểu:

Mạng hai cực AB tương đương với một nguồn có điện trở trong bằng điện trở tương đương của mạng nếu cho triệt tiêu các suất điện động và có suất điện động bằng hiệu điện thế hai cực của mạng khi hở mạch.

Phát biểu trên đây gọi là định lý Thevenin và đã được chứng minh trong trường hợp tổng quát.

Bài tập ví dụ 4.7

Tính cường độ dòng I_5 chạy qua R_5 của mạch cầu trên hình 4.17a. Theo định lý Thevenin $I_5 = \dfrac{\xi'}{R_5 + r'}$; $\xi' = U_{hở}$

Từ hình 4.17b dễ dàng suy ra: $r' = \dfrac{R_1R_3}{R_1 + R_3} + \dfrac{R_2R_4}{R_2 + R_4}$.

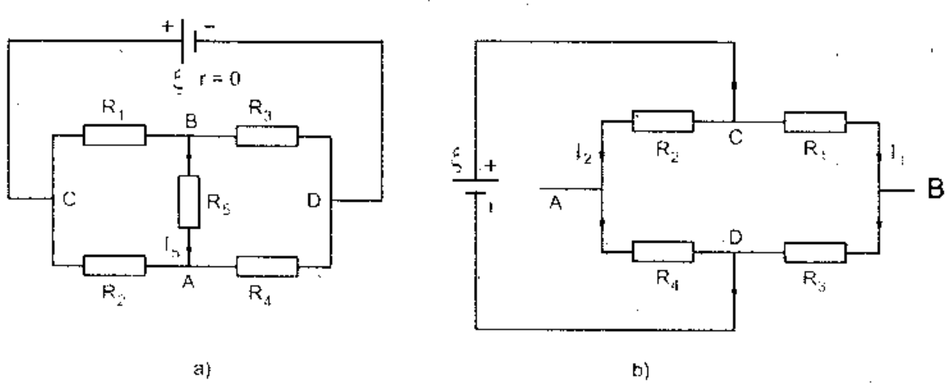
(Chú ý khi cho $\xi = 0$ thì hai điểm C, D có thể chập lại vì r = 0)

$$U_{hở} = U_{AB} = -R_2I_2 + R_1I_1 = \frac{-R_2\xi}{R_2 + R_4} + \frac{R_1\xi}{R_1 + R_3} =$$

$$= \frac{(-R_2R_3 + R_1R_4)\xi}{(R_2 + R_4)(R_1 + R_3)}.$$

Từ đó tính được:

$$I_5 = \frac{(-R_2R_3 + R_1R_4)\xi}{R_5(R_2 + R_4)(R_1 + R_3) + R_1R_3(R_2 + R_4) + R_2R_4(R_1 + R_3)}$$



Hình 4.17

Chương 5

TỪ TRƯỜNG

§1. KHÁI NIỆM TỪ TRƯỜNG

1.1. Lực từ

Thực nghiệm chứng tỏ rằng giữa hai dây dẫn có dòng điện, giữa hai nam châm, giữa một nam châm và một dây dẫn có dòng điện, có những lực tương tác hút hoặc đẩy – gọi là lực từ (lực điện từ).

1.2. Từ trường

Để giải thích sự xuất hiện lực từ, người ta quan niệm rằng xung quanh một dây dẫn có dòng điện hay một nam châm, tồn tại một dạng vật chất gọi là từ trường. Từ trường này gây ra lực từ tác dụng lên một dây dẫn khác (có dòng điện) hay một nam châm khác đặt tại một điểm bất kỳ trong không gian của từ trường ấy.

Từ trường do dòng điện (chạy trong dây dẫn) hoặc do nam châm gây ra – như sau này sẽ thấy từ tính của nam châm là do sự tồn tại những dòng điện vi mô bên trong nam châm. Như vậy, suy cho cùng: từ trường được sinh ra bởi các điện tích chuyển động. Kết hợp với nguồn gốc của điện trường tĩnh có thể nói rằng: *điện tích đứng yên gây ra điện trường tĩnh; điện tích chuyển động gây ra từ trường* (và cả điện trường).

§2. ĐỊNH LUẬT AMPE

2.1. Phần tử dòng điện

Phần tử dòng điện là một đoạn dây dẫn nhỏ chiều dài dl trong đó có dòng điện cường độ I (được tưởng tượng tách ra từ một dây dẫn hữu hạn có dòng điện).

Phần tử dòng điện được biểu diễn bằng vectơ $I\overrightarrow{dl}$, *nằm theo tiếp tuyến với dây dẫn, hướng theo chiều dòng điện.*

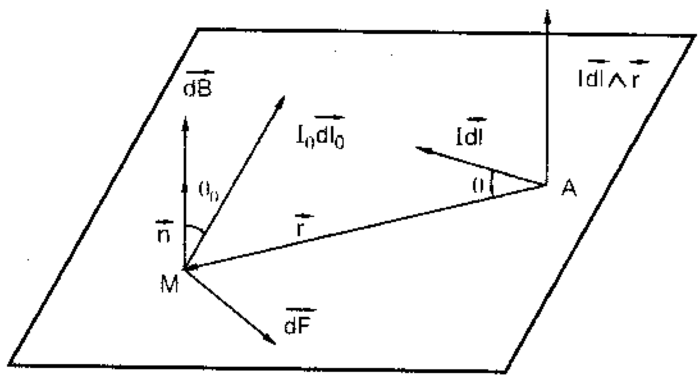
Định luật Ampe cho phép ta xác định lực từ giữa hai phần tử dòng điện.

Ta giả thiết rằng các dòng điện có cường độ không đổi.

2.2. Định luật Ampe

Giả sử có hai phần tử dòng điện $I\overrightarrow{dl}$ gốc là A và $I_0\overrightarrow{dl_o}$ gốc là M. Đặt $\overrightarrow{AM} = \vec{r}$.

Ampe đã thiết lập công thức sau đây (gọi là công thức Ampe) cho ta lực từ $\overrightarrow{dF}$ do $I\overrightarrow{dl}$ tác dụng lên $I_0\overrightarrow{dl_o}$.



Hình 5.1

$$\overrightarrow{dF} = k'\frac{I_0\overrightarrow{dl_o} \wedge \left[I\overrightarrow{dl} \wedge \vec{r}\right]}{r^3} \qquad (5.1)$$

trong đó k' là một hệ số tỷ lệ tùy thuộc vào tính chất của môi trường và các đơn vị đo. Nếu gọi $\vec{n}$ là vectơ đơn vị cùng hướng với vectơ $\left[I\overrightarrow{dl} \wedge \vec{r}\right]$; $\vec{n}$ là vectơ vuông góc với mặt phẳng chứa M và $I\overrightarrow{dl}$; chiều của $\vec{n}$ là chiều thuận đối với chiều quay từ $I\overrightarrow{dl}$ sang $\vec{r}$. Khi đó vectơ lực từ $\overrightarrow{dF}$ được xác định như sau:

– Phương của $\overrightarrow{dF}$ vuông góc với $I\overrightarrow{dl_o}$ và $\vec{n}$.

– Chiều của $\overrightarrow{dF}$ là chiều thuận đối với chiều quay từ $I_0\overrightarrow{dl_o}$ sang $\vec{n}$.

– Cường độ của $\overrightarrow{dF}$ cho bởi:

$$dF = k'\frac{(I_o dl_o \sin\theta_o)(Idl\sin\theta)}{r^2} \tag{5.2}$$

trong đó $\theta = \left(I\,\overrightarrow{dl}, \vec{r}\right)$

$$\theta_o = \left(I_o\,\overrightarrow{dl_o}, \vec{n}_o\right)$$

Trong chân không, với hệ đơn vị SI thì hệ số tỷ lệ k' có giá trị

$$k' = 10^{-7}\ (SI)$$

thường được đặt dưới dạng

$$k' = \frac{\mu_o}{4\pi}$$

với $\mu_o = 4\pi.10^{-7}$ (SI) gọi là *hằng số từ*.

Nếu hai phần tử dòng điện đặt trong một môi trường không phải là chân không thì thực nghiệm chứng tỏ rằng lực tương tác giữa chúng tăng lên μ lần so với trường hợp đặt trong chân không; μ được gọi là *độ từ thẩm* của môi trường.

Vậy công thức Ampe được viết lại như sau, đối với trường hợp tổng quát:

$$\overrightarrow{dF} = \frac{\mu_o\mu}{4\pi}\frac{I_o\overrightarrow{dl_o} \wedge \left[I\overrightarrow{dl} \wedge \vec{r}\right]}{r^3} \tag{5.3}$$

$$dF = \frac{\mu_o\mu}{4\pi}\frac{(I_o dl_o \sin\theta_o)(Idl\sin\theta)}{r^2} \tag{5.4}$$

§3. VECTƠ TỪ CẢM

3.1. Định luật Biô-Sava-Laplatx

Để đặc trưng cho từ trường về mặt định lượng (mặt tác dụng lực), người ta đưa ra một đại lượng vật lý: *vectơ từ cảm* (còn gọi là vectơ cảm ứng từ). Vectơ từ cảm được định nghĩa tương tự như vectơ điện trường.

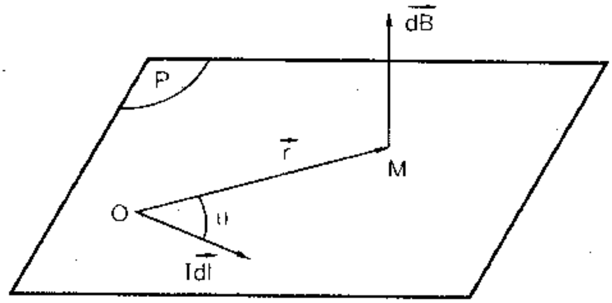
Như ta đã biết, từ định luật tương tác giữa hai điện tích điểm:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon}.\frac{q_o q}{r^3}\vec{r}$$

vectơ điện trường do điện tích điểm q gây ra tại điểm đặt điện tích q_o, cách điện tích q một khoảng r được xác định bằng:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_o} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon}.\frac{q}{r^3}\vec{r}$$

Tỷ số này không phụ thuộc vào độ lớn của điện tích q_o, mà chỉ phụ thuộc vào điện tích q gây ra điện trường và vào vị trí của điểm đặt điện tích q_o.



Hình 5.2

Một cách hoàn toàn tương tự, từ định luật tương tác giữa hai phần tử dòng điện:

$$\overrightarrow{dF} = \frac{\mu_o\mu}{4\pi}.\frac{I_o\overrightarrow{dl_o} \wedge \left(I\overrightarrow{dl} \wedge \vec{r}\right)}{r^3}$$

ta cũng nhận thấy vectơ:

$$\overrightarrow{dB} = \frac{\mu_o\mu}{4\pi}.\frac{I\overrightarrow{dl} \wedge \vec{r}}{r^3} \qquad (5.5)$$

chỉ phụ thuộc vào phần tử dòng điện $I\overrightarrow{dl}$ sinh ra từ trường và vào vị trí của điểm M tại đó đặt phần tử dòng điện $I_o\overrightarrow{dl_o}$ (qua khoảng cách r) mà không phụ thuộc vào phần tử dòng điện $I_o\overrightarrow{dl_o}$ chịu tác dụng của từ trường đang xét.

Vì vậy vectơ $\overrightarrow{dB}$ được gọi là vectơ từ cảm do phần tử dòng điện $I\overrightarrow{dl}$ sinh ra tại điểm M.

Biểu thức (5.5) đã được Biô-Sava-Laplatx đưa ra từ thực nghiệm, do đó còn được gọi là định luật Biô-Sava-Laplatx (BSL). Định luật này được phát biểu cụ thể như sau:

"Vectơ từ cảm $\overrightarrow{dB}$ do một phần tử dòng điện $I\overrightarrow{dl}$ gây ra tại điểm M, cách phần tử đó một khoảng r, là một vectơ có:

– Gốc tại điểm M.

– Phương vuông góc với mặt phẳng chứa phần tử dòng điện $I\overrightarrow{dl}$ và điểm M (tức mặt phẳng P trên hình 5.2).

– Chiều sao cho ba vectơ $\overrightarrow{dl}$, $\vec{r}$ và *$\overrightarrow{dB}$ theo thứ tự này hợp thành một tam diện thuận.*

– Độ lớn của từ cảm dB được xác định bởi công thức:

$$dB = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\cdot\frac{Idl\sin\theta}{r^2} \tag{5.6}$$

Định luật Biô-Sava-Laplatx cho ta xác định vectơ từ cảm $\overrightarrow{dB}$, từ đó xác định được lực tác dụng $\overrightarrow{dF}$ của phần tử dòng điện $I\overrightarrow{dl}$ lên phần tử dòng điện $I_0\overrightarrow{dl_0}$ bằng một công thức khác công thức (5.3). Thực vậy, thay $\overrightarrow{dB}$ từ (5.5) vào (5.3) ta có:

$$\overrightarrow{dF} = I_0\overrightarrow{dl_0} \wedge \overrightarrow{dB} \tag{5.7}$$

Trong hệ đơn vị SI, cảm ứng từ được tính bằng đơn vị tesla (ký hiệu là T).

3.2. Nguyên lý chồng chất từ trường

Giống như điện trường, từ trường cũng tuân theo nguyên lý chồng chất. Theo nguyên lý này:

Vectơ từ cảm $\vec{B}$ do một dòng điện bất kỳ gây ra tại một điểm M bằng tổng các vectơ từ cảm $\overrightarrow{dB}$ do tất cả các phần tử nhỏ của dòng điện gây ra tại điểm ấy.

$$\vec{B} = \int_{\text{cả dòng điện}} \overrightarrow{dB} \tag{5.8}$$

Nếu từ trường do nhiều dòng điện sinh ra thì theo nguyên lý chồng chất từ trường:

Vectơ từ cảm $\vec{B}$ của nhiều dòng điện bằng tổng các vectơ từ cảm do từng dòng điện sinh ra.

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + ... + \vec{B}_n = \sum_{i=1}^{n}\vec{B}_i \tag{5.9}$$

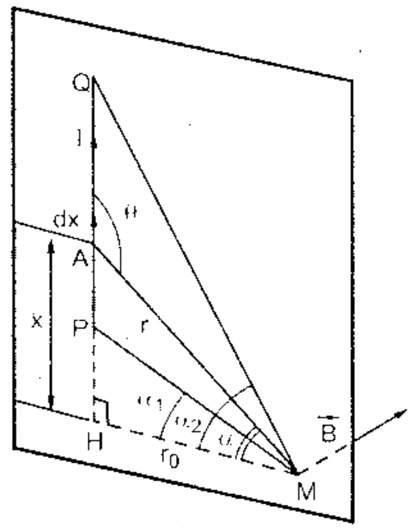
Như vậy với định luật Biô-Sava-Laplatx và nguyên lý chồng chất từ trường, ta có thể xác định được vectơ từ cảm do một dòng điện bất kỳ sinh ra tại một điểm trong từ trường.

3.3. Các bài tập ví dụ

Bài tập ví dụ 5.1

Từ trường của dòng điện thẳng.

Dòng điện cường độ I chạy trong một dây dẫn thẳng PQ. Xác định từ cảm tại một điểm M xác định.



Hình 5.3

Giải

Từ M hạ đường vuông góc với đường thẳng PQ tại H. Đặt:

$$MH = r_o$$

và $$\widehat{HMP} = \alpha_1$$

$$\widehat{HMQ} = \alpha_2$$

Xét một phần tử dòng $I\overrightarrow{dx}$ trên PQ có gốc tại A với HA = x. Phần tử dòng điện $I\overrightarrow{dx}$ gây ra tại M vectơ từ cảm $\overrightarrow{dB}$.

- có phương vuông góc với mặt phẳng MPQ
- có chiều là chiều thuận đối với chiều quay từ $I\overrightarrow{dx}$ sang $\overrightarrow{AM} = \vec{r}$
- có độ lớn $dB = k'\dfrac{Idx\sin\theta}{r^2}$ với $\theta = (\overrightarrow{dx}, \overrightarrow{AM})$.

Từ cảm tổng hợp tại M cho bởi $\vec{B} = \int\limits_{\text{đoạn PQ}} \overrightarrow{dB}$.

Dễ dàng nhận thấy mọi vectơ từ cảm $\overrightarrow{dB}$ đều cùng hướng. Vậy:

$$B = \int\limits_{PQ} dB = \int\limits_{PQ} k'\frac{Idx\sin\theta}{r^2} \tag{5.10}$$

Chọn biến tích phân là góc $\widehat{HMA} = \alpha$. Ta có:

$$x = r_o tg\alpha \Rightarrow dx = r_o\frac{d\alpha}{\cos^2\alpha}$$

và $$\sin\theta = \cos\alpha \; ; \; r = \frac{r_o}{\cos\alpha}$$

Vậy (5.10) có thể viết:

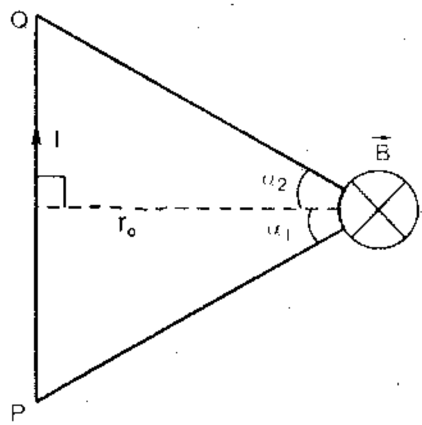
$$B = \int k' \frac{Ir_o \dfrac{d\alpha}{\cos^2\alpha} \cos\alpha}{\dfrac{r_o^2}{\cos^2\alpha}} = k'\frac{I}{r_o}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \cos\alpha d\alpha$$

$$B = k'\frac{I}{r_o}(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1)$$

hay $$B = \frac{\mu_o\mu I}{4\pi r_o}\left(\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1\right) \qquad (5.11)$$

Chú ý: Công thức (5.11) có những dạng thay đổi chút ít tuỳ theo từng trường hợp cụ thể mô tả trên hình 5.4; 5.5.

Để vẽ được hình đơn giản, người ta biểu diễn một vectơ, một dòng điện vuông góc với mặt phẳng hình vẽ bằng một vòng tròn nhỏ có dấu chéo nếu vectơ hướng ra sau và có dấu chấm nếu vectơ hướng ra trước hình vẽ.



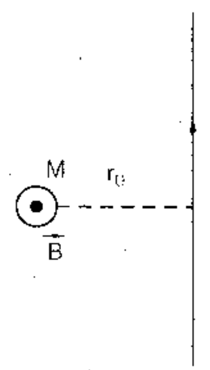
Hình 5.4

Đoạn dây dẫn PQ có dòng điện (hình 5.4)

$$B = \frac{\mu_o\mu I}{4\pi r_o}\left(\sin\alpha_1 + \sin\alpha_2\right) \qquad (5.12)$$

Dây dẫn thẳng vô hạn $\left(\alpha_1 = \alpha_2 = \dfrac{\pi}{2}\right)$ (hình 5.5)

$$B = \frac{\mu_o\mu I}{2\pi r_o} \qquad (5.13)$$



Hình 5.5

Bài tập ví dụ 5.2

Từ trường của dòng điện chạy trong vòng dây dẫn.

Cho vòng dây dẫn (O, R) trong có dòng điện cường độ I. Xác định từ cảm tại điểm M trên trục vòng dây: OM = x.

Giải

Chia vòng dây dẫn thành những phần tử dòng $I\overrightarrow{dl}$. Phần tử dòng $Id\vec{l}$ có gốc tại A gây ra tại M vectơ từ cảm $\overrightarrow{dB}$ có phương vuông góc với mặt phẳng chứa M và $I\vec{dl}$, có chiều là chiều thuận đối với chiều quay từ $I\vec{dl}$ sang $\overrightarrow{AM} = \vec{r}$, có độ lớn:

$$dB = k' \frac{Idl \sin\frac{\pi}{2}}{r^2}$$

(Ở đây MA vuông góc với đường tròn (O, R)). Từ cảm tổng hợp $\vec{B}$ cho bởi:

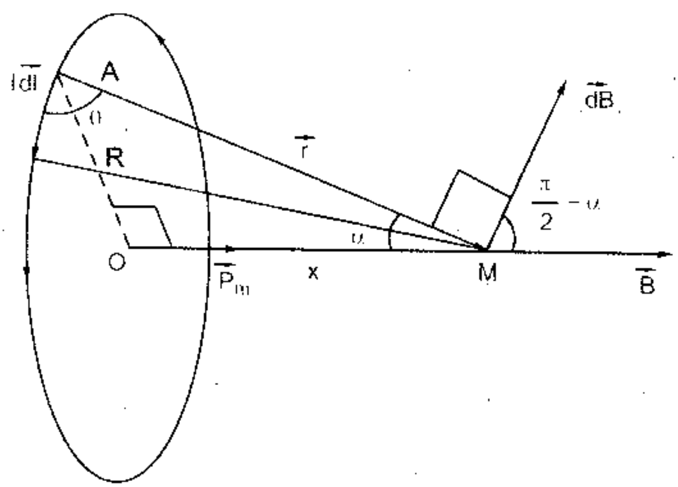
$$\vec{B} = \int d\vec{B}$$

Vì lý do đối xứng, $\vec{B}$ nằm dọc theo trục OM: chiếu đẳng thức vectơ trên đây lên OM ta được:

$$B = \int dB \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

Với $\alpha = \widehat{AMO}$; $\sin\alpha = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{R}{r}$.

Vậy $$B = \int_{\text{vòng tròn}} k' \frac{Idl\frac{R}{r}}{r^2}$$



Hình 5.6

Trong quá trình tích phân R, r đều không đổi

$$B = k' \frac{IR}{r^3} \int dl = k' \frac{IR}{r^3} 2\pi R$$

$$B = \frac{\mu_o\mu IR^2}{2r^3} = \frac{\mu_o\mu IR^2}{2(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (5.14).$$

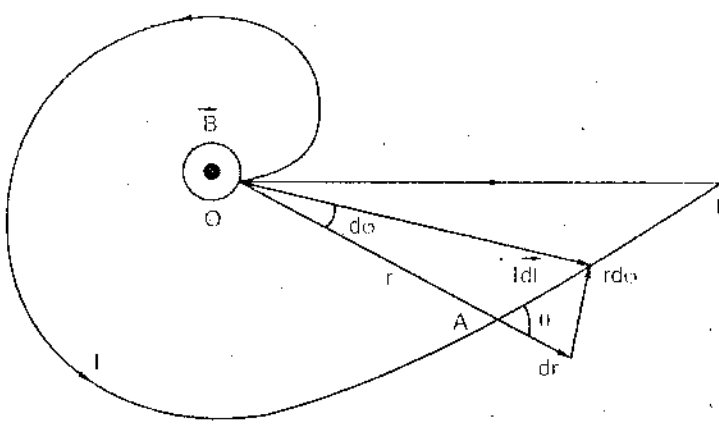
hay
$$B = \frac{\mu_o\mu IS}{2\pi(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (5.14a)$$

Với $S = \pi R^2$ là diện tích mặt tròn (O, R) tích IS được gọi là mômen từ của dòng điện tròn. Mô men từ của dòng điện tròn được diễn tả bằng một vectơ $\vec{p}_m$ nằm trên trục vòng tròn (vuông góc với mặt tròn), có chiều là chiều dương đối với chiều dòng điện, có độ lớn $p_m = IS$. Khi đó có thể viết:

$$\vec{B} = \frac{\mu_o\mu\vec{p}_m}{2\pi(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (5.15)$$

Bài tập ví dụ 5.3*

Một vòng dây dẫn kín tạo thành bởi một dây đồng chất uốn theo đường cong OP mô tả bởi phương trình trong toạ độ cực (r, φ): $r = ae^{\varphi}$ $(0 \le \varphi \le 2\pi)$ và được khép kín bằng đoạn dây thẳng (cùng loại) nối theo đường thẳng từ P đến O. Trong mạch kín ấy có dòng điện cường độ I. Xác định từ cảm B tại gốc O.



Hình 5.7

Giải

Xét một phần tử $I\vec{dl}$ của mạch điện có gốc tại A. Đặt $\overrightarrow{OA} = \vec{r}$. Từ cảm $\overrightarrow{dB}$ do $I\vec{dl}$ gây ra tại O cho bởi: $\overrightarrow{dB} = k'\frac{I\vec{dl} \wedge \vec{r}}{r^3}$. Dễ dàng thấy $\overrightarrow{dB}$

vuông góc với mặt phẳng của mạch và hướng ra trước; và mọi vectơ $\overrightarrow{dB}$ do các phần tử dòng $Id\vec{l}$ của mạch gây ra tại O đều cùng hướng. (Chú ý rằng các phần tử dòng trên PO gây ra tại O những vectơ $\overrightarrow{dB} = \vec{0}$).

Vậy có thể viết: $$B = \int dB = \int k'\frac{Idl\sin\theta}{r^2} \qquad (5.16)$$

Để tính góc θ giữa $\overrightarrow{OA}$ và $Id\vec{l}$, ta biết rằng $d\vec{l}$ được phân tích ra hai thành phần

+ Thành phần xuyên tâm nằm theo $\overrightarrow{OA}$, có giá trị bằng dr.

+ Thành phần vuông góc với thành phần trên, có giá trị bằng rdφ.

Góc giữa $\overrightarrow{OA}$ và $Id\vec{l}$ cho bởi:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{rd\varphi}{dr} = \frac{r}{\frac{dr}{d\varphi}} = \frac{r}{r} = 1 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$

Vậy $$B = \int_{OA} k'\frac{Idl\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}}{r^2} \text{ trong đó } dl = (rd\varphi)\cos\frac{\pi}{4}$$

Do đó $$B = \int_{OA} k'\frac{Ird\varphi\frac{1}{2}}{r^2} = k'\frac{I}{2}\int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi}\frac{d\varphi}{r} = k'\frac{I}{2}\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{ae^{\varphi}} = k'\frac{I}{2a}(1-e^{-2\pi})$$

3.4. Từ trường của hạt điện tích chuyển động

Theo định luật BSL, từ cảm do phần tử dòng điện $Id\vec{l}$ gây ra tại một điểm M cho bởi:

$$\overrightarrow{dB} = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\wedge\vec{r}}{r^3} \qquad (5.17)$$

Giả sử dòng điện cường độ I trong đoạn dây dẫn dl được tạo thành bởi các hạt điện tích q_0 chuyển động có hướng với cùng vận tốc $\vec{v}$. Người ta quan niệm rằng từ cảm $\vec{B}$ do các hạt tích điện chuyển động gây ra. Từ đó có thể tính từ cảm do từng hạt tích điện gây ra tại M:

$$\vec{B}_0 = \frac{d\vec{B}}{N} \qquad (5.18)$$

Về độ lớn

$$B_o = \frac{dB}{N} = \frac{\mu_o\mu}{4\pi}\frac{Idl\sin\alpha}{r^2N} \tag{5.18a}$$

trong đó N là số hạt tích điện chứa trong thể tích đoạn dây dẫn:

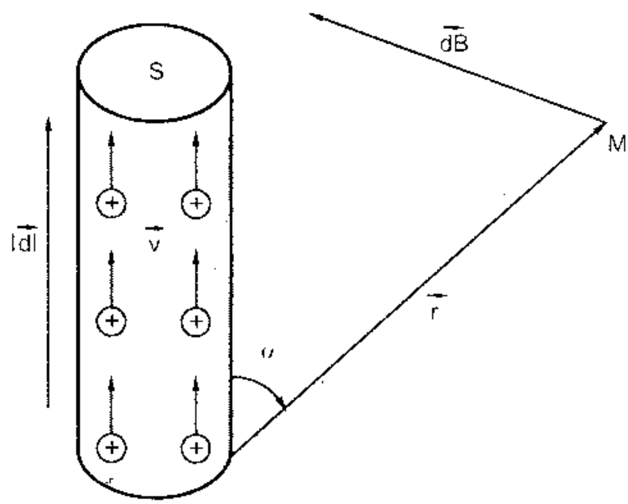
$$N = (S.dl)n_o$$

với n_o là mật độ hạt.

$$B_o = \frac{\mu_o\mu}{4\pi}\frac{Idl\sin\alpha}{r^2dl/Sn_o}$$

trong đó $\frac{I}{S} = j$ = mật độ dòng điện

$$B_o = \frac{\mu_o\mu}{4\pi}.\frac{j\sin\alpha}{r^2n_o}$$



Hình 5.8

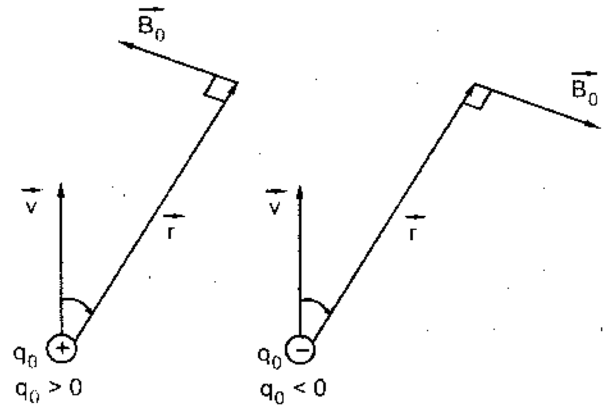
Mặt khác theo (4.6), mật độ dòng điện j được tính theo công thức $j = n_oq_ov$; v là vận tốc chuyển động của hạt điện tích. Vậy ta có:

$$B_o = \frac{\mu_o\mu}{4\pi}\frac{q_ov\sin\alpha}{r^2}$$

Dễ dàng thấy kết quả trên đây có thể viết dưới dạng vectơ:

$$\vec{B}_o = \frac{\mu_o\mu}{4\pi}q_o\frac{\vec{v}\wedge\vec{r}}{r^3} \tag{5.19}$$

trong đó q_o là giá trị đại số điện tích của hạt.



Hình 5.9

Chú ý: So sánh hai công thức từ cảm gây bởi một phần tử dòng điện và từ cảm gây bởi một hạt điện tích chuyển động:

$$d\vec{B}_o = \frac{\mu_o\mu}{4\pi}\frac{I\overrightarrow{dl} \wedge \vec{r}}{r^3}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_o\mu}{4\pi}\frac{q_o\vec{v} \wedge \vec{r}}{r^3}$$

ta có thể kết luận:

Về phương diện gây ra từ trường, *hạt điện tích q_o chuyển động với vận tốc $\vec{v}$ tương đương với một phần tử dòng điện* $I\overrightarrow{dl}$ sao cho:

$$I\overrightarrow{dl} = q_o\vec{v}$$

Có thể chứng minh được rằng về phương diện chịu tác dụng của lực từ, hạt điện tích q_o chuyển động với vận tốc $\vec{v}$ tương đương với một phần tử dòng điện $I\overrightarrow{dl}$ sao cho:

$$q_o\vec{v} = I\overrightarrow{dl}$$

§4. VECTƠ TỪ TRƯỜNG – ĐỊNH LÝ AMPE

4.1. Vectơ từ trường

Tại một điểm trong không gian có từ trường, người ta định nghĩa vectơ từ trường ký hiệu $\vec{H}$ là vectơ:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_o \mu} \tag{5.20}$$

Độ lớn của $\vec{H}$ gọi là cường độ từ trường. Trong hệ SI đơn vị của H là ampe trên mét (A/m).

Hệ thức trên chỉ đúng đối với môi trường đẳng hướng. Trong môi trường dị hướng, nó được thay bằng một hệ thức tenxơ.

Về phương diện ý nghĩa vật lý, vectơ từ trường đặc trưng cho từ trường do các dòng điện gây ra, chưa kể đến vai trò môi trường.

Định luật Biô – Sava – Laplatx viết cho từ trường:

$$\overrightarrow{dH} = \frac{1}{4\pi} \frac{I\overrightarrow{dl} \wedge \vec{r}}{r^3} \tag{5.21}$$

Vectơ từ trường do một dòng điện chạy trong dây dẫn thẳng dài vô hạn:

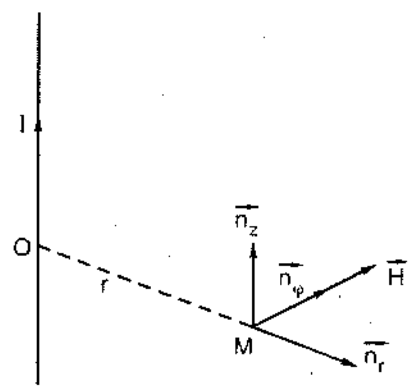
$$H = \frac{I}{2\pi r} \tag{5.22}$$

(r : khoảng cách từ điểm đang xét đến dây dẫn).

Trong hệ trục toạ độ trụ (r, φ, z) với trục Oz nằm theo dây dẫn, hướng theo chiều dòng điện, vectơ từ trường $\vec{H}$ có ba toạ độ cho bởi:

$$\vec{H} = \begin{cases} 0 \\ \dfrac{I}{2\pi r} \\ 0 \end{cases}$$

nghĩa là $\vec{H} = \dfrac{I}{2\pi r}\vec{n}_\varphi$ (5.23)



Hình 5.10

$(\vec{n}_r, \vec{n}_\varphi, \vec{n}_z)$ là ba vectơ đơn vị theo ba trục toạ độ.

4.2. Lưu số của vectơ từ trường

Ta tính lưu số của vectơ từ trường $\vec{H}$ do dòng điện thẳng dài vô hạn gây ra theo một đường cong $\overset{\frown}{PQ}$ nào đó.

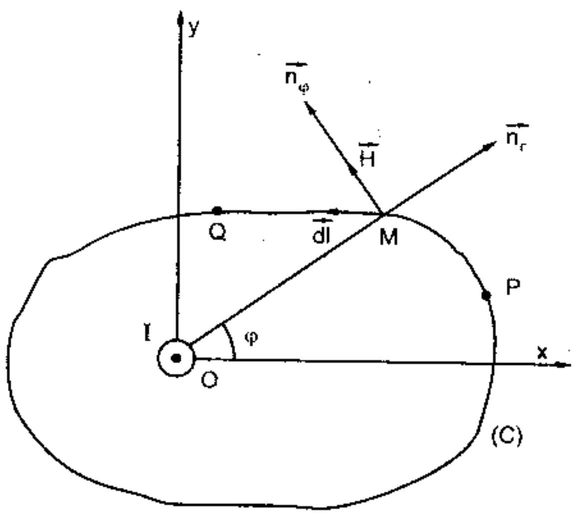
Để đơn giản ta giả sử $\overset{\frown}{PQ}$ là một đường cong phẳng nằm trong một mặt phẳng vuông góc với dây dẫn thẳng tại O.

Lưu số của vectơ $\vec{H}$ dọc theo $\overset{\frown}{PQ}$:

$$\int_{\overset{\frown}{PQ}} \vec{H}.\vec{dl} = \int_{\overset{\frown}{PQ}} (H_r dr + H_\varphi r d\varphi + H_z dz)$$

Theo (5.23)

$$\int_{\overset{\frown}{PQ}} \vec{H}.\vec{dl} = \int_{\overset{\frown}{PQ}} \frac{I}{2\pi r} r d\varphi = \frac{I}{2\pi} \int_{\overset{\frown}{PQ}} d\varphi$$



Hình 5.11

Xét trường hợp $\overset{\frown}{PQ}$ là một đường cong kín (C).

a) Nếu (C) đi vòng quanh dây dẫn O thì

$$\oint_{(C)} \vec{H}.\vec{dl} = \frac{I}{2\pi} \oint_{(C)} d\varphi = \frac{I}{2\pi} 2\pi$$

$$\oint_{(C)} \vec{H}.\vec{dl} = I \qquad (5.24)$$

với giả thiết là chiều tích phân theo (C) là chiều dương đối với chiều của I.

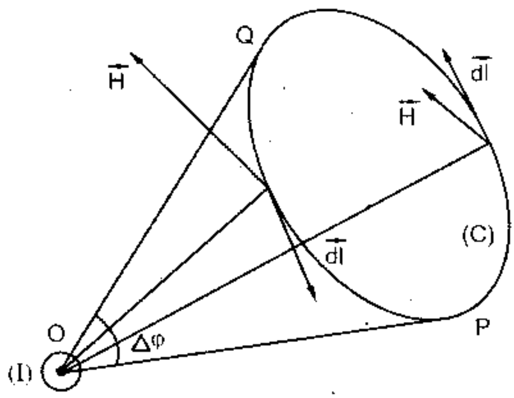
Khi chiều tích phân theo (C) là chiều âm đối với chiều của I thì:

$$\oint_{(C)} \vec{H}.\vec{dl} = -I \qquad (5.25)$$

b) Nếu (C) không đi vòng quanh dây dẫn O (hình 5.12) thì:

$$\oint_{(C)} d\varphi = \Delta\varphi - \Delta\varphi = 0$$

và
$$\oint_{(C)} \vec{H}.\vec{dl} = 0 \qquad (5.26)$$



Hình 5.12

4.3. Định lý Ampe

Kết quả trên được nghiệm đúng cho từ trường của dòng điện chạy trong dây dẫn thẳng vô hạn. Người ta chứng minh rằng kết quả ấy vẫn đúng cho từ trường của một hoặc nhiều dòng điện bất kỳ gây ra và đi tới định lý Ampe:

Lưu số của vectơ từ trường $\vec{H}$ dọc theo một đường cong kín (C):

$$\oint_{(C)} \vec{H}.\vec{dl} = \sum_k \varepsilon_k I_k \qquad (5.27)$$

với I_k là cường độ dòng điện chạy qua dây dẫn bao quanh bởi đường cong kín (C); $\varepsilon_k = \pm 1$ tùy theo chiều tích phân trên (C) là chiều thuận hay chiều nghịch đối với chiều của dòng I_k.

Định lý Ampe có ý nghĩa quan trọng: nó nêu lên một tính chất đặc trưng của từ trường. Với từ trường ta có:

$$\oint_{(C)} \vec{H}.\vec{dl} \text{ không luôn luôn} = 0 \qquad (5.28)$$

Trái lại với điện trường tĩnh ta có:

$$\oint_{(C)} \vec{E}.\vec{dl} \text{ luôn luôn} = 0 \qquad (5.29)$$

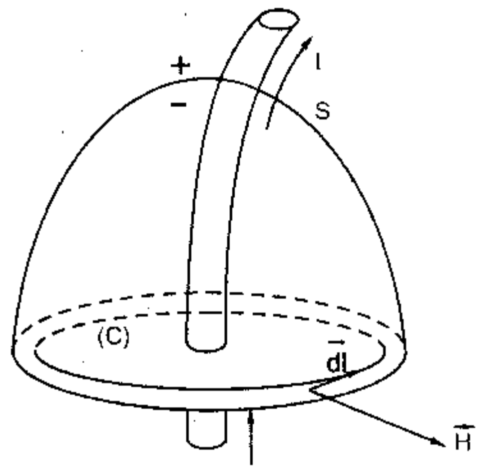
Hệ thức (5.29) diễn tả tính chất thế của điện trường tĩnh.

Hệ thức (5.28) chứng tỏ từ trường không phải là một trường thế; *từ trường là một trường xoáy.*

Chú ý: Định lý Ampe có thể phát biểu cách khác.

Xét một mặt S bất kỳ tựa trên mặt kín (C). Nếu (C) bao quanh dòng điện I thì dòng điện này phải xuyên qua S (một lần hoặc một số lẻ lần). Nếu ta định hướng mặt S theo chiều tích phân trên (C) thì định lý Ampe phát biểu:

$$\oint_{(C)} \overline{H}.\overline{dl} = \pm I \qquad (5.30)$$



Hình 5.13

Lưu số của vectơ từ trường dọc theo đường cong kín (C) có giá trị bằng cường độ các dòng điện chạy xuyên qua một mặt S tựa trên (C) với dấu + khi dòng điện qua S từ mặt âm sang mặt dương và dấu – trong trường hợp ngược lại (hình 5.13)

Bài tập ví dụ 5.4

Dòng điện chạy qua dây dẫn hình trụ

Cho dây dẫn hình trụ thẳng, dài vô hạn, bán kính R, trong có dòng điện cường độ I phân bố đều trên tiết diện của dây. Xác định từ cảm tại điểm M cách trục của dây một đoạn r. Xét hai trường hợp r > R và r < R.

Giải

Vì lý do đối xứng nên vectơ từ trường $\overline{H}$ tại một điểm M nằm theo tiếp tuyến với vòng tròn (C) có trục trùng với trục hình trụ. Ta lấy (C) là đường cong kín trong định lý Ampe (chiều tích phân trên (C) là chiều thuận đối với chiều I). Cũng vì lý do đối xứng nên độ lớn H không đổi dọc theo (C). Vậy:

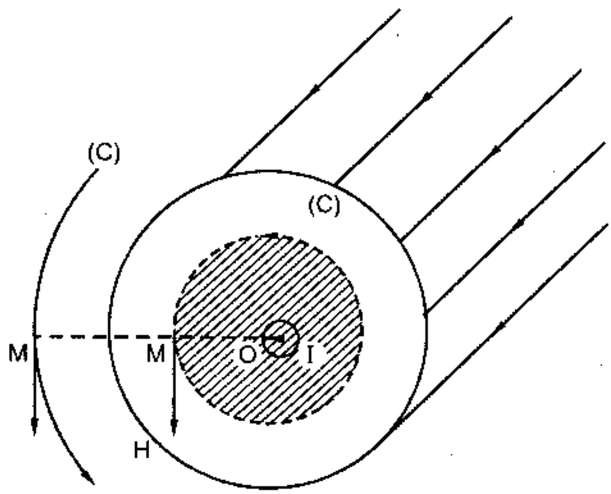
$$\oint_{(C)} \vec{H}.\vec{dl} = \oint_{(C)} Hdl = H\oint_{(C)} dl = H.\pi 2r \tag{5.31}$$

1) Với r > R thì cả dòng điện I xuyên qua (C), do đó:

$$\oint \vec{H}\vec{dl} = H.2\pi r = I \tag{5.32}$$

$$H = \frac{I}{2\pi r} \tag{5.33}$$

$$B = \frac{\mu_o \mu I}{2\pi r} \tag{5.34}$$



Hình 5.14

Kết quả thu được giống như đối với dòng điện thẳng dài vô hạn.

2) Với r < R dòng điện xuyên qua (C) có cường độ I' chạy qua mặt tròn (O, r). Vì dòng điện phân bố đều nên:

$$\frac{I'}{I} = \frac{\pi r^2}{\pi R^2} = \frac{r^2}{R^2} \tag{5.35}$$

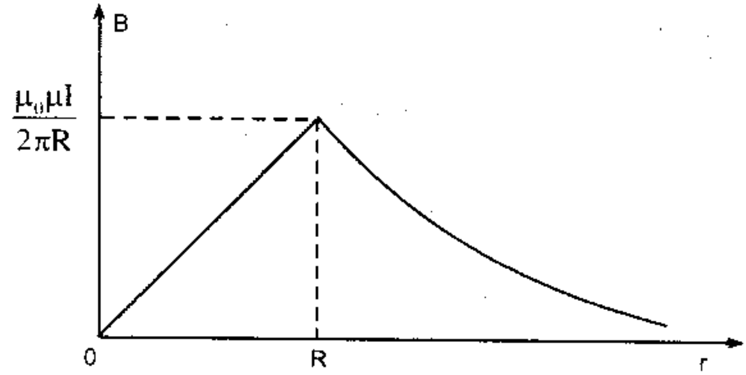
Và

$$H.2\pi r = I' = \frac{r^2}{R^2} I \tag{5.36}$$

$$H = \frac{I}{2\pi R^2} r \tag{5.37}$$

$$B = \frac{\mu_o \mu I}{2\pi R^2} r \tag{5.38}$$

Như vậy ở ngoài dây dẫn B tỷ lệ nghịch với r, còn ở trong dây dẫn B tỷ lệ với r (hình 5.15).



Hình 5.15

§5. TỪ THÔNG – ĐỊNH LÝ GAU-XƠ ĐỐI VỚI TỪ TRƯỜNG

5.1. Đường sức

Định nghĩa: Đường sức từ (đường từ cảm) là những đường cong vẽ ở trong khoảng không gian có từ trường *sao cho tiếp tuyến tại mỗi điểm có phương trùng với phương của vectơ từ cảm tại điểm ấy.* Đồng thời người ta cũng quy ước chiều của đường sức từ tại mỗi điểm là chiều của vectơ $\vec{B}$ tại đó.

Về phương diện thực nghiệm, có thể xác định hình dạng và phân bố các đường sức từ bằng thí nghiệm từ phổ.

Hình vẽ 5.16 diễn tả từ phổ của dòng điện chạy trong dây dẫn thẳng: đó là những đường tròn có chung trục là dây dẫn thẳng.

Hình vẽ 5.17 diễn tả từ phổ chạy trong dây dẫn uốn thành hình tròn.

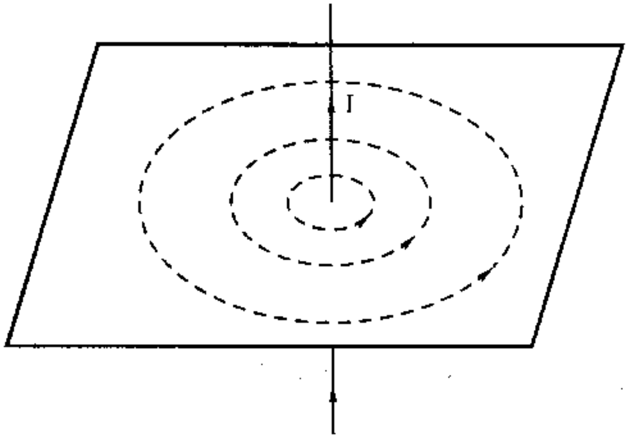
Tính chất: Các đường sức từ có những tính chất chung sau:

+ Qua mỗi điểm trong không gian chỉ vẽ được một đường sức từ.

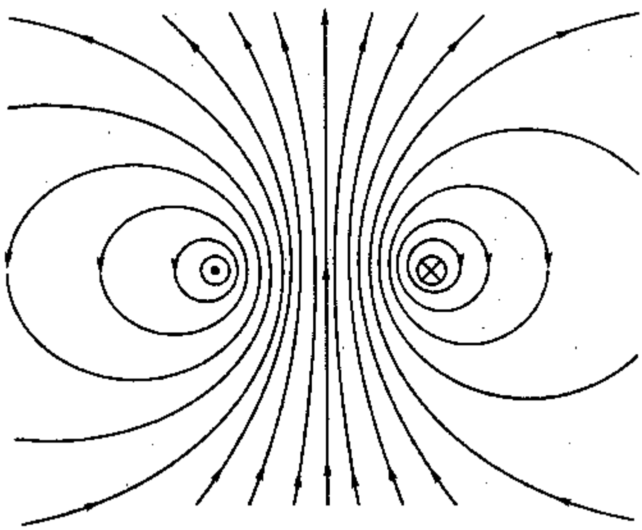
+ Chiều của đường sức từ là chiều thuận đối với chiều dòng điện.

+ Các đường sức từ là những đường cong khép kín hoặc vô hạn ở hai đầu.

+ Người ta quy ước vẽ các đường sức từ sao cho mật độ đường sức tại mỗi điểm (số đường sức qua một đơn vị diện tích theo phương vuông góc) tỷ lệ với độ lớn của từ cảm tại đó.



Hình 5.16



Hình 5.17

5.2. Từ thông

a) Định nghĩa: Từ thông qua một mặt S là thông lượng của vectơ từ cảm $\vec{B}$ qua mặt ấy.

Xét một mặt S đã định hướng (xem §5 chương 1): gọi $d\vec{S} = \vec{n}dS$ là một phần tử diện tích của S. Từ thông qua S cho bởi:

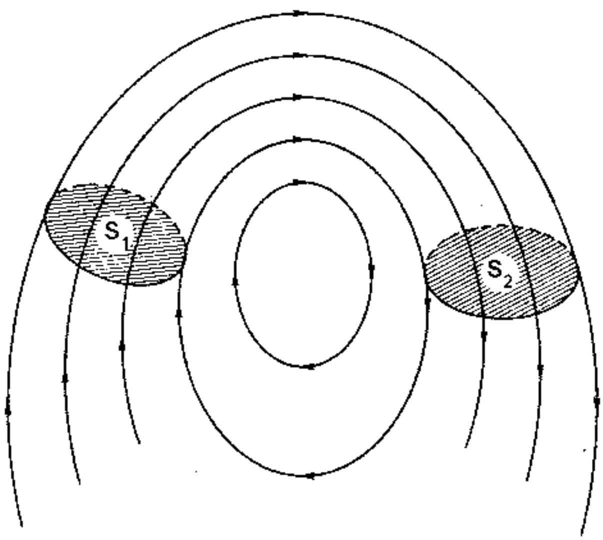
$$\Phi_m = \int_S \vec{B}.\vec{n}\,dS = \int_S \vec{B}.d\vec{S} \qquad (5.39)$$

Trong hệ SI từ thông tính ra đơn vị Vêbe (Wb): $1Wb = 1Tm^2$.

Về ý nghĩa, từ thông qua S tỷ lệ với số đường sức từ qua S.

b) Tính bảo toàn của từ thông trong một ống đường sức

Xét một ống đường sức và hai tiết diện S_1, S_2 bất kỳ của ống ấy. Theo những tính chất trên đây của các đường sức từ, có thể thấy rằng số đường sức từ qua S_1 và qua S_2 là như nhau.



Hình 5.18

Nói cách khác: *Từ thông qua S_1 và S_2 là bằng nhau* nghĩa là từ thông qua một tiết diện bất kỳ của một ống đường sức là không đổi.

5.3. Định lý Gau-xơ đối với từ trường

Xét một mặt kín S bất kỳ trong từ trường.

Vẽ tất cả những ống nhỏ đường sức từ cắt mặt S. Theo những tính chất trên đây của các đường sức từ có thể thấy rằng mỗi ống đường sức cắt mặt kín S hai lần (hoặc một số chẵn lần).

Từ thông qua mặt kín S (pháp tuyến dương hướng ra ngoài) bằng tổng từ thông qua các phần tử diện tích trên mặt S xác định bởi các ống nhỏ đường sức nói trên. Các phần tử diện tích ấy tạo thành từng đôi: mỗi đôi cùng nằm trong một ống đường sức.

Từ thông qua hai phần tử diện tích ấy bằng nhau (về giá trị tuyệt đối) nhưng khi tính từ thông qua mặt kín S, chiều pháp tuyến dương luôn luôn hướng ra ngoài, do đó từ thông qua hai phần tử diện tích trên đây đóng góp cho từ thông qua mặt S hai *đại lượng đối nhau* nghĩa là tổng đại số của chúng bằng không. Điều này đúng đối với mọi ống đường sức cắt mặt kín S và ta đi đến định lý Gau-xơ đối với từ trường.

Định lý Gau-xơ: Từ thông qua một mặt kín S bất kỳ luôn luôn bằng 0.

Định lý Gau-xơ này là sự diễn tả hình học tính chất của các đường sức từ.

§6. TÁC DỤNG CỦA TỪ TRƯỜNG LÊN DÒNG ĐIỆN

6.1. Lực từ (lực điện từ)

Theo (5.7) lực từ tác dụng lên một phần tử dòng điện $I\overrightarrow{dl}$ nằm trong từ trường ngoài cho bởi:

$$\overrightarrow{dF} = I\overrightarrow{dl} \wedge \vec{B} \tag{5.40}$$

$\vec{B}$ là vectơ từ cảm tại vị trí của $I\overrightarrow{dl}$. Phương của $\overrightarrow{dF}$ vuông góc với $I\overrightarrow{dl}$ và $\vec{B}$; chiều của $\overrightarrow{dF}$ tuân theo quy tắc bàn tay trái thông dụng, cường độ của dF:

$$dF = (Idl)\, B\sin\left(I\overrightarrow{dl}, \vec{B}\right) \tag{5.41}$$

Muốn xác định lực từ tác dụng lên cả một mạch điện (C) ta chia (C) thành những phần tử dòng điện $I\overrightarrow{dl}$, xác định lực từ tác dụng lên mỗi phần tử dòng điện ấy rồi tích phân theo toàn mạch điện (C).

$$\vec{F} = \int_{(C)} I\overrightarrow{dl} \wedge \vec{B} \tag{5.42}$$

Đặc biệt đối với *từ trường đều* ta có:

$$\vec{F} = \left(\int_{(C)} I\overrightarrow{dl}\right) \wedge \vec{B} \tag{5.43}$$

Bài tập ví dụ 5.5

Cho một khung dây dẫn cứng uốn thành hình đa giác phẳng AMNPQD đặt trong một từ trường đều, vectơ từ cảm $\vec{B}$ vuông góc với mặt phẳng của hình đa giác ấy. Cho dòng điện cường độ I đi vào đỉnh A và ra đỉnh D của đa giác ấy. Xác định lực từ tổng hợp tác dụng lên khung AMNPQD.

Giải

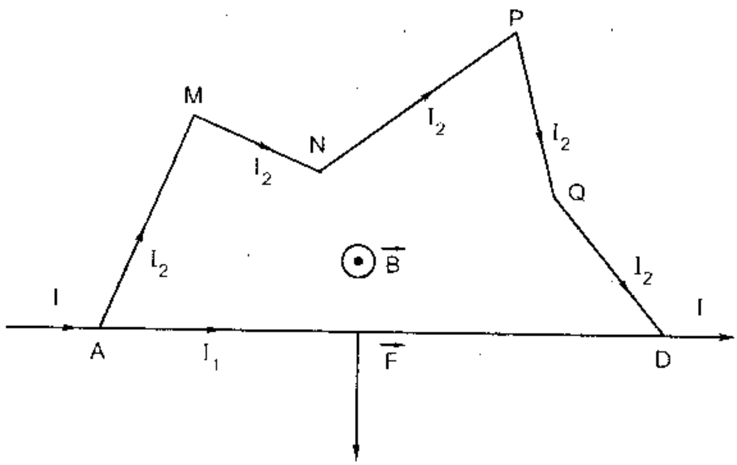
Dòng điện cường độ I_1 đi vào A rẽ thành 2 nhánh: một nhánh qua AD cường độ I, còn một nhánh qua AMNPQD cường độ I_2 với $I_1 + I_2 = I$.

Lực từ tác dụng lên nhánh (I_1):

$$\vec{F}_1 = I_1 \overrightarrow{AD} \wedge \vec{B}$$

Lực từ tác dụng lên nhánh (I_2):

$$\vec{F}_2 = I_2 (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QD}) \wedge \vec{B} = I_2 \overrightarrow{AD} \wedge \vec{B}$$



Hình 5.19

Lực từ tổng hợp tác dụng lên khung là:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (I_1 + I_2)\overrightarrow{AD} \wedge \vec{B}$$

$$\vec{F} = I\overrightarrow{AD} \wedge \vec{B}$$

Bài tập ví dụ 5.6

Cho hai dây dẫn thẳng song song dài vô hạn đặt cách nhau một khoảng r, trong có hai dòng điện cường độ I_1 và I_2. Xác định lực từ tác dụng lên một đoạn MN chiều dài l của dây.

Giải

Chọn hệ trục toạ độ Oxyz: O nằm trên dòng I_1 sao cho Oy vuông góc và đi qua trung điểm A của MN; Oz nằm theo I_1.

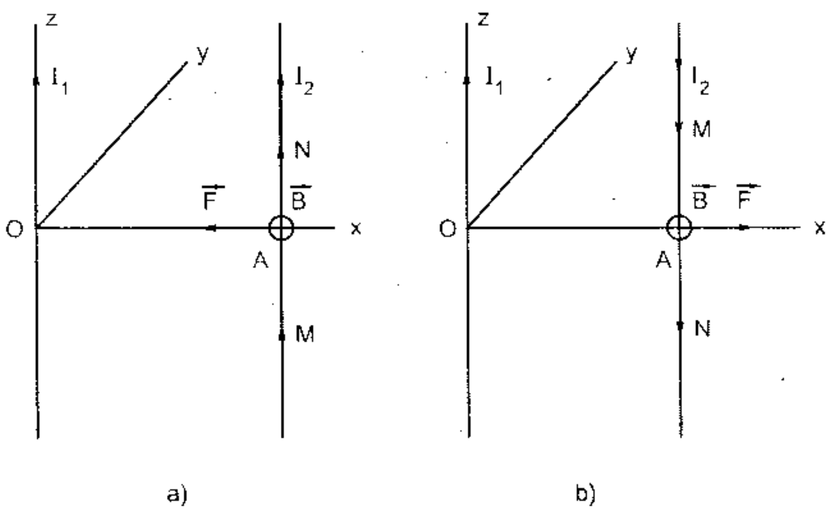
Lực từ $\vec{F}$ do từ trường của dòng I_1 tác dụng lên đoạn MN của dòng I_2:

$$\vec{F}_1 = I_2\overline{MN} \wedge \vec{B}_1$$

trong đó: $\overline{MN} = (0, 0, \pm l)$ (dấu + khi I_1 và I_2 cùng chiều và dấu – khi ngược lại). Viết rõ ràng các toạ độ vectơ:

$$\vec{B}_1 = \left(0, \frac{\mu_0\mu I_1}{2\pi r}, 0\right) \text{ (từ cảm của dòng } I_1 \text{ tại A)}$$

Vậy
$$\vec{F} = \left(\mp\frac{\mu_0\mu I_1 I_2 l}{2\pi r}, 0, 0\right) \tag{5.44}$$



Hình 5.20

Chứng tỏ khi I_1, I_2 cùng chiều, $\vec{F}$ ngược hướng Ox nghĩa là lực hút, còn khi I_1, I_2 ngược chiều thì $\vec{F}$ cùng hướng Ox nghĩa là lực đẩy.

Bài tập ví dụ 5.7*

Cho dòng điện chạy trong dây dẫn thẳng vô hạn cường độ I_1 và một đoạn dây thẳng PQ đồng phẳng và vuông góc với dòng I_1; hai đầu P và Q cách dòng I_1 những đoạn a và b. Trong PQ có dòng điện cường độ I_2. Xác định cường độ và điểm đặt của lực từ $\vec{F}$ tác dụng lên đoạn PQ.

Giải

Lực từ tác dụng lên một phần tử $I_2\overrightarrow{dl}$ của PQ là:

$$d\vec{F} = I_2 d\vec{l} \wedge \vec{B}$$

$\vec{B}$ là vectơ từ cảm do I_1 gây ra tại gốc M của $I_2\overrightarrow{dl}$:

$$B = \frac{\mu_o \mu I_1}{2\pi l}$$

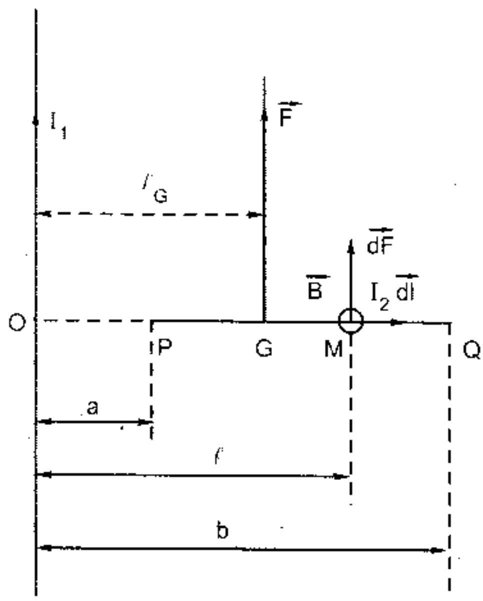
Vậy
$$dF = (I_2 dl) B \sin\frac{\pi}{2}$$

$$dF = \frac{\mu_o \mu I_1 I_2 dl}{2\pi l}$$

Lực tổng hợp: $\vec{F} = \int d\vec{F}$

Ta nhận thấy các lực từ vi phân $d\overline{F}$ *đều cùng hướng, vậy:*

$$F = \int dF = \int \frac{\mu_o \mu I_1 I_2 dl}{2\pi l} = \frac{\mu_o \mu I_1 I_2 B}{2\pi} \ln\frac{b}{a}$$



Hình 5.21

Gọi G là điểm đặt của lực từ $\vec{F}$: áp dụng định lý về tổng hợp mômen lực đối với điểm O (giao của PQ và dây dẫn có dòng I_1) ta có:

$$l_G F = \int_{PQ} l\,dF$$ trong đó $l_G = OG$ là khoảng cách từ O đến G.

$$I_G F = \int_a^b l \frac{\mu_o \mu I_1 I_2 dl}{2\pi l} = \frac{\mu_o \mu I_1 I_2 d}{2\pi}(b - a)$$

Suy ra $$l_G = \frac{b - a}{\ln \frac{b}{a}}$$

6.2. Tác dụng của từ trường đều lên một khung dây điện

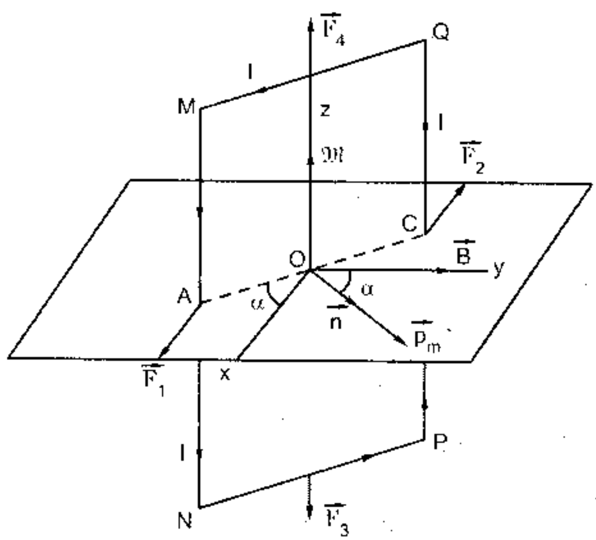
Xét một khung dây dẫn hình chữ nhật MNPQ không biến dạng (cạnh MN = QP = a; NP = MQ = b) trong có dòng điện cường độ I. Khung được treo bằng một sợi dây thẳng đứng đi qua khối tâm của khung sao cho MN thẳng đứng và MQ nằm ngang. Khung được đặt trong một từ trường đều, vectơ từ cảm $\vec{B}$ có phương nằm ngang (hình 5.22).

Mỗi cạnh của khung chịu tác dụng một lực từ trong đó hai cạnh nằm ngang NP và QM chịu tác dụng hai lực từ $\vec{F}_3$ và $\vec{F}_4$ trực đối nhau:

$$\vec{F}_3 = I\overrightarrow{NP} \wedge \vec{B}$$

$$\vec{F}_4 = I\overrightarrow{QM} \wedge \vec{B} = -I\overrightarrow{MQ} \wedge \vec{B}$$

$$\vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{0}$$



Hình 5.22

Để xác định các lực từ còn lại ta chọn trục toạ độ như sau: Gốc toạ độ O là khối tâm của khung dây; trục Oy trùng hướng với $\vec{B}$; trục Oz thẳng đứng hướng lên.

Các lực từ $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ tác dụng lần lượt lên các cạnh $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{PQ}$ cho bởi:

$$\vec{F}_1 = I\overrightarrow{MN} \wedge \vec{B}$$

$$\vec{F}_2 = I\overrightarrow{PQ} \wedge \vec{B}$$

trong đó $\overrightarrow{MN} = (0, 0, -a)$; $\overrightarrow{PQ} = (0, 0, a)$ và $\vec{B} = (0, B, 0)$

Vậy, viết rõ ràng các toạ độ:

$$\vec{F}_1 = (IaB, 0, 0) \text{ đặt tại } A = \left(\frac{b}{2}\cos\alpha; \frac{b}{2}\sin\alpha; 0\right)$$

$$\vec{F}_2 = (-IaB, 0, 0) \text{ đặt tại } C = \left(-\frac{b}{2}\cos\alpha; \frac{b}{2}\sin\alpha; 0\right)$$

α = góc nghiêng giữa khung và trục Ox.

Hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ tạo thành một ngẫu lực từ. Mômen của ngẫu lực từ này cho bởi:

$$\vec{M} = \overrightarrow{OA} \wedge \vec{F}_1 + \overrightarrow{OC} \wedge \vec{F}_2$$

$$= \left(0, 0, \frac{IabB}{2}\sin\alpha\right) + \left(0, 0, \frac{IabB}{2}\sin\alpha\right)$$

$$= (0, 0, IabB\sin\alpha)$$

trong đó Iab = IS = mômen từ của khung dây điện; ký hiệu p_m

$$\vec{M} = (0, 0, p_m B\sin\alpha)$$

Ta định nghĩa vectơ mômen từ của khung $\vec{p}_m$ nằm theo hướng vectơ pháp tuyến dương $\vec{n}$ của khung (chú ý rằng góc α là góc nghiêng giữa $\vec{p}_m$ và $\vec{B}$), khi đó:

$$\vec{p}_m = (p_m\sin\alpha, p_m\cos\alpha, 0)$$

và dễ dàng thấy rằng: $\vec{p}_m \wedge \vec{B} = (p_m\sin\alpha, p_m\cos\alpha, 0) \wedge (0, B, 0)$

$$= (0, 0, p_m\sin\alpha)$$

Nghĩa là: $$\vec{M} = \vec{p}_m \wedge \vec{B} \tag{5.45}$$

Mômen của ngẫu lực từ do từ trường đều $\vec{B}$ tác dụng lên khung dây dẫn bằng tích vectơ của vectơ mômen từ của khung và vectơ từ cảm $\vec{B}$.

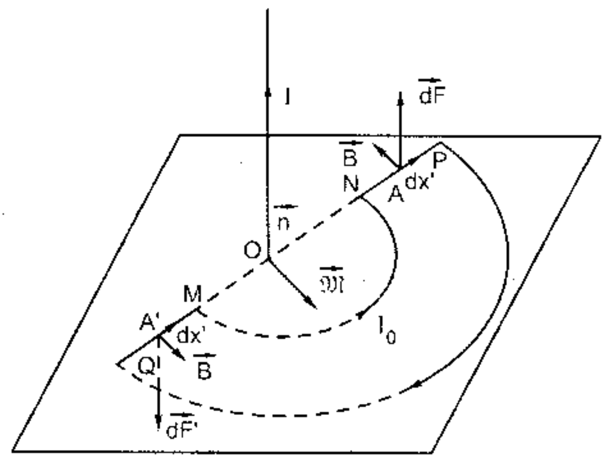
Người ta chứng minh được rằng kết quả này cũng đúng cho trường hợp khung dây dẫn hình dạng bất kỳ.

Dưới tác dụng của ngẫu lực $\overline{\text{M}}$ (và nếu không có tác dụng của lực nào khác) thì khung dây dẫn sẽ quay đến *vị trí tại đó vectơ $\vec{p}_m$ trùng hướng với vectơ từ cảm $\vec{B}$* (khi đó mặt phẳng khung vuông góc với các đường sức từ).

Nếu lúc ban đầu mặt phẳng khung đã vuông góc với đường sức từ sao cho vectơ pháp tuyến dương $\vec{n}$ cùng hướng với vectơ $\vec{B}$ thì khung ấy sẽ nằm cân bằng (bền).

Bài tập ví dụ 5.8*

Dòng điện cường độ I chạy trong dây dẫn thẳng dài vô hạn trong một mặt phẳng vuông góc với dây dẫn ấy tại O, đặt một khung dây điện MNPQ, MN và PQ là hai nửa đường tròn tâm O, bán kính OM = ON = a, OP = OQ = b > a; 4 điểm M, Q, P, N thẳng hàng với tâm O.



Hình 5.23

Trong khung có dòng điện cường độ I_0. Chứng minh rằng các lực từ tác dụng lên khung tạo thành 1 ngẫu lực. Xác định ngẫu lực đó.

Giải

Lực từ tác dụng lên hai đoạn nửa vòng tròn $\overset{\frown}{MN}$ và $\overset{\frown}{PQ}$ bằng 0 vì trên đó tại mọi điểm vectơ $\vec{B}$ luôn cùng phương với vectơ $\vec{dl}$. Xét phần tử dòng điện $I_0\,\overrightarrow{dx}$ nằm trên NP đặt tại A cách O một khoảng OA = x ($a \le x \le b$).

Tại A từ cảm $\vec{B}$ cho bởi:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi x^2}\left(\bar{n} \wedge \overrightarrow{OA}\right)$$

($\vec{n}$: vectơ đơn vị dọc theo dòng điện I).

Lực từ tác dụng lên $\overrightarrow{dx}$

$$d\vec{F} = I_o\overrightarrow{dx} \wedge \vec{B} = \frac{\mu_o\mu I_o I}{2\pi x^2}\overrightarrow{dx} \wedge \left(\vec{n} \wedge \overrightarrow{OA}\right)$$

trong đó $\overrightarrow{dx} \wedge \left(\vec{n} \wedge \overrightarrow{OA}\right) = \vec{n}\left(\overrightarrow{dx}.\overrightarrow{OA}\right)\overrightarrow{OA}\underbrace{(\overrightarrow{dx}.\vec{n})}_{0}$

Vậy $d\vec{F} = \frac{\mu_o\mu I_o I}{2\pi x^2}\vec{n}(\overrightarrow{dx}.\overrightarrow{OA}) = \frac{\mu_o\mu I_o I}{2\pi x}\vec{n}\,dx$

Như vậy $d\vec{F} \uparrow\uparrow \vec{n}$

Đối xứng với $I_o\overrightarrow{dx}$ trên MQ có phần tử $I_o\overrightarrow{dx}'$ đặt tại A' (OA' = x): phần tử này chịu tác dụng lực từ $d\vec{F}'$ cho bởi:

$$d\vec{F}' = -\frac{\mu_o\mu I_o I}{2\pi x}\vec{n}dx$$

(có dấu – vì từ cảm tại A và A' ngược hướng nhau). Như vậy $(d\vec{F}, d\vec{F}')$ hợp thành một ngẫu lực có mômen cho bởi:

$$d\vec{\mathcal{M}} = \overrightarrow{OA} \wedge d\vec{F} + \overrightarrow{OA}' \wedge d\vec{F}' = 2\overrightarrow{OA} \wedge d\vec{F} =$$

$$= 2\frac{\mu_o\mu I_o I}{2\pi x}\overrightarrow{OA} \wedge \vec{n}\,dx$$

$$d\mathcal{M} = \frac{\mu_o\mu I_o I}{\pi}dx$$

Mômen ngẫu lực tổng hợp cho bởi:

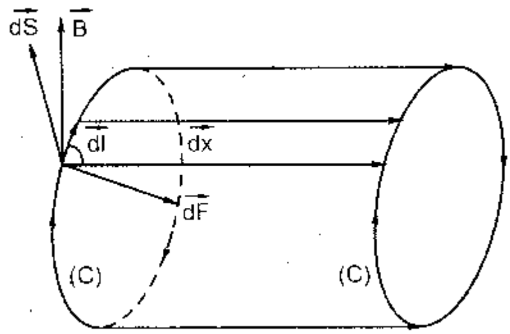
$$\mathcal{M} = \int d\mathcal{M}$$

$$\mathcal{M} = \frac{\mu_o\mu I_o I}{\pi}(b - a)$$

§7. CÔNG CỦA LỰC TỪ

7.1. Công của lực từ tác dụng lên một mạch điện chuyển động. Định lý Macxoen

Xét một khung dây dẫn không biến dạng (C) (có thể khép kín hoặc không) trong có dòng điện cường độ I (thường được gọi là mạch điện (C)) chuyển động trong một từ trường ngoài. Ta hãy xác định công của lực từ tác dụng lên mạch điện (C) trong chuyển dời đó.



Hình 5.24

Một phần tử dòng điện $I\vec{dl}$ của (C) chịu tác dụng của lực từ:

$$d\vec{F} = I\vec{dl} \wedge \vec{B}$$

$\vec{B}$ là từ cảm của từ trường ngoài tại vị trí của $I\vec{dl}$. Công của lực từ trong chuyển dời $\vec{dx}$ là:

$$d^2A = d\vec{F}.\vec{dx} = I\left(\vec{dl} \wedge \vec{B}\right).\vec{dx} \qquad (5.46)$$

Theo tính chất của tích hỗn hợp:

$$\left(\vec{dl} \wedge \vec{B}\right).\vec{dx} = \left(\vec{dx} \wedge \vec{dl}\right).\vec{B}$$

trong đó: $\vec{dx} \wedge \vec{dl} = \vec{dS}$ là vectơ vi phân diện tích $d\vec{S}$ tạo bởi hai vectơ $\vec{dx}$ và $\vec{dl}$. Vectơ này có phương vuông góc với $\vec{dx}$, $\vec{dl}$, có chiều thuận đối với chiều quay từ $\vec{dx}$ sang $\vec{dl}$ và có độ lớn bằng diện tích bình hành tạo bởi $\vec{dx}$ và $\vec{dl}$. Vậy biểu thức của dA có thể viết thành:

$$d^2A = Id\vec{S}.\vec{B} = I\vec{B}.d\vec{S}$$

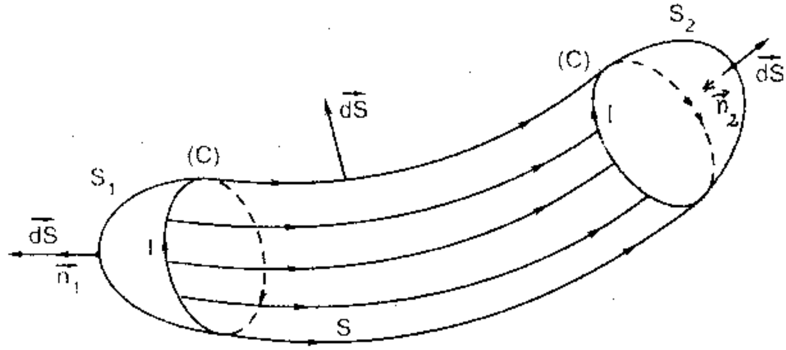
trong đó $\vec{B}.d\vec{S} = d\Phi_m$ = từ thông qua diện tích dS còn gọi là *diện tích quét bởi* $\vec{dl}$ *trong quá trình chuyển dời*. Từ thông $d\Phi_m$ cũng được gọi là *từ thông quét bởi* $\vec{dl}$ *trong quá trình chuyển dời.*

$$d^2A = I\, d\Phi_m \qquad (5.47)$$

Nếu tích phân cho toàn mạch điện (C) ta được công của các lực từ tác dụng lên mạch kín (C) trong một chuyển dời vi phân.

$$dA = Id\Phi_m \qquad (5.48)$$

trong đó $d\Phi_m$ là *từ thông quét bởi mạch điện (C) trong quá trình chuyển dời*. Công thức (5.48) diễn tả định lý Macxoen: *Công của các lực từ tác* *dụng lên một mạch điện (C) chuyển động trong từ trường có giá trị bằng tích của cường độ dòng điện với từ thông quét bởi mạch (C) trong quá trình chuyển dời.*



Hình 5.25

Xét *mạch kín (C)* trong có dòng điện cường độ I. Ta quy ước mọi mặt tựa trên (C) *đều được định hướng theo chiều của dòng điện I.*

Giả sử dưới tác dụng của một từ trường ngoài mạch kín (C) dịch chuyển từ vị trí 1 sang vị trí 2. Trong quá trình này mạch kín ấy quét một diện tích S và từ thông quét là $\overline{\Phi_m}$ (khi tính từ thông này chiều pháp tuyến dương được xác định bởi $d\vec{S} = \overrightarrow{dx} \wedge \overrightarrow{dl}$, trong đó $\overrightarrow{dl}$ là phần tử của mạch kín còn vectơ $\overrightarrow{dx}$ là vectơ chuyển dời vi phân). Công của lực từ tác dụng lên (C) trong chuyển dời đó cho bởi $A = I\overline{\Phi_m}$. Lấy hai mặt bất kỳ S_1 và S_2 tựa trên mạch kín (C) ở vị trí 1 và vị trí 2; hai mặt ấy có các pháp tuyến $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ định hướng theo chiều của I trên (C). Theo định hướng này có thể tính được từ thông qua S_1 và S_2 lần lượt bằng Φ_{m1} và Φ_{m2}. Ba mặt $(S_1 + S + S_2)$ tạo thành một mặt kín; Theo định lý Gau-xơ từ thông qua $(S_1 + S + S_2) = 0$. Nhưng khi tính từ thông qua $(S_1 + S + S_2)$ để áp dụng định lý Gau-xơ thì vectơ pháp tuyến dương $d\vec{S}$ luôn hướng ra ngoài. Ta nhận thấy ở S_1 thì vectơ $d\vec{S}$ cùng hướng với $\vec{n}_1$ còn ở S_2 thì vectơ $d\vec{S}$ ngược hướng với $\vec{n}_2$. Vậy định lý Gau-xơ được diễn tả bởi:

$$\Phi_{m1} + \Phi_m - \Phi_{m2} = 0 \text{ nghĩa là } \Phi_m = \Phi_{m2} - \Phi_{m1}$$

Vậy công của lực từ tác dụng lên mạch kín (C) có thể được tính bằng biểu thức:

$$A = I(\Phi_{m2} - \Phi_{m1}) \qquad (5.49)$$

Công của lực từ tác dụng lên mạch kín (C) trong một quá trình chuyển dời nào đó được tính bằng tích của cường độ dòng điện trong mạch với độ biến thiên từ thông qua (C) trong chuyển dời ấy (từ thông này được tính với pháp tuyến dương thuận chiều với chiều dòng điện).

Phát biểu trên đây là một cách diễn tả khác của định lý Macxoen.

Bài tập ví dụ 5.9*

Khung dây dẫn cứng chữ nhật MNPQ (diện tích S) treo bằng một sợi dây thẳng đứng (đi qua trọng tâm của khung); trong khung có dòng điện cường độ I. Dưới tác dụng của từ trường đều, từ cảm là $\vec{B}$, khung quay từ vị trí 1 đến vị trí 2. Trong quá trình đó, góc tạo bởi pháp tuyến dương $\vec{n}$ và $\vec{B}$ biến thiên từ α_1 và α_2. Tính công của các lực từ tác dụng lên khung, từ đó suy ra biểu thức thế năng của khung đặt trong từ trường.

Giải

Theo định lý Macxoen, công của các lực từ tác dụng lên khung cho bởi:

$$A = I(\Phi_{m2} - \Phi_{m1}) = I(SB\cos\alpha_2 - SB\cos\alpha_1) =$$

$$= p_m B\cos\alpha_2 - p_m\cos\alpha_1 \qquad (5.50)$$

trong đó $\vec{p}_m = IS\vec{n}$ là mômen từ của khung. Ta viết công của các lực từ tác dụng lên khung bằng độ giảm thế năng của khung trong từ trường:

$$A = W(1) - W(2) \qquad (5.51)$$

So sánh (5.50) và (5.51) suy ra:

$$W(1) = -p_m B\cos\alpha_1 + \text{const}$$

$$W(2) = -p_m B\cos\alpha_2 + \text{const}$$

Ta chọn hằng số trong các biểu thức trên sao cho tại vị trí cân bằng $\alpha = 0$ thì thế năng bằng 0.

Dễ dàng thấy:

$$W(1) = -p_m B\cos\alpha_1 + p_m B$$

$$W(2) = -p_m B\cos\alpha_2 + p_m B$$

Nói cách khác: Thế năng của khung dây điện trong từ trường ngoài, tại vị trí sao cho góc giữa $\vec{p}_m$ và $\vec{B}$ là α cho bởi:

$$W = -p_m B\cos\alpha + p_m B$$

$$W = p_m B(1 - \cos\alpha) \qquad (5.52)$$

7.2. Nguyên lý từ thông cực đại

Theo định lý Macxoen khi một mạch điện kín (C) chuyển động dưới tác dụng của từ trường ngoài thì công của các lực từ tác dụng lên mạch kín ấy cho bởi:

$$A = I(\Phi_{m2} - \Phi_{m1})$$

Nếu các lực từ sinh công dương thì mạch kín (C) chuyển động sao cho:

$$\Phi_{m2} - \Phi_{m1} > 0 \Rightarrow \Phi_{m2} > \Phi_{m1}$$

Nghĩa là *từ thông qua mạch kín ngày càng tăng lên*. Vậy ta đi tới phát biểu sau đây, thường được gọi là *nguyên lý từ thông cực đại*: *Khi một mạch điện kín (C) đặt trong một từ trường ngoài thì tác dụng của từ trường ngoài làm cho mạch kín (C) chuyển động sao cho từ thông qua mạch kín (C) (theo chiều dương) luôn luôn tăng lên.*

Vị trí ứng với giá trị cực đại của từ thông nói trên là vị trí cân bằng bền của mạch điện kín.

Nguyên lý từ thông cực đại được ứng dụng để giải thích nhiều hiện tượng điện từ.

Thí dụ 1: Khung dây điện không biến dạng đặt trong từ trường đều sẽ quay đến vị trí sao cho từ thông qua khung theo chiều dương cực đại. Tại vị trí này vectơ mômen từ $\vec{p}_m$ trùng hướng với vectơ từ cảm $\vec{B}$.

§8. CHUYỂN ĐỘNG CỦA HẠT ĐIỆN TÍCH TRONG TỪ TRƯỜNG

8.1. Lực Loren

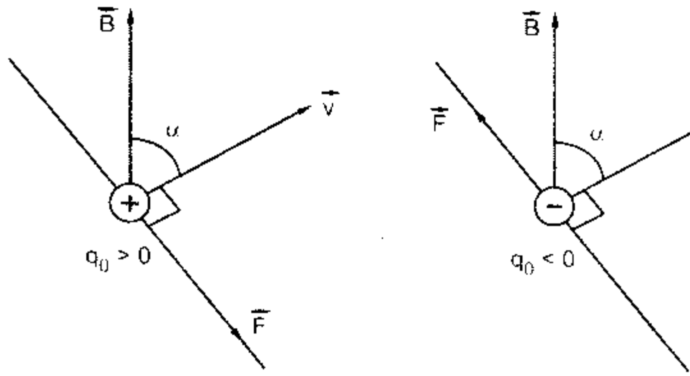
Lực Loren là lực do từ trường tác dụng lên các hạt tích điện chuyển động.

Theo ghi chú ở cuối §3 của chương này ta có thể kết luận:

Hạt điện tích q_o chuyển động với vận tốc $\vec{v}$ trong từ trường, chịu tác dụng của lực từ $\vec{F}$ cho bởi:

$$\vec{F} = q_o\vec{v} \wedge \vec{B}$$

trong đó q_o là giá trị đại số của điện tích hạt.



Hình 5.26

8.2. Hệ quả

Khi hạt điện tích chuyển động trong một từ trường thì lực Loren tác dụng lên hạt luôn luôn *vuông góc với vectơ vận tốc* $\vec{v}$ vì $\vec{F} \perp q_o\vec{v}$ và $\vec{F} \perp \vec{B}$. Do đó lực $\vec{F}$ *luôn luôn không sinh công* nghĩa là động năng của hạt luôn luôn không đổi. Nói cách khác dưới tác dụng của lực Loren, hạt điện tích chuyển động trong từ trường có độ lớn vận tốc luôn luôn không đổi. Đồng thời *lực Loren ở đây đóng vai trò lực hướng tâm (lực pháp tuyến).*

8.3. Bài tập ví dụ

Khảo sát chuyển động của một hạt điện tích q_o (> 0) khối lượng m trong một từ trường đều có từ cảm $\vec{B}$.

Giải

Cho hệ trục toạ độ Oxyz sao cho

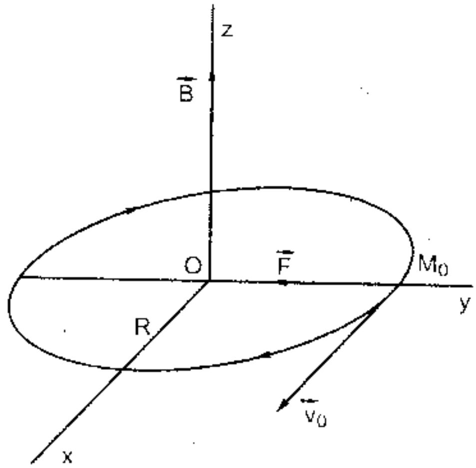
$$\vec{B} = (0, 0, B)$$

Giả sử lúc ban đầu (t = 0) hạt ở vị trí (0, R, 0) với vận tốc đều $\vec{v}_o(v_o, 0, 0)$.

Phương trình chuyển động của hạt:

Lực Loren $\vec{F}_L = m\vec{a}$

$$\frac{q_o}{m}\vec{v} \wedge \vec{B} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$



Hình 5.27

Chiếu phương trình vectơ đó lên ba trục x, y, z ta được:

$$\begin{cases} \dfrac{q_o}{m} v_y B = \dfrac{dv_x}{dt} & (1) \\ -\dfrac{q_o}{m} v_x B = \dfrac{dv_y}{dt} & (2) \\ 0 = \dfrac{dv_z}{dt} & (3) \end{cases}$$

Từ phương trình (3) suy ra:

$$v_z = \text{const} = v_z\,(t = 0) = 0$$

Kết luận: *Hạt điện tích q_o luôn chuyển động trong mặt phẳng Oxy,* mặt phẳng ⊥ vectơ $\vec{B}$. Đặt $\dfrac{q_o B}{m} = \omega > 0$, các phương trình (2), (1) cho:

$$\frac{dv_y}{dt} = -\omega v_x$$

$$\frac{d^2 v_x}{dt^2} = \omega \frac{dv_y}{dt} = -\omega^2 v_x$$

$$\frac{d^2 v_x}{dt^2} + \omega^2 v_x = 0 \qquad (4)$$

Phương trình (4) cho $v_x = A\sin(\omega t + \varphi)$ với A, φ là các hằng số phụ thuộc vào các điều kiện đầu.

Phương trình (1) cho

$$v_y = \frac{1}{\omega}\frac{dv_x}{dt}$$

$$v_y = A\cos(\omega t + \varphi)$$

Vậy

$$\begin{cases} v_x = A\sin(\omega t + \varphi) \\ v_y = A\cos(\omega t + \varphi) \end{cases}$$

Lấy tích phân:

$$x = -\frac{A}{\omega}\cos(\omega t + \varphi)$$

$$y = \frac{A}{\omega}\sin(\omega t + \varphi)$$

Xác định A và φ bằng các điều kiện đầu:

$$\begin{cases} x(0) = -\dfrac{A}{\omega}\cos\varphi = 0 \\ y(0) = \dfrac{A}{\omega}\sin\varphi = R \\ v_x(0) = A\sin\varphi = v_o \\ v_y(0) = A\cos\varphi = 0 \end{cases}$$

Suy ra

$$\varphi = \frac{\pi}{2}\ ;\ \ A = R\omega$$

Vậy

$$\begin{cases} x = -R\cos\left(\omega t + \dfrac{\pi}{2}\right) = R\sin\omega t \\ y = +R\sin\left(\omega t + \dfrac{\pi}{2}\right) = R\cos\omega t \end{cases}$$

Kết luận

1) Quỹ đạo của hạt là đường tròn tâm O bán kính R.

2) Vận tốc không đổi của hạt

$$v_o = \omega R = \frac{q_o B}{m} R$$

§9. VẬT LIỆU TỪ

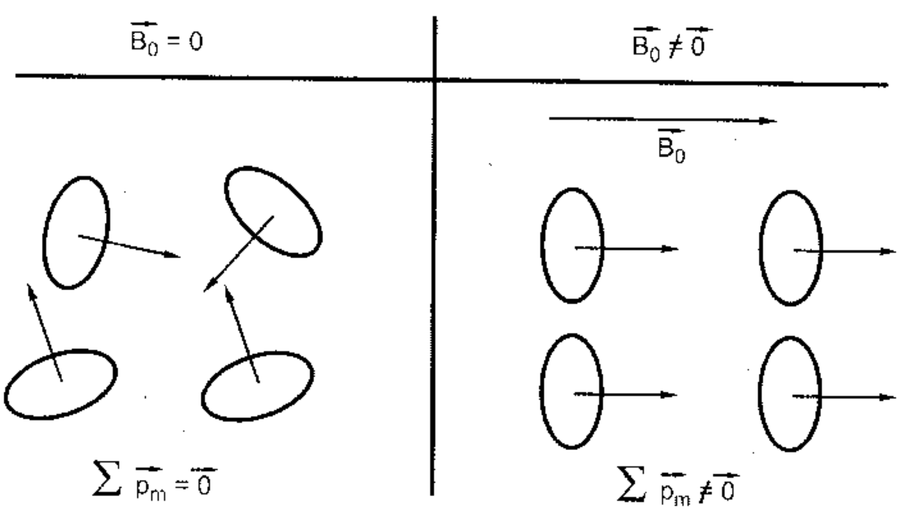
9.1. Mômen từ

Như đã biết, các hạt điện tích chuyển động gây ra từ trường. Do đó chuyển động của các phân tử, nguyên tử, electron... đều gây ra từ trường. Nói cách khác các phân tử, nguyên tử, electron... đều có từ tính. Để có thể diễn tả định lượng từ tính của một vật, người ta xác định mômen từ $\vec{p}_m$ của vật đó. Như vậy có thể nói mômen từ của phân tử, nguyên tử, electron...

9.2. Từ hoá

Một vật tạo bởi các phân tử, nguyên tử, electron... ở trạng thái bình thường tuy các phân tử, nguyên tử, electron... đều có mômen từ nhưng do chuyển động hỗn loạn, tổng các mômen từ ấy bằng 0. Do đó vật không gây ra từ trường.

Nếu đưa vật vào trong một từ trường ngoài $\vec{B}_0$ thì dưới tác dụng của từ trường này, các mômen từ của nguyên tử, phân tử, electron... của vật sẽ sắp xếp có trật tự: chúng sẽ có phương *song song với* $\vec{B}_0$. Kết quả tổng các mômen từ phân tử, nguyên tử, electron... của vật khác 0, nghĩa là vật có từ tính. Ta nói vật bị *từ hoá* và quá trình trên đây được gọi là *quá trình từ hóa.*



Hình 5.28

Kết quả khi từ hoá thì bản thân vật sinh ra một từ trường phụ $\vec{B}'$ từ trường này hợp với từ trường ngoài ban đầu $\vec{B}_0$ tạo thành từ trường tổng hợp trong từ môi kí hiệu $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$.

9.3. Phân loại vật liệu từ

Tùy theo tính chất và mức độ từ hoá người ta phân biệt các loại vật liệu từ chính sau đây:

a) Thuận từ: đối với các chất này, từ trường phụ $\vec{B}'$ cùng với từ trường ban đầu $\vec{B}_0$. Do đó tư tưởng tổgn hợp trong thuận từ lớn hơn từ trường ban đầu $B > B_0$.

b) Nghịch từ: đối với các chất này, từ trường phụ $\vec{B}'$ ngược hướng với từ trường ban đầu $\vec{B}_0$. Do đó $B < B_0$.

Các chất thuận từ và nghịch từ lã những vật liệu từ yếu:

$$\left|\vec{B}'\right| << \left|\vec{B}_0\right|, \text{ nghĩa là } \left|\vec{B}\right| \text{ xấp xỉ } \left|\vec{B}_0\right|$$

c) Sắt từ: đối với các chất này từ trường phụ $\vec{B}'$ cùng hướng với $\vec{B}_0$ đồng thời có độ lớn $\left|\vec{B}'\right|$ có thể gấp hàng chục nghìn lần từ trường ban đầu $\left|\vec{B}_0\right|$. Ở đây ta chỉ xét các *vật liệu sắt từ.*

9.4. Vật liệu sắt từ

1. Nhắc lại một số đại lượng đặc trưng cho một vật liệu từ

a) Độ từ thẩm $\mu = \dfrac{B}{B_o}$; $B = \mu B_o = \mu\mu_o H_o$

b) Từ độ = mômen từ của một đơn vị thể tích vật liệu từ khi đã từ hóa

$$\vec{J} = \frac{\sum_{\Delta V} \vec{P}_m}{\Delta V} \quad (\Delta V = \text{thể tích khối vật liệu từ})$$

c) Người ta chứng minh được rằng $\vec{J}$ tỉ lệ với $\vec{B}_o$

$$\vec{J} \sim \vec{B}_o$$

Có thể viết: $\vec{J} = \dfrac{\chi_m}{\mu_o}\vec{B}_o$ (χ_m được gọi là *độ từ hoá*) hay $\vec{J} = \chi_m \vec{H}_o$

2. Một số vật liệu sắt từ

Các nguyên tố hoá học có tính sắt từ là sắt, kiềm, cô ban, gađôlini, một số đất hiếm ở nhiệt độ thấp...

Ngoài ra còn có một số lớn vật liệu sắt từ là các hợp kim Fe – Ni, Fe – Ni – Al, Cu – Mn – Al.

3. Khảo sát quá trình từ hoá của sắt từ

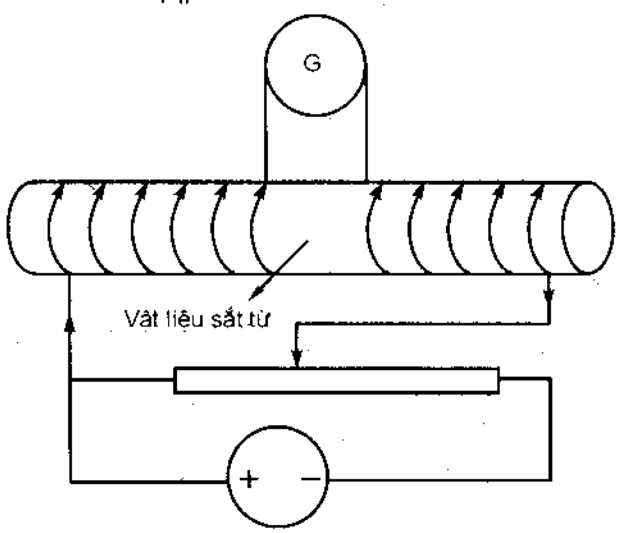
Ta khảo sát quá trình từ hoá (ban đầu) của một vật liệu sắt từ bằng một mạch điện có sơ đồ hình vẽ 5.29a khi đó được cường độ dòng điện qua ống dây thì tính được H_o.

Nhờ điện kế xung kích G có thể đo được giá trị tương ứng của B.

Từ đó có thể vẽ được đồ thị của từ độ J biến thiên theo H_o

$$B = B_o + B' = \mu_o H_o + \mu_o J$$

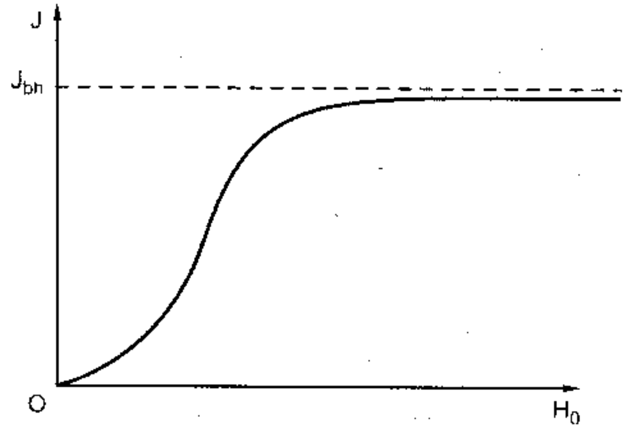
$$J = \frac{B}{\mu_o} - H_o$$



Hình 5.29a

9.5. Chu trình từ trễ

Từ giá trị của H_o ứng với J_{bh} (độ từ hoá bão hoà) nếu cho H_o giảm thì ta thấy J cũng giảm nhưng lấy những giá trị *lớn hơn những giá trị tương ứng của J lúc H_o tăng*. Ta nói đó là *hiện tượng từ trễ*. Và khi H_o giảm đến 0 thì J có một giá trị ≠ 0 gọi là *từ độ còn dư*. Ở trạng thái này, từ trường ngoài đã tắt nhưng mẫu sắt từ vẫn còn từ tính. Muốn khử từ tính ấy ta phải cho tác dụng một từ trường ngoài tăng dần *theo hướng ngược với hướng ban đầu*. Đến một giá trị xác định của H_o ta sẽ được $J = 0$. Giá trị H_o này được gọi là *từ trường khử từ*. Nếu lại tiếp tục tăng H_o ta được một đồ thị như trên nhưng theo chiều ngược lại. Và cuối cùng được 1 đồ thị khép kín gọi là *chu trình từ trễ*.



Hình 5.29

Dựa vào chu trình từ trễ của một vật liệu sắt từ người ta phân biệt.

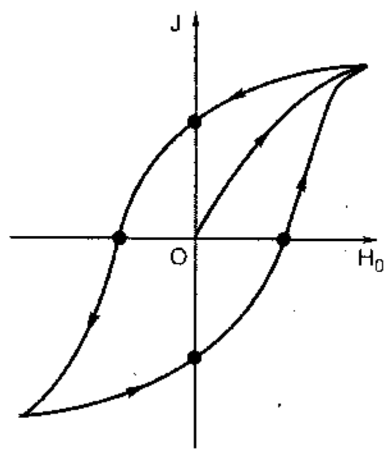
a) Sắt từ mềm (sắt non) có từ trường khử từ nhỏ, chu trình từ trễ hẹp và từ độ bão hoà lớn.

b) Sắt từ cứng (thép già) có từ trường khử từ lớn, chu trình từ trễ rộng.

9.6. Nhiệt độ Curie

Thực nghiệm chứng tỏ rằng khi nung nóng một mẫu sắt từ thì ở nhiệt độ cao từ trường khử từ của nó giảm và khi tới một nhiệt độ xác định gọi là nhiệt độ Curie, tính từ dư của sắt từ sẽ giảm xuống 0.

Nếu nhiệt độ cao hơn nhiệt độ Curie thì vật liệu sắt từ không còn tính chất của sắt từ nữa mà trở thành một vật liệu thuận từ.



***Hình 5.30.* Chu trình từ trễ**

Vật liệu	Sắt	Côban	Niken
Nhiệt độ Curie (°C)	770	1127	371

BÀI TẬP TỰ GIẢI

5.1. Hai dòng $I_1 = 3A$; $I_2 = 2A$ chạy trong hai dây dẫn cùng trên mặt phẳng (P) vuông góc nhau.

1) Xác định từ cảm $\vec{B}$ tại những điểm trong (P) cách đều hai dây 10cm ($\mu = 1$).

2) Xác định quỹ tích những điểm trong (P), tại đó $\vec{B} = 0$.

5.2. Cho hai dòng $I_1 = 2A$; $I_2 = 3A$ chạy trong hai dây dẫn thẳng dài song song, cách nhau 25cm theo cùng một chiều. Tìm những điểm tại đó $\vec{B} = \vec{0}$.

5.3. Hai dòng điện $I_1 = I_2 = I$ chạy trong hai dây dẫn thẳng dài song song, cách nhau một khoảng 2a theo cùng một chiều. Xét những điểm M cách đều hai dây dẫn một khoảng r.

1) Xác định $\vec{B}$ tại M theo r;

2) Xác định r để cho B cực đại.

5.4. Dòng điện cường độ I chạy trong khung dây dẫn hình tròn (O, R). Xác định $\vec{B}$ tại điểm M nằm trên trục của vòng dây tại khoảng cách OM = z.

5.5. Cho dòng I_1 chạy trong dây dẫn thẳng dài vô hạn (D) và dòng I_2 chạy trong dây hình chữ nhật MNPQ

$$MN//QP//(D)$$

$$MN = QP = b\ ;\ MQ = NP = a$$

khoảng cách giữa MN và (D) bằng d.

1) Xác định lực điện tổng hợp do I_1 tác dụng lên I_2.

2) Tính từ thông qua MNPQ.

Chương 6

CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ – ĐIỆN TỪ TRƯỜNG

§1. CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ

1.1. Hiện tượng cảm ứng điện từ

Thực nghiệm chứng tỏ rằng khi một mạch dây dẫn kín (C) đặt trong một từ trường và nếu từ thông Φ_m qua mạch kín (C) biến thiên (theo thời gian) thì trong mạch kín (C) xuất hiện một dòng điện gọi là *dòng điện cảm ứng* và hiện tượng đó gọi là hiện tượng *cảm ứng điện từ.*

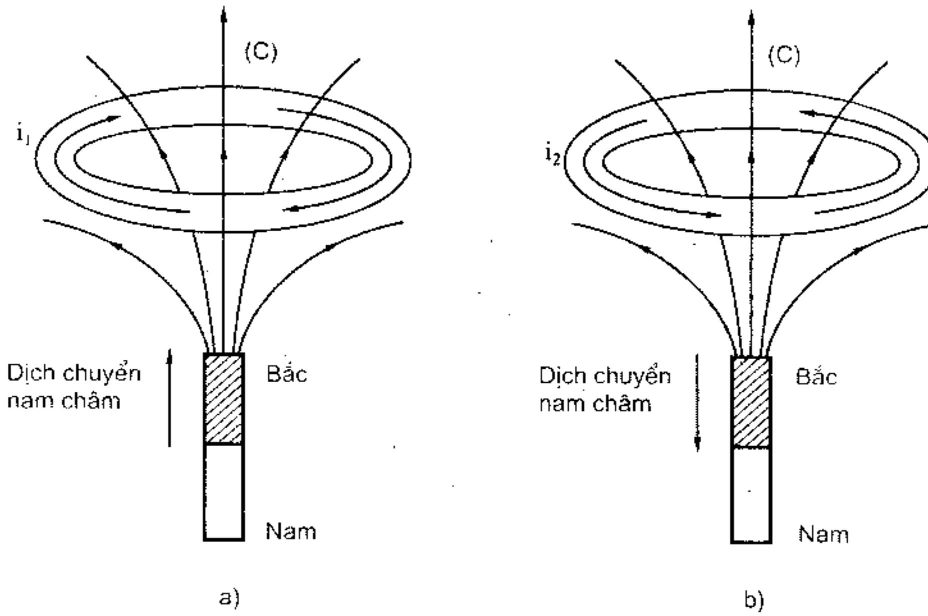
Thực nghiệm cũng chứng tỏ rằng dòng điện cảm ứng chỉ tồn tại khi từ thông Φ_m biến thiên. Nếu từ thông Φ_m ngừng biến thiên thì dòng điện cảm ứng tắt.

Sự xuất hiện dòng điện cảm ứng trong mạch kín (C) tương đương với sự tồn tại một nguồn điện trong (C). Suất điện động của nguồn điện tương đương ấy gọi là *suất điện động cảm ứng*. Người ta đã biết lập được những định luật cơ bản về hiện tượng cảm ứng điện từ: định luật Lenz về chiều dòng điện cảm ứng; định luật về suất điện động cảm ứng.

1.2. Định luật Lenz về chiều dòng điện cảm ứng

Để tường minh định luật này, ta quan sát thí nghiệm trên hình 6.1.

Trong thí nghiệm 6.1a, nam châm dịch lại gần mạch kín (C), đường sức từ qua (C) tăng lên: thực nghiệm xác định được chiều dòng điện cảm ứng là i_1. Trong thí nghiệm 6.1b, nam châm dịch ra xa mạch kín (C), số đường sức từ qua (C) giảm đi: thực nghiệm xác định được chiều dòng điện cảm ứng là i_2.



Hình 6.1

Ta nhận thấy: Khi dòng điện cảm ứng có chiều i_1 thì dòng điện này gây ra từ trường (từ trường của dòng điện cảm ứng) có các đường sức từ (đi qua (C) ngược chiều với các đường sức từ của nam châm. Trái lại, khi dòng điện cảm ứng có chiều là i_2 thì các đường sức từ do i_2 gây ra cùng chiều với các đường sức từ của nam châm.

Ta thường gọi từ trường của nam châm – từ trường gây ra từ thông Φ_m qua mạch kín (C) là *từ trường ban đầu.*

Căn cứ vào những kết quả thực nghiệm trên đây (và nhiều thí nghiệm khác) có thể phát biểu định luật Lenz về chiều dòng điện cảm ứng như sau:

Định luật Lenz (phát biểu 1): *Khi số đường sức từ qua mạch kín (C) tăng thì dòng điện cảm ứng có chiều sao cho từ trường do nó gây ra có các đường sức từ ngược chiều với các đường sức từ trường ban đầu. Khi số đường sức qua mạch kín (C) giảm thì dòng điện cảm ứng có chiều sao cho từ trường do nó gây ra có các đường sức từ cùng chiều với các đường sức từ trường ban đầu.*

Khi tính từ thông Φ_m qua (C), nghĩa là qua một mặt (S) tựa trên (C) thì *ta phải chọn một chiều dương trên (C) và mặt (S) được định hướng theo chiều dương này* (chiều pháp tuyến dương của (S) là chiều thuận đối với chiều dương trên (C). Với những quy ước đó có thể phát biểu định luật Lenz:

Định luật Lenz (phát biểu 2): *Khi từ thông Φ_m qua (C) tăng thì chiều dòng điện cảm ứng là chiều âm trên (C); khi từ thông Φ_m qua (C) giảm thì chiều dòng điện cảm ứng là chiều dương trên (C).*

Trong trường hợp sự biến thiên từ thông Φ_m qua (C) gây ra bởi một dịch chuyển nào đó thì thực nghiệm chứng tỏ chiều dòng điện cảm ứng tuân theo định luật sau:

Định luật Lenz (phát biểu 3): *Khi sự biến thiên từ thông Φ_m qua mạch (C) gây ra bởi một dịch chuyển nào đó thì dòng điện cảm ứng xuất hiện trong (C) có chiều sao cho từ trường do nó gây ra có tác dụng chống lại sự dịch chuyển ấy.*

Một cách tổng quát có thể phát biểu:

Định Lenz: *Dòng điện cảm ứng có chiều sao cho từ trường do nó gây ra có tác dụng chống lại nguyên nhân sinh ra nó.*

1.3. Định luật về suất điện động cảm ứng

Suất điện động cảm ứng trong mạch kín

Xét một mạch kín (C) đặt trong một điện từ trường (từ trường ban đầu). Giả sử trong khoảng thời gian dt, từ thông qua (C) biến thiên một lượng bằng $d\Phi_m$. Trong khoảng thời gian ấy, ở mạch kín (C) xuất hiện dòng điện cảm ứng cường độ i. Mạch kín (C) có dòng điện i đặt trong từ trường sẽ chịu tác dụng của các lực từ. Công của các lực từ ấy trong khoảng thời gian dt cho bởi:

$$dA = id\Phi_m \quad \text{(theo 5.48)}$$

Theo định luật Lenz, *công này là công cản* (dòng điện cảm ứng luôn có tác dụng chống lại nguyên nhân sinh ra nó). Như vậy, muốn tạo ra sự biến thiên từ thông $d\Phi_m$ qua (C), bên ngoài phải cung cấp cho (C) năng lượng:

$$dA' = -dA = -id\Phi_m$$

Chẳng hạn muốn tạo ra sự biến thiên từ thông qua (C) bằng cách dịch chuyển (C) thì phải tác dụng lên (C) các ngoại lực và các ngoại lực này sinh công dA' chống lại công cản của các lực từ.

Sự xuất hiện dòng điện cường độ i trong mạch kín (C) tương đương với sự tồn tại nguồn điện với suất điện động ξ trong mạch. Năng lượng dA' do bên ngoài cung cấp cho (C) được chuyển hoá thành năng lượng do nguồn ξ phát ra trong khoảng thời gian dt.

$$dA' = \xi i dt$$

Vậy ta có: $$dA' = \xi i dt = -i d\Phi_m$$

Suy ra *biểu thức của suất điện động cảm ứng trong mạch kín:*

$$\xi = -\frac{d\Phi_m}{dt} \tag{6.1}$$

Trong công thức (6.1) ξ và Φ_m đều là những đại lượng đại số theo quy ước sau: *Chọn chiều dương trên (C); từ thông Φ_m qua mặt (S) tựa trên (C) được tính với pháp tuyến dương của (S) có chiều thuận đối với chiều dương trên (C). Đồng thời chiều của suất điện động ξ được định nghĩa là chiều của dòng điện cảm ứng i trong (C): đó cũng là chiều xuyên qua nguồn (tương đương) từ cực âm sang cực dương.*

Với những quy ước như trên, trong công thức (6.1) khi $\xi > 0$ thì chiều suất điện động cảm ứng là chiều dương và khi $\xi < 0$ thì chiều của suất điện động là chiều âm trên (C).

Công thức (6.1) trên đây được thiết lập trong trường hợp sự biến thiên từ thông qua mạch kín (C) được tạo ra bởi sự dịch chuyển mạch kín (C) trong một từ trường dừng (không đổi theo thời gian) (Cảm ứng điện từ Loren). Lý thuyết và thực nghiệm chứng tỏ rằng công thức ấy vẫn đúng trong trường hợp mạch kín (C) nằm yên trong một từ trường biến thiên (theo thời gian) (Cảm ứng điện từ Newman).

Bài tập ví dụ 6.1

Một khung dây dẫn chữ nhật cạnh a, b, điện trở R nằm theo Ox, Oy, tịnh tiến đều trong mặt phẳng Oxy dọc theo Ox với vận tốc không đổi v.

Khung này đi qua một dải song song với Oy có bề rộng PQ = 3a: trong dải này có từ trường đều, từ cảm $\vec{B}$ có phương vuông góc với mặt phẳng Oxy, có hướng đi ra sau hình vẽ.

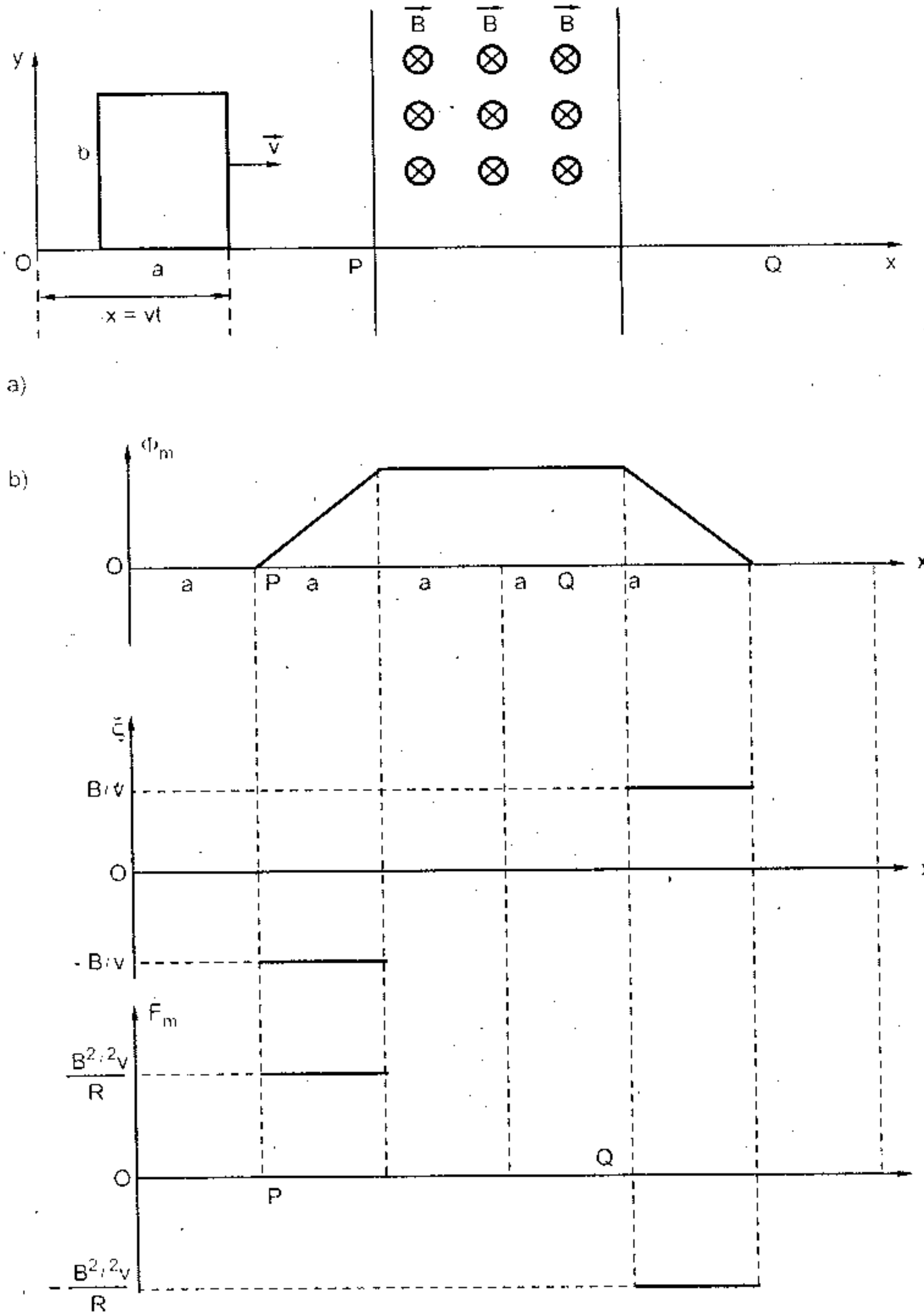
Vẽ đồ thị theo x của:

a) Từ thông qua khung.

b) Suất điện động cảm ứng trong khung.

c) Lực từ tác dụng lên khung.

Đáp án: Vẽ theo toạ độ x của cạnh đi trước.



Hình 6.2

Bài tập ví dụ 6.2. Nguyên tắc tạo dòng điện xoay chiều

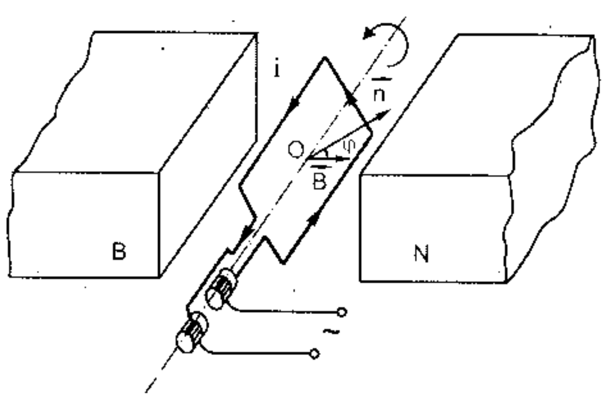
Một ứng dụng quan trọng của hiện tượng cảm ứng điện từ là tạo ra dòng điện xoay chiều. Thực chất của quá trình này là biến đổi cơ năng thành điện năng. Dưới đây ta xét nguyên tắc của quá trình biến đổi đó.

Cho một khung dây dẫn gồm nhiều vòng quay trong một từ trường đều ($\vec{B}$ = const) với vận tốc góc không đổi (ω = const). Như vậy, từ thông gửi qua mặt khung sẽ biến đổi một cách tuần hoàn với chu kỳ bằng chu kỳ quay của khung. Trong khung sẽ xuất hiện một dòng điện cảm ứng biến thiên tuần hoàn. Trong quá trình này ta phải tốn công để làm quay khung (vì lực điện từ tác dụng lên dòng điện cảm ứng làm cản trở sự quay của khung) và ta thu được điện năng của dòng điện cảm ứng chạy trong khung đó. Để dẫn dòng điện ra ngoài, người ta nối hai đầu dây của khung với hai hình trụ dẫn, cách điện với nhau, nhưng cùng gắn với trục quay của khung, rồi dùng hai chổi than tì vào hai hình trụ đó để nối khung dây với mạch tiêu thụ ở bên ngoài.

Ta hãy tìm biểu thức của suất điện động cảm ứng trong khung dây. Giả sử ban đầu (lúc t = 0), pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt khung làm với từ trường $\vec{B}$ một góc φ. Như vậy, sau thời gian t, góc giữa pháp tuyến $\vec{n}$ và từ trường $\vec{B}$ là $\alpha = \omega t + \varphi$. Khi đó từ thông gửi qua khung là:

$$\Phi_m = nBS\cos(\omega t + \varphi),$$

với n là tổng số vòng dây của khung, S là diện tích của khung.



Hình 6.3. **Sơ đồ thiết bị tạo nên dòng điện xoay chiều**

Theo định luật cơ bản của cảm ứng điện từ, suất điện động cảm ứng xuất hiện trong khung là:

$$\xi = -\frac{d\Phi}{dt} = nSB\omega\sin(\omega t + \varphi). \quad (6.2)$$

Nếu đặt $\xi_{max} = nBS\omega$, ta có:

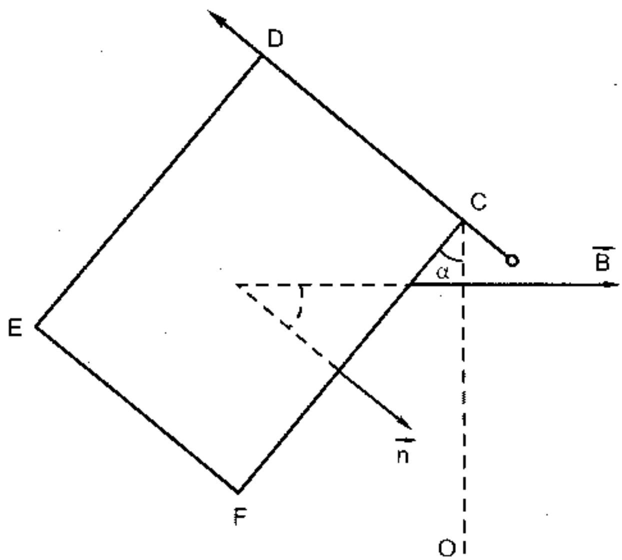
$$\xi = \xi_{max}\sin(\omega t + \varphi). \quad (6.2a)$$

Vậy khi cho khung quay với tốc độ không đổi trong từ trường đều, trong khung xuất hiện một suất điện động xoay chiều hình sin, có chu kỳ là chu kỳ quay của khung:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (6.3)$$

Bài tập ví dụ 6.3

Một khung dây dẫn hình chữ nhật CDEF (CD = b; DE = a) có cạnh CD cố định nằm ngang, đặt trong một từ trường đều, từ cảm $\vec{B}$ nằm ngang và vuông góc với CD (hình 6.4).



Hình 6.4

Bằng cách tác dụng những lực thích hợp cho khung ấy dao động ở hai bên vị trí cân bằng CO: ly độ góc α biến thiên theo t bởi phương trình: $\alpha = \alpha_m\cos\omega t$; $\alpha_m > 0$, $\omega > 0$ là những hằng số cho trước và giá trị α_m nhỏ hơn 10^o.

Xác định chiều và độ lớn của suất điện động cảm ứng xuất hiện trong khung.

Giải

Từ thông qua khung (chọn pháp tuyến dương $\bar{n}$ chiều thuận DCFE), $\Phi_m = BS\cos\alpha$ ($S = ab$).

Suất điện động cảm ứng xuất hiện trong khung có giá trị:

$$\xi = -\frac{d\Phi_m}{dt} = BS\sin\alpha\frac{d\alpha}{dt}$$

trong đó: $\sin\alpha = \sin(\alpha_m\cos\omega t) \cong \alpha_m\cos\omega t$

$$\frac{d\alpha}{dt} = -\omega\alpha_m\sin\omega t$$

Vậy: $\xi = +BS\alpha_m\cos\omega t(-\omega\alpha_m\sin\omega t)$

$$\xi = -\frac{BS\omega\alpha_m^2}{2}\sin 2\omega t$$

t	0		$\frac{\pi}{4\omega}$		$\frac{\pi}{2\omega}$		$\frac{3\pi}{4\omega}$		$\frac{\pi}{\omega}$
α	α_m		$\frac{\alpha_m}{\sqrt{2}}$		0		$-\frac{\alpha_m}{\sqrt{2}}$		$-\alpha_m$
$\sin 2\omega t$	0		1		0		−1		0
ξ	0	−	0	−	0	+		+	0

Chiều dương là chiều DCFE.

1.4. Suất điện động cảm ứng trong đoạn dây dẫn chuyển động

Xét một mạch kín (C) chuyển động trong một từ trường dừng. Trong khoảng thời gian dt mạch kín dịch chuyển vi phân từ vị trí (C_1) sang vị trí (C_2), trong đó từ thông qua (C) biến thiên từ:

$$\Phi_1 = \Phi \quad (\text{qua } S_1)$$

$$\Phi_2 = \Phi + d\Phi \ (\text{qua } S_2)$$

Suất điện động cảm ứng xuất hiện trong (C) cho bởi:

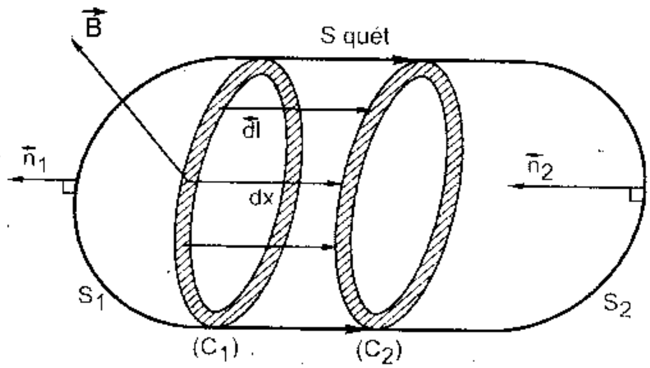
$$\xi = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Xét mặt kín tạo bởi hai mặt S_1 và S_2 cùng với mặt $S_{quét}$ quét bởi (C) trong quá trình dịch chuyển. Từ thông tổng cộng qua mặt kín ấy cho bởi:

$\Phi_1 + d\Phi_{quét} - \Phi_2 = 0$ (khi tính Φ_1, Φ_2 đã chọn chiều dương trên (C) phù hợp với chiều các đường sức từ trường ngoài).

Nghĩa là $\quad d\Phi_{quét} = \Phi_2 - \Phi_1 = d\Phi$

và do đó: $\quad \xi = -\dfrac{d\Phi_{quét}}{dt}$



Hình 6.5

Phát biểu: *Suất điện động cảm ứng xuất hiện trong mạch (C) có giá trị bằng từ thông quét bởi mạch ấy trong một đơn vị thời gian* (định luật Faraday).

Một điều quan trọng cần chú ý là phát biểu trên đây nghiệm đúng cho *cả hai trường hợp mạch (C) kín và mạch (C) hở.*

Thực nghiệm chứng tỏ rằng khi một mạch hở (C) (đoạn dây dẫn) dịch chuyển trong từ trường thì trong mạch ấy (trong dây dẫn) xuất hiện suất điện động cho bởi (6.3). Vì mạch (C) hở nên trong trường hợp này có thể không có dòng điện nhưng *sự tồn tại suất điện động trong (C) dẫn tới sự xuất hiện một hiệu điện thế ở hai đầu dây dẫn: $U = \xi$.*

Trường hợp này có thể thiết lập một biểu thức khác của suất điện động*.

Xét một đoạn $\overrightarrow{dl}$ của mạch (C); trong chuyển dời vi phân của mạch (C), đoạn $\overrightarrow{dl}$ dịch chuyển một đoạn $\overrightarrow{dx}$. Vectơ vi phân điện tích quét được xác định bởi:

$$d\vec{S}_{quét} = \overrightarrow{dx} \wedge \overrightarrow{dl}$$

và từ thông quét cho bởi:

$$d\Phi_{quét} = \vec{B}.d\vec{S}_{quét} = \vec{B}.(\overrightarrow{dx} \wedge \overrightarrow{dl})$$

Theo tính chất của tích hỗn hợp: $d\Phi_{quét} = \vec{B}.(\overrightarrow{dx} \wedge \overrightarrow{dl}) = \overrightarrow{dl}(\vec{B} \wedge \overrightarrow{dx})$

và suất điện động vi phân xuất hiện trên đoạn dây dẫn $\overrightarrow{dl}$ cho bởi:

$$d\xi = -\frac{d\Phi_{quét}}{dt} = \overrightarrow{dl}\left(\frac{\overrightarrow{dx}}{dt} \wedge \vec{B}\right)$$

trong đó: $\frac{\overrightarrow{dx}}{dt} = \vec{v}$ = vectơ vận tốc dịch chuyển

Vậy: $$d\xi = \left(\vec{v} \wedge \vec{B}\right).\overrightarrow{dl} \quad (6.4)$$

Trường hợp riêng $\vec{v} \perp \vec{B}$ và $\vec{v} \perp \overrightarrow{dl}$, $\vec{B} \perp \overrightarrow{dl}$ thì:

$$d\xi = vBdl \quad (6.5)$$

Từ (6.4) có thể suy ra *quy tắc bàn tay phải về chiều của suất điện động cảm ứng* xuất hiện trong đoạn dây dẫn $\overrightarrow{dl}$ dịch chuyển trong từ trường (hình 6.6).

Suất điện động trong cả mạch (C) cho bởi:

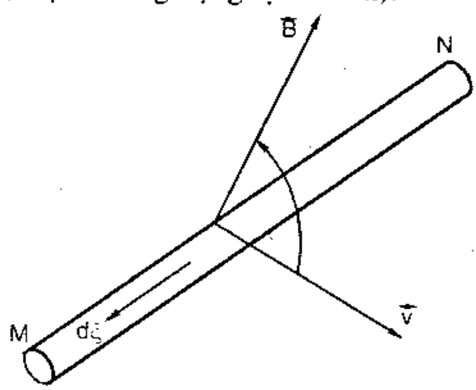
$$\xi = \int d\xi = \int_{(C)} \left(\vec{v} \wedge \vec{B}\right).\overrightarrow{dl} \quad (6.6)$$

Có thể thấy rằng vectơ:

$$\vec{v} \wedge \vec{B} = \vec{E} \quad (6.7)$$

biểu thị một vectơ điện trường trong dây dẫn. *Vectơ điện trường này tạo ra suất điện động ξ trong mạch (C)* (xem chương 4).

Do đó $\vec{E}$ *không phải là điện trường tĩnh* và thường được gọi là *trường lạ hay trường xoáy* (hoặc trường động lực Loren).



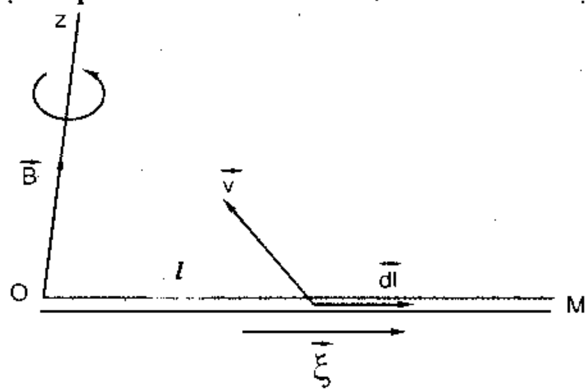
Hình 6.6

Bài tập ví dụ 6.4

Thanh dây dẫn OM = a quay xung quanh một trục Oz đi qua O và vuông góc với OM, với vận tốc góc ω không đổi, trong một từ trường đều, từ cảm $\vec{B}$ song song với Oz. Xác định suất điện động cảm ứng xuất hiện trong thanh ấy.

Giải

Xét một đoạn vi phân dl của thanh OM, cách tâm O một đoạn l.



Hình 6.7

Suất điện động vi phân xuất hiện trên $\vec{dl}$:

$$d\xi = vBdl$$

trong đó v là vận tốc dài tại điểm O cách một đoạn l: $v = l\omega$

Vậy: $$d\xi = \omega Bldl$$

Suy ra suất điện động trên cả thanh OM:

$$\xi = \frac{1}{2}\omega Bl^2 = U_{MO}.$$

Bài tập ví dụ 6.5

Hai thanh ray nhỏ nằm ngang, đặt song song một đầu nối vào điện trở R; dây dẫn chiều dài l đặt vuông góc với hai thanh ấy. Mạch được đặt trong một từ trường đều, từ cảm $\vec{B}$ có phương thẳng đứng. Lúc t = 0 truyền cho thanh ấy vận tốc $\vec{v_0}$ để cho *nó có thể tịnh tiến dọc theo hai thanh ray.* Xác định vận tốc của thanh dẫn tại thời điểm t > 0. Bỏ qua điện trở các thanh ray và thanh dẫn.

Giải

Suất điện động cảm ứng ξ xuất hiện trong thanh MN = l:

$$\xi = Blv$$

có chiều từ N đến M (hình 6.8).

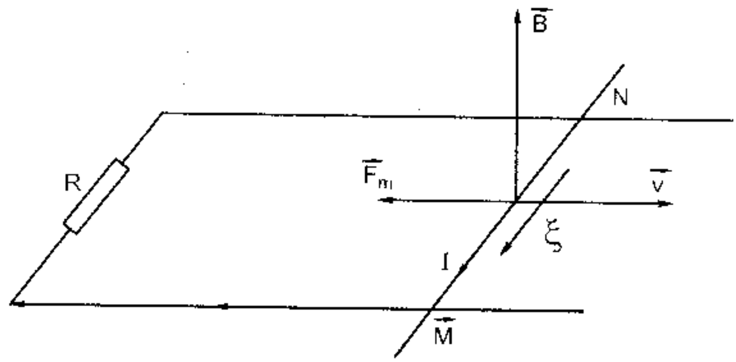
Dòng điện cảm ứng (có chiều từ N đến M) có cường độ:

$$I = \frac{\xi}{R} = \frac{Blv}{R}$$

Đoạn dây dẫn MN = l có dòng điện I chạy qua đặt trong từ trường, chịu tác dụng của lực từ:

$$\vec{E} = E_x\vec{n}_x + E_y\vec{n}_y + E_z\vec{n}_z$$

$$\left|\vec{F}\right| = IlB = \frac{B^2l^2}{R}v$$



Hình 6.8

Dễ dàng thấy lực từ $\vec{F}_m$ luôn ngược chiều vận tốc dịch chuyển $\vec{v}$ (định luật Lenz). Vậy nếu lấy các giá trị đại số, ta có thể viết:

$$F_m = -\frac{B^2l^2}{R}v$$

Mặt khác theo phương trình Niutơn:

$$F_m = m\frac{dv}{dt}$$

Vậy: $$m\frac{dv}{dt} = -\frac{B^2l^2}{R}v$$

dễ dàng suy ra: $$v = v_0 e^{-\frac{B^2l^2}{mR}t}$$

Bài tập ví dụ 6.6*

Một đĩa kim loại (O,R) quay xung quanh trục Oz của nó với vận tốc góc không đổi ω, trong một từ trường đều có từ cảm $\vec{B}$ song song và cùng chiều với Oz.

mang một vật nặng khối lượng m. Viết phương trình chuyển động quay của hệ xung quanh Δ.

c) Từ đó suy ra rằng vận tốc góc sẽ đạt tới một giá trị giới hạn, tại đó bánh xe quay đều. Tính vận tốc góc giới hạn đó.

Giải

a) Theo kết quả bài tập ví dụ 6.4, suất điện động cảm ứng xuất hiện ở một bán kính của bánh xe cho bởi: $\xi = \frac{1}{2} l^2 \omega B$ và dòng điện qua R có chiều tuân theo định luật Lenz (quy tắc bàn tay phải), có cường độ: $i = \frac{\xi}{R} = \frac{1}{2}\frac{l^2 \omega B}{R}$

b) Ở bài này có hai chuyển động:

+ Chuyển động tịnh tiến đi xuống của vật (m).

+ Chuyển động quay xung quanh trục Δ.

Gọi T là cường độ lực căng của dây treo vật (m), phương trình chuyển động của vật (m) viết là:

$$m\frac{\xi}{R} = \frac{1}{2}\frac{l^2 \omega B}{R} \tag{1}$$

Hệ (bánh xe + hình trụ) quay xung quanh trục Δ dưới tác dụng của hai lực:

– Lực căng T.

– Lực từ F_m tác dụng lên AO.

Mômen của $\vec{T}$ đối với Δ

$$\frac{\mathfrak{M}}{\Delta}\left(\vec{T}\right) = bT \text{ (b = bán kính hình trụ)}$$

Lực từ dF_m tác dụng lên một phần tử idx của OA, cách O một đoạn OM = x có hướng ngược hướng chuyển động (định luật Lenz) có mômen đối với Δ.

$$\frac{\mathfrak{M}}{\Delta}\left(d\vec{F}_m\right) = -x dF_m = -x(idxB)$$

$$= -\frac{1}{2}\frac{l^2 B^2 \omega}{R} x dx$$

và mômen của lực từ tác dụng lên OA đối với Δ

$$\underset{\Delta}{\mathfrak{M}}\left(\vec{F}_m\right) = -\frac{1}{2}\frac{l^2B^2\omega}{R}\int_0^l x dx = -\frac{1}{2}\frac{l^4B^2\omega}{R}$$

Phương trình chuyển động quay xung quanh Δ

$$I\frac{d\omega}{dt} = bT - \frac{1}{4}\frac{l^4B^2\omega}{R} \qquad (2)$$

trong đó I là mômen quán tính của cả hệ quay đối với Δ. Nhân phương trình (2) cho b rồi cộng với phương trình (1) và chú ý rằng v = bω, ta được:

$$(I + mb^2)\frac{d\omega}{dt} = mgb - \frac{1}{4}\frac{l^4B^2\omega}{R} \qquad (3)$$

Khi hệ quay đều thì $\frac{d\omega}{dt} = 0$. Lúc đó (3) cho: $mgb - \frac{1}{4}\frac{l^4B^2\omega}{R} = 0$

Suy ra giá trị giới hạn của vận tốc góc:

$$\omega_c = \frac{4mgbR}{l^4B^2} \qquad (4)$$

Như thế nghĩa là lúc mới bắt đầu quay, ω còn nhỏ thì mômen của trọng lực lớn hơn mômen của lực từ (về độ lớn).

$$mgb > \frac{1}{4}\frac{l^4B^2\omega}{R}$$

và do đó $\frac{d\omega}{dt} > 0$ suy ra ω tăng dần.

Vận tốc quay cứ tăng cho đến khi mômen hãm của lực từ cân bằng với mômen của trọng lực thì $\omega = \omega_c$ = không đổi.

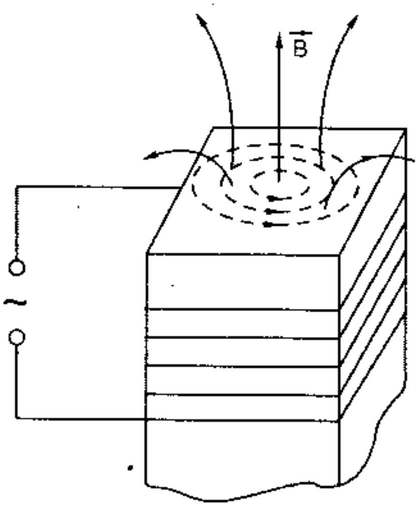
1.5. Dòng điện Fucô

Khi ta đặt một khối vật dẫn trong từ trường biến thiên thì trong vật dẫn đó cũng xuất hiện những dòng điện cảm ứng khép kín gọi là dòng điện xoáy hay dòng điện Fucô (h.6.10a).

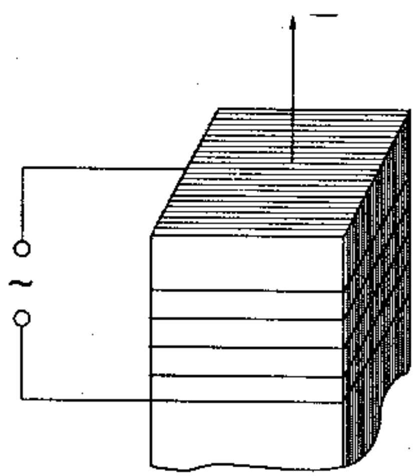
Vì khối vật dẫn có điện trở R nhỏ nên cường độ của các dòng điện Fucô trong vật dẫn:

$$I_F = \frac{\xi_c}{R}$$

thường khá lớn. Mặt khác, vì suất điện động cảm ứng tỷ lệ thuận với tốc độ biến thiên từ thông, nên nếu vật dẫn được đặt trong từ trường biến đổi càng nhanh (do dòng điện có tần số cao – dòng cao tần – sinh ra) thì cường độ của các dòng Fucô càng mạnh.



a) Dòng điện Fucô



b) Cách làm giảm dòng điện Fucô

Hình 6.10

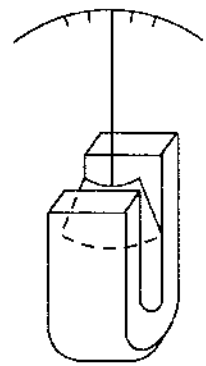
Với các đặc điểm ấy, dòng điện Fucô có vai trò quan trọng trong kỹ thuật.

a) Tác hại của dòng Fucô. Trong các biến thế điện, động cơ điện, máy phát điện v.v... lõi sắt của chúng chịu tác dụng của từ trường biến đổi, vì vậy trong lõi có các dòng Fucô xuất hiện. Theo hiệu ứng Jun-Lenx, năng lượng của các dòng Fucô ấy bị mất đi dưới dạng nhiệt. Đó là phần năng lượng bị hao phí một cách vô ích, làm giảm hiệu suất của máy.

Để làm giảm tác dụng có hại này, người ta không dùng cả khối kim loại làm lõi, mà dùng nhiều lá kim loại mỏng sơn cách điện ghép lại với nhau (hình 6.10b). Như vậy, các dòng Fucô chỉ chạy được trong từng lá mỏng. Vì từng lá một có bề dày nhỏ và do đó có điện trở lớn, nên cường độ của các dòng Fucô chạy trong các lá đó bị giảm đi nhiều so với cường độ của các dòng Fucô chạy trong cả khối kim loại. Kết quả là phần điện năng bị hao phí giảm đi nhiều.

b) Lợi ích của dòng Fucô. Trong các máy điện kể trên sự toả nhiệt của dòng Fucô là có hại. Trái lại, trong các *lò điện cảm ứng*, người ta lại sử dụng toả nhiệt đó để nấu chảy kim loại, đặc biệt là nấu chảy kim loại trong chân không, để tránh tác dụng oxy hoá của không khí xung quanh. Muốn vậy, người ta cho kim loại vào trong một cái lò có chỗ để hút không khí bên trong ra. Xung quanh lò, người ta quấn dây điện và cho dòng điện cao tần chạy điện cao tần chạy qua cuộn dây đó. Kết quả là trong khối kim loại xuất hiện những dòng điện Fucô rất mạnh có thể nấu chảy được kim loại.

Dòng điện Fucô còn được dùng để hãm các dao động. Thực vậy, muốn hãm dao động của kim trong một máy đo điện chẳng hạn. Người ta gắn vào kim đó một đĩa kim loại (đồng hoặc nhôm) và đặt đĩa ấy trong từ trường của một nam châm vĩnh cửu (hình 6.11). Khi kim dao động, đĩa kim loại cũng dao động theo. Từ thông qua đĩa thay đổi, làm xuất hiện những dòng điện Fucô. Các dòng điện này vừa xuất hiện thì chịu ngay tác dụng của từ trường do nam châm vĩnh cửu sinh ra. Theo định luật Lenx, tác dụng ấy phải chống lại nguyên nhân sinh ra các dòng Fucô, tức chống lại sự dao động của đĩa kim loại. Kết quả là dao động của kim bị tắt đi nhanh chóng.



Hình 6.11. **Cách hãm dao động của kim trong một máy đo điện**

§2. TỰ CẢM

2.1. Từ thông tự cảm – Độ tự cảm

Xét một mạch kín (C) trong có dòng điện cường độ i. Dòng điện này sinh ra một từ trường. Từ thông Φ_m qua mạch kín (C) do từ trường của dòng điện trong mạch (C) gây ra gọi là từ thông tự cảm.

Vì từ cảm do dòng điện trong mạch (C) gây ra tỷ lệ với cường độ dòng điện i nên từ thông tự cảm qua (C) cũng tỷ lệ với i. Ta có thể viết biểu thức từ thông tự cảm qua (C):

$$\Phi_{\text{tự cảm}} = Li \qquad (6.7)$$

với $$L = \frac{\Phi_{\text{tự cảm}}}{i} \qquad (6.8)$$

là độ tự cảm của mạch kín (C).

Thông thường khi tính $\Phi_{\text{tự cảm}}$ qua (C) ta thường chọn chiều dương trên (C) là chiều dòng điện. Về đơn vị trong (6.8), i tính ra ampe (A), $\Phi_{\text{tự cảm}}$ tính ra vêbe (Wb) và độ tự cảm tính ra henry (H).

Bài tập ví dụ 6.8

Tính độ tự cảm của ống dây hình trụ tiết diện S, có chiều dài l khá lớn, quấn đều N vòng dây.

Đáp số

$$L = \mu_0\mu\frac{N^2}{l}S \qquad (6.9)$$

Chú thích. Một cuộn dây dẫn, một ống dây dẫn... có độ tự cảm đáng kể được gọi là *một cuộn cảm.*

2.2. Suất điện động tự cảm

Khi cường độ dòng điện i trong mạch kín (C) biến thiên thì từ thông tự cảm qua (C) biến thiên. Kết quả trong (C) xảy ra hiện tượng cảm ứng điện từ gọi là *tự cảm.* Suất điện động cảm ứng khi đó gọi là *suất điện động tự cảm.* Theo (6.1), có thể viết biểu thức của suất điện động tự cảm:

$$\xi_{\text{tự cảm}} = -\frac{d\Phi_{\text{tự cảm}}}{dt}$$

hay $$\xi_{\text{tự cảm}} = -L\frac{di}{dt} \qquad (6.10)$$

Hiện tượng tự cảm thường xảy ra trong các mạch điện một chiều khi đóng và khi ngắt mạch, và thường xuyên xảy ra trong các mạch điện xoay chiều. Theo định luật Lenz, suất điện động tự cảm *luôn có tác dụng chống lại sự biến thiên của dòng điện trong mạch.*

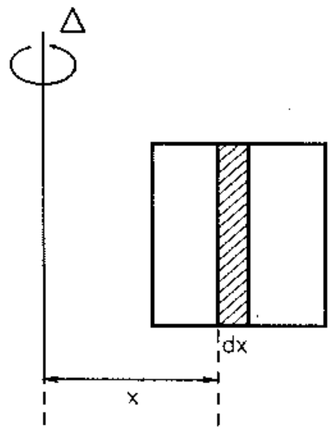
Bài tập ví dụ 6.9

Một lõi hình xuyến được tạo thành bởi một hình vuông cạnh a quay xung quanh một đường thẳng đồng phẳng với hình vuông, song song với một cạnh hình vuông và cách cạnh ấy một đoạn b (b>>a). Xung quanh lõi hình xuyến ấy, quấn đều N vòng dây dẫn và cho dòng điện cường độ I đi qua. Tính độ tự cảm của cuộn dây đó.

Giải

Ta hãy tính cường độ từ trường $\vec{H}$ tại một điểm bên trong lõi hình xuyến, cách trục quay Δ một đoạn x, bằng cách áp dụng định lý Ampe cho một mạch kín (C) là vòng tròn bán kính x, tâm nằm trên Δ. Vì lý do đối xứng, vectơ từ trường $\vec{H}$ luôn tiếp tuyến với (C) và có độ lớn không đổi dọc theo (C):

$$\oint_{(C)} \vec{H}.\vec{dl} = H.2\pi x = NI$$



Hình 6.12

suy ra: $H = \dfrac{NI}{2\pi x}$

và từ cảm $B = \mu_0 \mu H = \dfrac{\mu_0 \mu NI}{2\pi x}$

Sau đó tính từ thông tự cảm qua một vòng dây (qua một tiết diện của lõi). Từ thông qua phần tử diện tích dS, những dải chữ nhật kích thước a × dx:

$$d\Phi_m = BdS = \frac{\mu_0 \mu NI}{2\pi x} adx$$

Từ thông qua một vòng dây:

$$\Phi_{ml} = \int d\Phi_m = \int_b^{b+a} \frac{\mu_0 \mu NIa}{2\pi} \frac{dx}{x}$$

$$\Phi_{ml} = \frac{\mu_0 \mu NIa}{2\pi} \ln \frac{b+a}{b}$$

Từ thông qua cả cuộn dây gồm N vòng:

$$\Phi_m = N\Phi_{ml} = \frac{\mu_0 \mu N^2 aI}{2\pi} \ln \frac{b+a}{b}$$

Độ tự cảm của cuộn dây:

$$L = \frac{\Phi_m}{I} = \frac{\mu_0 \mu N^2 a}{2\pi} \ln \frac{b+a}{b}$$

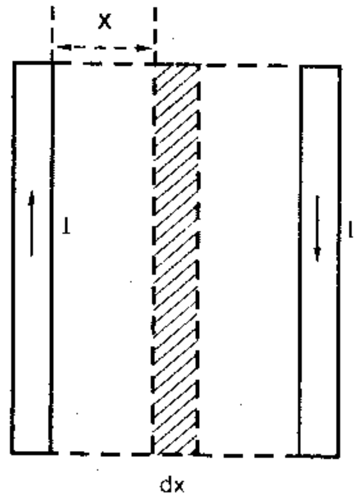
Bài tập ví dụ 6.10*: Hệ Lecher

Cho hai dây dẫn hình trụ rỗng cùng bán kính a, đặt song song hai trục cách nhau một đoạn b (b >> a). Trong hai dây dẫn đó có dòng điện cường độ I nhưng ngược chiều nhau. Tính độ tự cảm của đoạn dây l của hệ hai dây đó ($\mu = 1$).

Giải

Tại một điểm cách trục dây thứ nhất một đoạn x, từ cảm của hệ hai dây có phương vuông góc với mặt phẳng hình vẽ có độ lớn:

$$B = \frac{\mu_o}{2\pi}\left(\frac{I}{x} + \frac{I}{b - x}\right)$$



Hình 6.13

Vi phân diện tích $dS = l dx$ và từ thông qua dS:

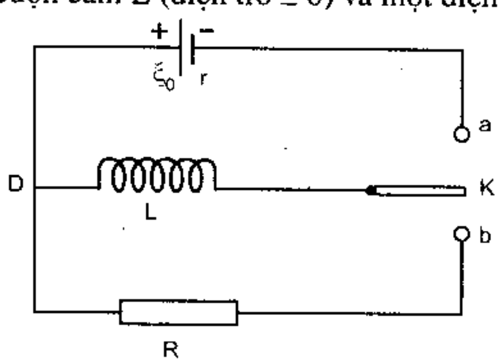
$$d\Phi_m = BdS = \frac{\mu_o I l}{2\pi}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{b - x}\right)dx$$

Độ tự cảm:

$$L = \frac{\Phi_m}{I} = \frac{\mu_0 l}{2\pi}\int_a^{b-a}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{b - x}\right)dx = \frac{\mu_0 l}{\pi}\ln\frac{b-a}{a} \cong \frac{\mu_0 l}{\pi}\ln\frac{b}{a}$$

2.3. Năng lượng ống dây tự cảm

Ta hãy xét sơ đồ thí nghiệm mô tả trên hình 6.14 trong đó có nguồn điện (ξ, r) nối với cuộn cảm L (điện trở $\cong 0$) và một điện trở R.



Hình 6.14

a) Lúc đầu khoá K đóng vào vị trí a: mạch phía trên được khép kín. Dòng điện trong mạch ấy ban đầu có cường độ bằng 0, đến một thời điểm $t > 0$ có cường độ bằng $i > 0$. Vì cường độ dòng điện biến thiên nên trong mạch xuất hiện suất điện động tự cảm:

$$\xi = -L\frac{di}{dt}$$

Trong mạch kín phía trên, theo định luật Kiarơhốp II ta có thể viết:

$$\xi_o - L\frac{di}{dt} = r\,i \tag{6.11}$$

hay

$$\xi_o = r\,i + L\frac{di}{dt}$$

Nhân hai vế với idt:

$$\xi_o idt = r\,i^2dt + Lidi \tag{6.12}$$

Phương trình (6.12) có ý nghĩa vật lý sâu sắc: nó diễn tả định luật bảo toàn chuyển hoá năng lượng trong mạch. Biểu thức ở vế đầu *idt* là năng lượng do nguồn điện sản ra trong thời gian *dt*. Ở vế thứ hai, số hạng thứ nhất ri^2dt biểu thị nhiệt lượng jun toả ra ở điện trở *r* trong khoảng thời gian *dt*; còn số hạng thứ hai biểu thị *năng lượng tích luỹ ở cuộn cảm* trong khoảng thời gian *dt*.

$$dW_m = Lidi$$

Năng lượng này còn được gọi là *năng lượng từ*. Trong khoảng thời gian từ 0 đến $t > 0$ năng lượng từ tích luỹ trong cuộn cảm cho bởi:

$$W_m = \int_0^i Lidi$$

$$W_m = \frac{1}{2}Li^2 \tag{6.13}$$

b) Ta có thể xác định sự phụ thuộc vào thời gian t của cường độ dòng điện i. Phương trình (6.11) có thể viết:

$$\frac{di}{dt} = \frac{\xi_o}{L} - \frac{r}{L}i = \frac{r}{L}\left(\frac{\xi_o}{r} - i\right) = -\frac{r}{L}\left(i - \frac{\xi_o}{r}\right)$$

$$\frac{d\left(i-\frac{\xi_0}{r}\right)}{i-\frac{\xi_0}{r}}=-\frac{r}{L}dt$$

Tích phân phương trình này ta được $i-\frac{\xi_0}{r}=Ce^{-\frac{r}{L}t}$

Hằng số tích phân C được xác định bởi điều kiện ban đầu. Khi t = 0 thì i = 0 và phương trình trên trở thành:

$$0-\frac{\xi_0}{r}=C$$

$$C=-\frac{\xi_0}{r}$$

Cuối cùng ta được biểu thức của cường độ dòng điện:

$$i=\frac{\xi_0}{r}\left(1-e^{-\frac{r}{L}t}\right) \tag{6.14}$$

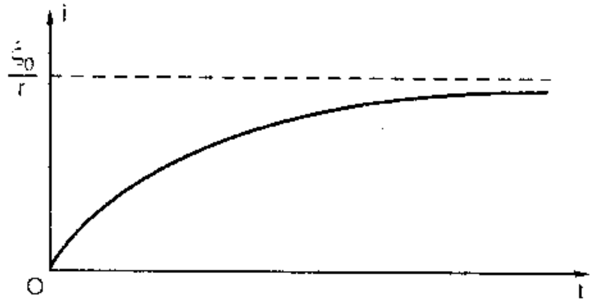
Thực tế chỉ sau một thời gian đủ lớn thì giá trị của cường độ dòng điện có thể coi là bằng $I=\frac{\xi_0}{r}$. Ta nói rằng dòng điện trong mạch đã chuyển từ giai đoạn quá độ sang giai đoạn ổn định. Thời gian chuyển từ giai đoạn quá độ sang giai đoạn ổn định phụ thuộc vào một đại lượng gọi là *hằng số thời gian*. Theo định nghĩa trong (6.14) đại lượng $T=\frac{L}{r}$ được gọi là hằng số thời gian (tính ra giây) và (6.14) có thể viết:

$$i=\frac{\xi_0}{r}\left(1-e^{-\frac{t}{T}}\right) \tag{6.14a}$$

Khi t = 10T chẳng hạn thì $e^{-\frac{t}{T}}=e^{-10}\lll 1$ và $i\cong\frac{\xi_0}{r}=I$. Ví dụ: $r=1\Omega$; $L=10^{-3}H$; $T=10^{-3}$ thực tế rất nhỏ.

c) Như vậy, khi một cuộn cảm có dòng điện qua thì cuộn cảm ấy đã được tích luỹ một năng lượng từ, cho bởi (6.13). Năng lượng này có thể được giải phóng khi cuộn cảm phóng điện. Để thấy rõ điều này trong thí nghiệm vẽ trên sơ đồ hình (6.14), ta chuyển khoá K từ vị trí a sang vị trí b.

Thực nghiệm chứng tỏ rằng khi đó điện trở R nóng lên. Điều này nghĩa là đã có một dòng điện chạy qua R.



Hình 6.15

Giả sử tại thời điểm t > 0 (t = 0 là thời điểm khoá K chuyển đến vị trí b), cường độ dòng điện trong mạch bằng i. Cường độ này giảm dần, do đó trong cuộn cảm xuất hiện suất điện động tự cảm:

$$\xi = -L\frac{di}{dt}$$

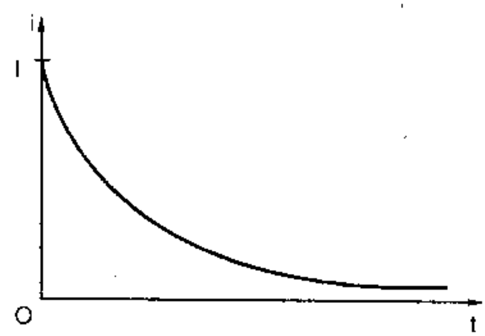
Theo định luật Ôm:

$$U_{DB} = \xi = -L\frac{di}{dt} = Ri \qquad (6.15)$$

nghĩa là: $$-Lidi = Ri^2dt \qquad (6.16)$$

hay $$-d\left(\frac{1}{2}Li^2\right) = Ri^2dt \qquad (6.16a)$$

Vế phải của phương trình (6.16a) biểu thị độ giảm năng lượng từ tích luỹ ở cuộn cảm trong khoảng thời gian dt. Độ giảm năng lượng này được chuyển hoá thành nhiệt lượng Jun toả ra trên R thể hiện trong biểu thức ở vế phải của (6.16a).



Hình 6.16

Có thể xác định biểu thức của cường độ dòng điện i theo t bằng cách tích phân phương trình (6.15):

$$\frac{di}{i} = -\frac{R}{L}dt$$

$$i = Ie^{-\frac{R}{L}t} \tag{6.17}$$

trong đó $I = \frac{\xi_o}{r}$ là cường độ lúc t = 0. Ta thấy rằng theo (6.17) khi $t \to \infty$ thì $i \to 0$. Thực tế, sau một khoảng thời gian đủ lớn, cường độ i có thể coi là bằng 0. Khoảng thời gian ấy vào cỡ vài ba lần hằng số thời gian: $T = \frac{L}{R}$.

2.4. Năng lượng từ trường

Thực nghiệm và lý thuyết chứng tỏ rằng nguồn gốc năng lượng ống dây tự cảm (cuộn cảm) chính là *năng lượng của từ trường do ống dây đó gây ra khi trong ống có dòng điện.*

Để thấy rõ điều này, ta xét trường hợp đơn giản ống dây hình trụ dài có tiết diện S, chiều dài l, quấn đều N vòng dây dẫn.

Độ tự cảm của ống dây:

$$L = \frac{\mu_o\mu N^2 S}{l}$$

khi trong ống dây có dòng điện cường độ I, năng lượng tích luỹ trong ống dây cho bởi:

$$W_m = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}\frac{\mu_o\mu N^2 S}{l}I$$

hay $$W_m = \frac{1}{2\mu_o\mu}\left(\frac{\mu_o\mu NI}{l}\right)^2 Sl$$

trong đó $\frac{\mu_o\mu NI}{l}$ = B = từ cảm trong lòng ống dây và Sl = thể tích ΔV của khoảng không gian trong lòng ống dây – khoảng không gian có từ trường. Vậy ta có thể viết:

$$W_m = \frac{1}{2\mu_o\mu}B^2\Delta V \tag{6.18}$$

Kết luận: Năng lượng từ tích luỹ trong ống dây tự cảm chính là năng lượng của từ trường bên trong ống dây đó. Năng lượng này tỷ lệ với thể tích của khoảng không gian có từ trường. Điều này *chứng tỏ năng lượng của từ trường tiềm tàng trong khoảng không gian có từ trường.*

Năng lượng tiềm tàng trong một đơn vị thể tích không gian từ trường cho bởi:

$$W_m = \frac{W_m}{\Delta V} = \frac{1}{2\mu_o\mu} B^2 \quad (6.19)$$

được gọi là *mật độ năng lượng từ trường*. Kết quả này được thiết lập cho một trường hợp đơn giản. Người ta chứng minh được rằng nó vẫn đúng cho trường hợp tổng quát.

§3. HỖ CẢM

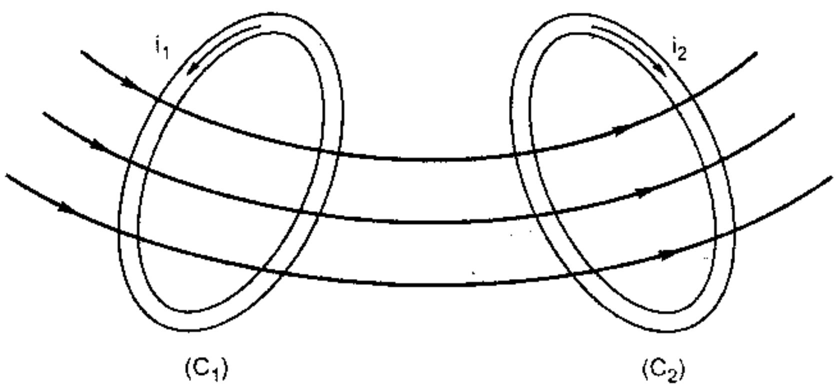
3.1. Độ hỗ cảm

Xét hai mạch kín (C_1) và (C_2) trong có hai dòng điện cường độ i_1 và i_2.

Từ thông qua mạch kín (C_1) gồm hai phần:

a) Từ thông tự cảm do i_1 gây ra: $\Phi_{tc} = L_1 i_1$

L_1 là độ tự cảm của (C_1)



Hình 6.17

b) Từ thông do i_2 gây ra được gọi là *từ thông hỗ cảm*, ký hiệu Φ_{21}. Dễ dàng thấy từ thông này tỷ lệ với i_2.

$$\Phi_{21} = Mi_2$$

M được gọi là độ hỗ cảm của mạch (C_2) đối với mạch (C_1). Vậy ta có thể viết từ thông tổng cộng qua (C_1):

$$\Phi_1 = L_1 i_1 + M i_2$$

Tương tự ta có thể viết từ thông tổng cộng qua (C_2):

$$\Phi_2 = L_2 i_2 + M' i_1$$

M' là độ hỗ cảm của mạch (C_1) đối với mạch (C_2). Người ta chứng minh được rằng: M' = M

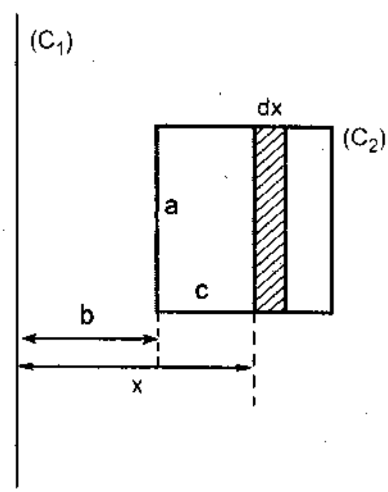
M: độ hỗ cảm của hai mạch (C_1) và (C_2) tùy thuộc vào hình dạng mỗi mạch và vị trí tương đối của hai mạch, cũng đo bằng henry. *Trong khi các độ tự cảm luôn luôn dương thì độ hỗ cảm có thể dương hoặc âm. Vậy ta có* các phương trình:

$$\begin{cases} \Phi_1 = L_1 i_1 + M i_2 & (6.20) \\ \Phi_2 = L_2 i_2 + M' i_1 & (6.21) \end{cases}$$

Có thể viết những hệ thức tương tự trong trường hợp nhiều mạch kín.

Bài tập ví dụ 6.11*

Mạch (C_1) là một dây dẫn thẳng vô hạn (coi như khép kín ở vô cùng); mạch (C_2) là một khung dây dẫn chữ nhật, đồng phẳng với (C_1) có kích thước a × c, cạnh a song song với (C_1) tại khoảng cách b. Tính độ hỗ cảm của hai mạch đó.



Hình 6.18

Giải

Giả sử có dòng điện cường độ I_1, chạy trong (C_1): từ cảm do I_1 gây ra tại một điểm cách (C_1) một đoạn x cho bởi:

$$B_1 = \frac{\mu_0 \mu I_1}{2\pi x}$$

Chia mặt hình chữ nhật (C_2) thành những dải vi phân song song với (C_1). Qua một dải bề rộng dx, cách (C_1) một đoạn x, từ thông hỗ cảm là:

$$d\Phi_{12} = B_1 a dx = \frac{\mu_o \mu I_1 a}{2\pi}\frac{dx}{x}$$

Vậy từ thông hỗ cảm do (C_1) gửi qua (C_2) là:

$$\Phi_{12} = \frac{\mu_o \mu I_1 a}{2\pi}\int_b^{b+c}\frac{dx}{x}$$

$$\Phi_{12} = \frac{\mu_o \mu I_1 a}{2\pi}\ln\frac{b+c}{b}$$

Từ đó tính được độ hỗ cảm:

$$M = \frac{\Phi_{12}}{I_1} = \frac{\mu_o \mu a}{2\pi}\ln\frac{b+c}{b}$$

3.2. Suất điện động hỗ cảm

Giả sử trong mỗi mạch (C_1) và (C_2) nói trên có các nguồn suất điện động lần lượt là ξ_{01} và ξ_{02}.

Nếu các cường độ dòng điện i_1 và i_2 biến thiên theo thời gian thì từ thông Φ_1 và Φ_2 qua (C_1) và (C_2) đều biến thiên và do đó trong (C_1) và (C_2) đều xuất hiện các suất điện động cảm ứng cho bởi:

$$\xi_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -L_1\frac{di_1}{dt} - M\frac{di_2}{dt} \tag{6.22}$$

$$\xi_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -L_2\frac{di_2}{dt} - M\frac{di_1}{dt} \tag{6.23}$$

Trong hai phương trình trên, $-L_1\frac{di_1}{dt}$ và $-L_2\frac{di_2}{dt}$ là các suất điện động tự cảm trong (C_1) và (C_2), còn các số hạng $-M\frac{di_2}{dt}$ và $-M\frac{di_1}{dt}$ *: các suất điện động hỗ cảm* trong (C_1) và (C_2).

Áp dụng định luật Kiarơhốp II cho hai mạch (C_1) và (C_2) ta được:

$$\xi_{01} - L_1\frac{di_1}{dt} - M\frac{di_2}{dt} = R_1 i_1 \tag{6.24}$$

$$\xi_{02} - L_2\frac{di_2}{dt} - M\frac{di_1}{dt} = R_2 i_2 \tag{6.25}$$

hay $$\xi_{01} - L_1\frac{di_1}{dt} + M\frac{di_2}{dt} = R_1 i_1 \quad (*)$$

$$\xi_{02} - L_2\frac{di_2}{dt} + M\frac{di_1}{dt} = R_2 i_2 \qquad (**)$$

trong đó R_1, R_2 lần lượt là điện trở của (C_1), (C_2). Nhân hai vế của (*) với i_1dt, hai vế của (**) với i_2dt ta được.

$$\xi_{01}i_1dt = L_1i_1di_1 + Mi_1di_2 + R_1 i_1^2 dt \qquad (6.26)$$

$$\xi_{02}i_2dt = L_2i_2di_2 + Mi_2di_1 + R_2 i_1^2 dt \qquad (6.27)$$

Cộng hai phương trình (6.26), (6.27) rồi tích phân hai vế, ta được:

$$\int\xi_{01}i_1dt + \int\xi_{02}i_2dt =$$

$$= \frac{1}{2}L_1i_1^2 + \frac{1}{2}L_2i_2^2 + Mi_1i_2 + \int R_1i_1^2dt + \int R_2i_2^2dt \qquad (6.28)$$

Trong phương trình trên vế đầu biểu thị năng lượng do hai nguồn phát ra; ở vế sau, hai số hạng cuối cùng biểu thị nhiệt lượng jun, ba số hạng đầu biểu thị năng lượng từ tích luỹ do tự cảm và do hỗ cảm.

Bài tập ví dụ 6.12*

Xét trường hợp mạch (C_1) có một nguồn không đổi suất điện động ξ, trong mạch (C_2) không có nguồn và giả sử điện trở của các mạch không đáng kể. Hãy viết phương trình (6.28) cho trường hợp này. Từ đó suy ra rằng:

$$-\sqrt{L_1L_2} < M < \sqrt{L_1L_2} \qquad (6.29)$$

Giải

Phương trình (6.28) cho:

$$\int\xi i_1dt = \frac{1}{2}L_1i_1^2 + \frac{1}{2}L_2i_2^2 + Mi_1i_2$$

Vế trái của phương trình này biểu thị năng lượng từ trường. Năng lượng này luôn dương (vì mật độ năng lượng từ trường $\frac{1}{2\mu_o\mu}B^2 > 0$).

Vậy $$\frac{1}{2}L_1i_1^2 + Mi_1i_2 + \frac{1}{2}L_2i_2^2 > 0$$

Hay $$\frac{1}{2}i_2^2\left[L_1\left(\frac{i_1}{i_2}\right)^2 + 2M\frac{i_1}{i_2} + L_2\right] > 0$$

Biểu thức trên chứng tỏ rằng tam thức bậc hai: $L_1x^2 + 2Mx + L_2 > 0$ luôn luôn dương với mọi $x = \frac{i_1}{i_2}$. Nói cách khác tam thức này luôn cùng dấu với hệ số $L_1 > 0$ của x^2. Do đó ta phải có:

$$\Delta' = M^2 - L_1L_2 < 0 \Leftrightarrow -\sqrt{L_1L_2} < M < \sqrt{L_1L_2}$$

§4. DAO ĐỘNG ĐIỆN

4.1. Dao động điện từ

Dao động điện từ là quá trình biến thiên tuần hoàn theo thời gian của các đại lượng điện và từ (cường độ dòng điện, điện tích, hiệu điện thế, cường độ điện trường, từ cảm, từ thông...). Trong phần này ta xét dao động điện từ trong các mạch dây dẫn – gọi tắt là dao động điện.

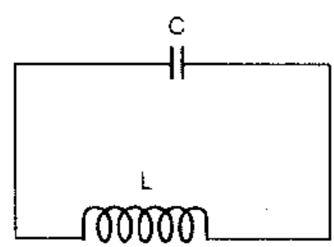
4.2. Dao động điện tự do trong mạch LC

Ta khảo sát dao động điện trong mạch dao động tạo bởi một tụ điện có điện dung C nối với một cuộn cảm có độ tự cảm L. Dao động điện trong trường hợp này gọi là dao động điện tự do vì không có tác dụng của nguồn ngoài.

a) Trường hợp mạch dao động có điện trở không đáng kể (mạch dao động lý tưởng).

Gọi q là điện tích tụ điện và $i = \frac{dq}{dt}$ là cường độ cường độ dòng điện trong mạch.

Vì mạch là lý tưởng nên không có tiêu hao năng lượng do hiệu ứng toả nhiệt jun. Do đó tổng năng lượng điện của tụ điện và năng lượng từ của cuộn cảm là không đổi.



Hình 6.19

$$\frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2 = \text{const} \qquad (6.30)$$

Đạo hàm theo thời gian t hai vế của (6.30) ta được:

$$\frac{1}{C}q\frac{dq}{dt} + Li\frac{di}{dt} = 0$$

Trong đó $$\frac{dq}{dt} = i \text{ và } \frac{d^2q}{dt^2} = \frac{di}{dt}$$

Vậy $$\frac{1}{C}q + L\frac{d^2q}{dt^2} = 0$$

hay $$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0 \quad (6.31)$$

Phương trình (6.31) chứng tỏ rằng điện tích q thoả mãn phương trình vi phân của dao động điều hoà.

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \omega^2 q = 0 \text{ với } \omega^2 = \frac{1}{LC} \quad (6.32)$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (6.32a)$$

Đạo hàm theo thời gian phương trình (6.31) và chú ý rằng

$$\frac{dq}{dt} = i\ ;\ \frac{d^3q}{dt^3} = \frac{d^2i}{dt^2}$$

Ta được: $$\frac{d^2i}{dt^2} + \omega^2 i = 0 \quad (6.33)$$

Phương trình (6.33) chứng tỏ rằng cường độ dòng điện i cũng thoả mãn cùng một phương trình dao động điều hoà như điện tích q.

Vậy chu kỳ dao động điện trong mạch LC lý tưởng cho bởi:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{LC} \quad (6.34)$$

Chu kỳ này được gọi là chu kỳ riêng của mạch.

Bài tập ví dụ 6.13

Cho mạch dao động lý tưởng tạo bởi tụ điện có điện dung $C = \frac{1}{8\pi}.10^{-6}$F và cuộn cảm có độ tự cảm $L = \frac{2}{\pi}10^{-2}$H.

1. Tính chu kỳ riêng của mạch.

2. Viết biểu thức của điện tích q và cường độ dòng i trong mạch biết rằng lúc t = 0 thì cường độ dòng điện đạt giá trị cực đại bằng $I_m = 2$mA.

3. Tính năng lượng dao động của mạch.

Giải

1. Tần số $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} = 2\pi 10^4 rad/s$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 10^{-4}s$$

2. $i = I_m cos\omega t = 2cos2\pi 10^4 t$ (mA)

và $q = Q_m sin2\pi 10^4 t$ (mA) với $Q_m = \dfrac{I_m}{\omega} = 0,318.10^{-7}C$

3. Năng lượng dao động = năng lượng tụ điện + năng lượng cuộn cảm

= cực đại năng lượng tụ điện = cực đại năng lượng cuộn cảm

$= \dfrac{1}{2}LI_m^2 = \dfrac{1}{2}2\pi^{-1}10^{-2} \times (2.10^{-3})^2 = \dfrac{4}{\pi}10^{-8} J$

Bài tập ví dụ 6.14

Cho mạch dao động gồm hai cuộn cảm $L_1 = \dfrac{3}{\pi}10^{-3}H$, $L_2 = \dfrac{6}{\pi}10^{-3}H$ mắc song song với một tụ điện $C = \dfrac{1}{8\pi}10^{-7}F$. Trong mạch có dao động điện. Lúc t = 0 điện tích của tụ điện đạt giá trị cực đại $Q_m = \dfrac{3}{\pi}10^{-6}C$.

1. Tính chu kỳ dao động của mạch.

2. Xác định biểu thức các cường độ dòng điện qua mỗi cuộn cảm. Bỏ qua các điện trở.

Giải

Hai cuộn cảm mắc song song tương đương với một cuộn cảm có độ tự cảm L sao cho:

$$-L_1 = \frac{di_1}{dt} = -L_2 = \frac{di_2}{dt} = -L\frac{di}{dt}$$

trong đó $i = \dfrac{dq}{dt}$ = cường độ dòng điện qua C. Từ đó suy ra:

$$L_1 i_1 = L_2 i_2 = Li$$

Mặt khác ta có $i_1 + i_2 = i$. Từ (1) suy ra:

$$i = i_1 + i_2 = \frac{L}{L_1}i + \frac{L}{L_2}i = \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}\right)Li$$

Vậy $\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$

Tính cụ thể: $\frac{1}{L} = \frac{10^3\pi}{3} + \frac{10^3\pi}{6} = \frac{10^3\pi}{2}$

$$L = \frac{2}{10^3\pi}H$$

Và tần số góc của mạch:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{2}{10^3\pi}.\frac{1}{8\pi 10^7}}} = 2\pi 10^5 \text{rad/s}$$

2. Điện tích tụ điện cho bởi: $q = Q_m \sin(\omega t + \varphi)$ trong đó

$$\omega = 2\pi 10^5 \text{rad/s};$$

$$Q_m = \frac{3}{\pi}10^{-6} \text{ còn } \varphi = \frac{\pi}{2} \text{ vì khi } t = 0 \text{ thì } q = Q_m.$$

Cường độ dòng điện qua tụ điện:

$$i = \frac{dq}{dt} = \omega Q_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

trong đó $\omega Q_m = I_m = 2\pi 10^5.\frac{3}{\pi}10^{-6} = 0,6 \text{ A}.$

Từ phương trình (1) suy ra:

$$i_1 = \frac{L}{L_1} = \frac{2}{3}i = 0,4\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$i_2 = \frac{L}{L_2} = \frac{1}{3}i = 0,2\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

b) Trường hợp mạch dao động có điện trở R đáng kể

Trong trường hợp này tổng năng lượng điện và năng lượng từ ở vế trái của (6.30) không bảo toàn. Độ giảm năng lượng này chuyển thành nhiệt lượng jun toả ra trên R.

$$-d\left(\frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2\right) = Ri^2dt \qquad (6.35)$$

Phương trình (6.35) có thể viết:

$$\frac{1}{C}qdq + Lidi + Ri^2dt = 0$$

Chia hai vế cho idt = dq ta được:

$$\frac{1}{C}q + \frac{di}{dt}L + Ri = 0$$

Đạo hàm theo t và thay $\frac{dq}{dt} = i$, cuối cùng ta được phương trình:

$$L\frac{d^2i}{dt^2} + R\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}i = 0$$

hay $$\frac{d^2i}{dt} + \frac{R}{L}\frac{di}{dt} + \frac{1}{LC}i = 0 \qquad (6.36)$$

Đặt $$\frac{R}{L} = 2\beta\ ;\ \frac{1}{LC} = \omega^2 \qquad (6.37)$$

Phương trình (6.36) thành:

$$\frac{d^2i}{dt} + 2\beta\frac{di}{dt} + \omega^2 i = 0 \qquad (6.38)$$

Ta giải phương trình vi phân (6.38) để xác định biểu thức của i. Muốn vậy ta đặt hàm số i = i (t) dưới dạng:

$$i = e^{-\beta t}u(t) \qquad (6.39)$$

u(t) là một hàm số phải tìm. Thay biểu thức của i và của các đạo hàm.

$$\frac{di}{dt} = e^{-\beta t}(u' - \beta u)$$

$$\frac{d^2i}{dt} = e^{-\beta r}(u'' - 2\beta u' + \beta^2 u)$$

vào phương trình (6.38) ta được.

$$e^{-\beta t}[u'' - 2\beta u' + \beta^2 u + 2\beta(u' - \beta u) + \omega^2 u] = 0$$

Chia hai vế cho $e^{-\beta t}$, sau khi rút gọn:

$$u'' + (\omega^2 - \beta^2)u = 0 \qquad (6.40)$$

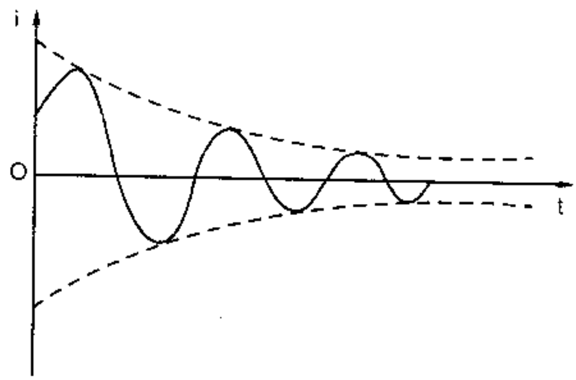
Ta xác định nghiệm của (6.40) tùy theo dấu của $\omega^2 - \beta^2 = \frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2$

a) Nếu $\omega^2 - \beta^2 = \dfrac{1}{LC} - \left(\dfrac{R}{2L}\right)^2 > 0$ nghĩa là $R < 2\sqrt{\dfrac{L}{C}}$ (6.41)

thì có thể đặt: $\omega_1^2 = \omega^2 - \beta^2$

$$\omega_1 = \sqrt{\omega^2 - \beta^2} \tag{6.42}$$

Phương trình (6.40) thành: $u'' + \omega_1^2 u = 0$



Hình 6.20

Chứng tỏ rằng u là nghiệm của phương trình dao động điều hoà với tần số góc ω_1.

$$u = A\sin(\omega_1 t + \varphi)$$

Do đó cường độ dòng điện i trong mạch cho bởi (6.39)

$$i = Ae^{-\beta t}\sin(\omega_1 t + \varphi) \tag{6.43}$$

Phương trình (6.43) diễn tả một *dao động điện tắt dần, không tuyệt đối* tuần hoàn mà chỉ là *giả tuần hoàn* với *giả chu kỳ* $T_1 = \dfrac{2\pi}{\sqrt{\omega^2 - \beta^2}}$.

Chú ý rằng: $-Ae^{-\beta t} \le i \le Ae^{-\beta t}$ có nghĩa là đồ thị của i theo t nằm giữa hai đường $-Ae^{-\beta t}$ và $Ae^{-\beta t}$.

b) Nếu $\omega^2 - \beta^2 < 0$ nghĩa là $R > 2\sqrt{\dfrac{L}{C}}$ thì có thể đặt $\omega^2 - \beta^2 = -\alpha^2$

Phương trình (6.40) thành: $u'' - \alpha^2 u = 0$ (6.44)

Trong giải tích đã chứng minh rằng phương trình (6.44) có nghiệm là một hàm hypecbolic.

$$u = A\mathrm{sh}(\alpha t + \varphi) \text{ và do đó } i = Ae^{-\beta t}\mathrm{sh}(\alpha t + \varphi) \quad (6.45)$$

Phương trình (6.45) diễn tả một chuyển động dần dần tiến về trạng thái cân bằng (được gọi là *quá trình hồi phục). Như vậy, trong trường hợp* này không có dao động điện.

c) Đặc biệt nếu $R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ thì $\omega^2 - \beta^2 = 0$ (6.40) thành ra: $u'' = 0$ cho nghiệm

$$u = At + B \text{ và } i = (At + B)e^{-\beta t} \quad (6.46)$$

Phương trình này diễn tả một quá trình *tiến nhanh về trạng thái cân bằng (quá trình tới hạn).*

Đại lượng $R_c = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ (6.47) có thứ nguyên điện trở gọi là *điện trở tới hạn* của mạch. Tóm lại, *để có quá trình dao động điện thì điện trở của mạch phải nhỏ hơn R_c.*

Bài tập ví dụ 6.15

Cho mạch dao động tự do gồm một cuộn cảm có $L = \frac{1}{25\pi}10^{-2}$H, một tụ điện $C = \frac{1}{25\pi}10^{-4}$ và điện trở $R = 5{,}6\Omega$.

1. Tính điện trở tới hạn của mạch. Trong mạch có dao động điện không?

2. Viết biểu thức của cường độ dòng điện i trong mạch.

Giải

1. Điện trở tới hạn của mạch:

$$R_c = 2\sqrt{\frac{L}{C}} = 20\Omega$$

Ở đây $R < R_c$ *vậy có dao động điện trong mạch*

2. Cường độ dòng điện i là nghiệm của phương trình:

$$\frac{d^2i}{dt^2} + 2\beta\frac{di}{dt} + \omega^2 i = 0$$

Trong đó $\beta = \dfrac{R}{2L} = \dfrac{5,6}{2\dfrac{1}{25\pi}10^{-2}} = 7\pi 10^3 s^{-1}$

và $$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\dfrac{10^{-2}}{25\pi} \times \dfrac{1}{25\pi}10^{-4}}} = 25\pi 10^3 s^{-1}$$

Phương trình của i theo t: $i = I_m e^{-\beta t}\sin(\omega_1 t + \varphi)$ trong đó

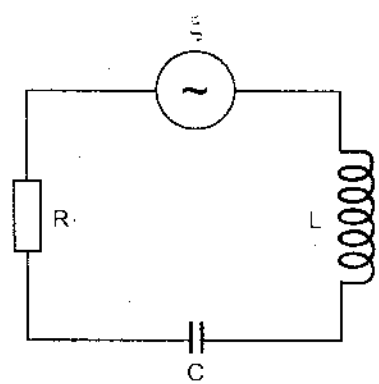
$$\omega_1 = \sqrt{\omega^2 - \beta^2} = \sqrt{(25\pi)^2 10^3 - (7\pi)^2 10^3} = 24\pi.10^3 s^{-1}$$

4.3. Dao động điện cưỡng bức

Có nhiều cách duy trì dao động điện trong mạch RLC để dao động ấy không tắt dần. Chẳng hạn có thể tác dụng trực tiếp vào mạch một nguồn phát có suất điện động xoay chiều hình sin

$$\xi = \xi_m \sin\Omega t$$

với chu kỳ $\tau = \dfrac{2\pi}{\Omega}$



Hình 6.21

khi đó độ giảm năng lượng điện từ của mạch (vế trái của phương trình (6.21) được bù lại bởi năng lượng do nguồn ξ phát ra (giả sử điện trở của nguồn ≅ 0)

$$\xi i dt - .d\left(\frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2\right) = Ri^2 dt$$

Chia 2 vế cho idt = dq:

$$\xi - \frac{q}{C} - L\frac{di}{dt} = Ri$$

$$L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{C} = \xi = \xi_m \sin\Omega t$$

Đạo hàm theo t một lần nữa và chú ý $i = \dfrac{dq}{dt}$ ta được:

$$L\frac{d^2i}{dt} + R\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}i = \Omega\xi_m \cos\Omega t$$

hay

$$\frac{d^2i}{dt} + 2\beta\frac{di}{dt} + \omega^2 i = \frac{\Omega\xi_m}{L}\cos\Omega t \quad (6.47)$$

Trong đó

$$\beta = \frac{R}{2L} \text{ và } \omega^2 = \frac{1}{LC} \quad (6.48)$$

Ta phải xác định cường độ i, nghiệm của phương trình (6.47). Lý thuyết và thực nghiệm chứng tỏ rằng sau một khoảng thời gian quá độ (ngắn) dao động điện trong mạch là *điều hoà* (nghĩa là không tắt) với *chu kỳ bằng chu kỳ của nguồn tác dụng*. Vì vậy dao động điện trong trường hợp này gọi là *dao động điện cưỡng bức*. Nói cách khác cường độ dòng điện i có thể viết dưới dạng một hàm sin của t với tần số góc Ω.

$$i = I_m\sin(\Omega t + \Phi) \quad (6.49)$$

Đạo hàm i một lần và hai lần theo t rồi thay vào (6.47) ta được:

$$(\omega^2 - \Omega^2)I_m\sin(\Omega t + \Phi) + 2\beta\Omega I_m\cos(\Omega t + \Phi) = \frac{\Omega\xi_m}{L}\cos\Omega t \quad (6.50)$$

Cho $\Omega t = 0$ rồi $\Omega t = \frac{\pi}{2}$

trong (6.50), lần lượt ta được:

$$(\omega^2 - \Omega^2)I_m\sin\Phi + 2\beta\Omega I_m\cos\Phi = \frac{\Omega\xi_m}{L}$$

$$(\omega^2 - \Omega^2)I_m\cos\Phi - 2\beta\Omega I_m\sin\Phi = 0$$

Từ hai phương trình trên dễ dàng suy ra:

$$\begin{cases} I_m = \dfrac{\xi_m}{\sqrt{R^2 + \left(\dfrac{1}{\Omega C} - \Omega L\right)^2}} & (6.51) \\[2ex] \mathrm{tg}\Phi = \dfrac{\dfrac{1}{\Omega C} - \Omega L}{R} & (6.52) \end{cases}$$

Kết luận:

a) Dao động điện cưỡng bức cùng tần số với tần số của nguồn tác dụng.

b) Biên độ I_m và pha ban đầu Φ của i phụ thuộc biên độ và tần số của nguồn tác dụng.

c) Với R, L, C xác định, nếu chọn Ω của nguồn ngoài sao cho:

$$\frac{1}{\Omega C} - \Omega L = 0$$

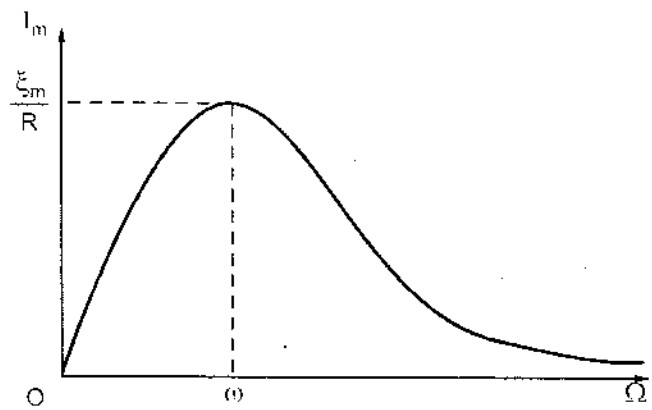
$$\Omega^2 = (LC)^{-1}$$

thì biên độ dao động điện I_m sẽ cực đại và đồng thời $\Phi = 0$. Trường hợp này xảy ra khi

$$\Omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega$$

nghĩa là khi *tần số của nguồn ngoài tác dụng đúng bằng tần số riêng của mạch. Khi đó ta nói rằng xảy ra hiện tượng cộng hưởng điện.*

d) Nếu $\frac{1}{\Omega C} > \Omega L$ thì theo (6.52): $\Phi > 0$ nghĩa là i sớm pha so với ξ, nếu $\frac{1}{\Omega C} < \Omega L$ thì $\Phi < 0$ nghĩa là i trễ pha so với ξ.



Hình 6.22

Chú thích: Trong công thức (6.51), đại lượng ở mẫu số:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\Omega C} - \Omega L\right)^2} \quad (6.53)$$

gọi là tổng trở kháng của mạch (đối với tần số góc Ω) và công thức (6.51) có thể viết:

$$I_m = \frac{\xi_m}{Z} \tag{6.54}$$

Công thức này diễn tả định luật Ôm cho mạch R, L, C: *Biên độ cường độ dòng điện (biên độ dao động điện cưỡng bức) bằng thương số của biên độ suất điện động chia cho tổng trở kháng của mạch*

Tổng trở Z có vai trò như điện trở trong các mạch điện một chiều, cũng tính ra đơn vị Ôm (Ω).

Chú thích: Giá trị hiệu dụng

Ta hãy tính điện năng tiêu thụ (do toả nhiệt jun) trong mạch nói trên trong thời gian một chu kỳ $T = \frac{2\pi}{\Omega}$:

$$W = \int_0^T Ri^2 dt = \int RI_m^2 \sin^2(\Omega t + \Phi)dt$$

$$= RI_m^2 \int_0^T \frac{1}{2}\left[1 - \cos(2\Omega t + 2\Phi)\right]dt$$

$$W = \frac{1}{2}RI_m^2 T$$

Công suất (trung bình) tiêu thụ trong mạch:

$$P = \frac{W}{T} = R\frac{I_m^2}{2}$$

Nếu đặt $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$

Thì $P = RI^2$

Trong đó I được gọi là *giá trị hiệu dụng của cường độ dòng điện trong mạch*.

Bài tập ví dụ 6.16

Nguồn có suất điện động xoay chiều hình sin:

$$\xi = 350\sin 10^4\pi t \text{ (mV)}$$

điện trở trong không đáng kể được đặt vào mạch gồm điện trở R = 175Ω nối tiếp với tụ điện $C = \frac{1}{8\pi}10^{-6}$ F và cuộn cảm thuần $L = \frac{2}{\pi}10^{-2}$H.

1. Tính cường độ hiệu dụng I trong mạch.

2. Thay đổi tần số góc của ξ đến giá trị nào thì I lớn nhất? Khi đó tính công suất tiêu thụ trong mạch.

Giải

1. Tổng trở của mạch:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\Omega C} - \Omega L\right)^2} = \sqrt{175^2 + (800 - 200)^2} = 625\,\Omega$$

Cường độ cực đại:

$$I_m = \frac{\xi_m}{Z} = \frac{350}{625} = 0{,}56 \text{ mA}$$

Cường độ hiệu dụng:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cong 0{,}4 \text{ mA}$$

2. Tần số góc Ω của nguồn phải thoả mãn điều kiện:

$$\Omega L = \frac{1}{\Omega C}$$

$$\Omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2\pi.10^4 \text{ rads}^{-1}$$

Khi đó: $$I_m = \frac{\xi_m}{R} = \frac{350}{175} = 2\text{mA}$$

và $$I = \sqrt{2} \text{ mA} \cong 1{,}4 \text{ mA}$$

Công suất tiêu thụ trong mạch:

$$P = RI^2 = 175 \times \left(\sqrt{2}\right)^2 = 350\text{W}$$

Chương 7

THUYẾT MACXOEN VỀ ĐIỆN TỪ TRƯỜNG

§1. LUẬN ĐIỂM CỦA MACXOEN VỀ ĐIỆN TRƯỜNG XOÁY

Qua những hiện tượng điện và từ ở các phần trên ta nhận thấy rằng giữa điện trường và từ trường có những mối liên hệ chặt chẽ và trong nhiều trường hợp có sự chuyển hoá giữa hai trường ấy – Macxoen là người đầu tiên nêu lên ý tưởng thống nhất điện trường và từ trường thành một trường tổng quát hơn gọi là *điện từ trường*.

1.1. Điện trường động lực

Theo các kết quả (6.4) và (6.6), khi một đoạn dây dẫn nhỏ chuyển động tịnh tiến với vận tốc $\vec{v}$ trong một từ trường không đổi, vectơ từ cảm là $\vec{B}$ thì trong dây dẫn ấy xuất hiện suất điện động cảm ứng:

$$d\xi = \left(\vec{v} \wedge \vec{B}\right) \vec{dl}$$

Sự tồn tại suất điện động trong dây dẫn chứng tỏ trong đoạn dây dẫn ấy *tồn tại điện trường lạ* (điện trường gây ra suất điện động, có bản chất khác với điện trường tĩnh). Vectơ điện trường lạ – hay còn gọi là vectơ điện trường động lực – cho bởi $d\xi = \vec{E}.\vec{dl}$

suy ra
$$\vec{E} = \vec{v} \wedge \vec{B}$$

Nếu ta xét hệ quy chiếu cố định, trong đó dây dẫn chuyển động thì ta có thể kết luận:

Đối với hệ quy chiếu chuyển động tịnh tiến trong một từ trường không đổi, người ta quan sát được một điện trường động lực cho bởi:

$$\vec{E} = \vec{v} \wedge \vec{B}$$

1.2. Điện trường xoáy

Bây giờ ta xét một mạch dây dẫn kín (C) đặt trong một từ trường biến thiên theo thời gian. Vectơ từ cảm $\vec{B}$ không những tùy thuộc vị trí không gian (của điểm khảo sát) mà còn phụ thuộc thời gian:

$$\vec{B} = \vec{B}(\vec{r}, t)$$

Như vậy từ thông Φ_m qua mạch kín (C) (nghĩa là từ thông qua một mặt S có định hướng tựa trên chu vi (C)):

$$\Phi_m = \int_S \vec{B}.\vec{dS}$$

biến thiên theo thời gian. Trong mạch kín (C) xuất hiện suất điện động cảm ứng:

$$\xi = -\frac{d\Phi_m}{dt} \quad \text{(theo (6.1))}$$

Thay Φ_m bằng biểu thức của nó vào (6.1) ta được:

$$\xi = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}.\vec{dS}$$

hay

$$\xi = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.\vec{dS} \tag{7.1}$$

(Ký hiệu ∂ có nghĩa là đạo hàm riêng của $\vec{B}$ theo t)

Theo chương 4, sự xuất hiện suất điện động ξ trong mạch kín (C) có nguồn gốc là sự tồn tại một điện trường lạ (điện trường động lực) trong mạch kín (C).

Gọi $\vec{E}$ là vectơ điện trường lạ thì lưu số của $\vec{E}$ dọc theo mạch kín (C) bằng suất điện động ξ (theo (4.18)):

$$\oint_{(C)} \vec{E}.\vec{dl} = \xi = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.\vec{dS} \tag{7.2}$$

Hệ thức này chứng tỏ rằng điện trường lạ $\vec{E}$ có bản chất khác hẳn điện trường tĩnh vì lưu số của vectơ điện trường tĩnh dọc theo một đường cong kín (C) luôn luôn bằng không. Người ta thường gọi điện trường mô tả trong (7.2) là *điện trường xoáy.*

Hệ thức (7.2) có thể phát biểu:

Khi đưa một mạch kín (C) vào một mạch từ trường biến thiên thì trong mạch kín (C) xuất hiện điện trường xoáy sao cho lưu số của vectơ điện trường xoáy đó dọc theo (C) bằng suất điện động cảm ứng xuất hiện trong (C).

Macxoen cho rằng trong từ trường biến thiên, *điện trường xoáy không chỉ tồn tại trong mạch (C) mà còn tồn tại trong không gian của điện trường*. Mạch kín (C) chỉ đóng vai trò một dụng cụ phát hiện sự tồn tại của điện trường xoáy. Điều này được xác nhận một cách hiển nhiên vì nếu ta đặt mạch kín (C) tại mọi vị trí trong từ trường biến thiên thì trong (C) luôn xuất hiện điện trường xoáy.

Những điều nêu ở trên là nội dung của luận điểm thứ nhất của Macxoen về điện từ trường được phát biểu như sau:

Luận điểm I của Macxoen:

Nếu trong một khoảng không gian nào đó tồn tại một từ trường biến thiên theo thời gian thì trong đó xuất hiện điện trường xoáy.

1.3. Phương trình Macxoen-Faraday

Luận điểm I của Macxoen được diễn tả định lượng bằng phương trình (7.2)

$$\oint_{(C)} \vec{E}.\vec{dl} = \xi = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.\vec{dS}$$

gọi là *phương trình Macxoen-Faraday* (dưới dạng tích phân).

Có thể chuyển phương trình Macxoen-Faraday (7.2) dạng tích phân về dạng vi phân bằng cách áp dụng định lý Stokes (trong giải tích vectơ) cho vectơ $\vec{E}$:

$$\oint_{(C)} \vec{E}.\vec{dl} = \int_S \text{rot}\,\vec{E}.\vec{dS} \qquad (7.3)$$

từ (7.2) và (7.3) suy ra:

$$\int_S \text{rot}\,\vec{E}.\vec{dS} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.\vec{dS} \qquad (7.4)$$

Vì mặt S là bất kỳ nên (7.4) dẫn tới phương trình:

$$\text{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \tag{7.5}$$

Đây là phương trình Macxoen-Faraday (dạng vi phân).

Bài tập ví dụ 7.1*

Cho vectơ từ cảm $\vec{B} = (0, 0, B_m\cos(\omega t - kx))$

ω là một hằng số (tần số góc) có thứ nguyên s^{-1}

k là một hằng số có thứ nguyên m^{-1}

Xác định một nghiệm $\vec{E} = (E_x, E_y, E_z)$ thoả mãn phương trình (7.5).

Giải

Khai triển các toạ độ ở hai vế của (7.5) với:

$$-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = (0, 0, \omega B_m(\omega t - kx))$$

ta được:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial E_z}{\partial y} - \dfrac{\partial E_y}{\partial z} = 0 & (7.5a) \\ \dfrac{\partial E_x}{\partial z} - \dfrac{\partial E_z}{\partial x} = 0 & (7.5b) \\ \dfrac{\partial E_y}{\partial x} - \dfrac{\partial E_x}{\partial y} = \omega B_m\sin(\omega t - kx) & (7.5c) \end{cases}$$

Có thể cho $E_z = 0$ (ta chỉ cần tìm một nghiệm đặc biệt) và (7.5b) thành:

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = 0 \qquad \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0$$

nghĩa là E_y và E_x không phụ thuộc z.

Phương trình (7.5c) có nghiệm với:

$$E_x = \text{const (có thể cho = 0)}$$

$$E_y = \frac{\omega B_m}{k}\cos(\omega t - kx)$$

Vậy một nghiệm của (7.5) là:

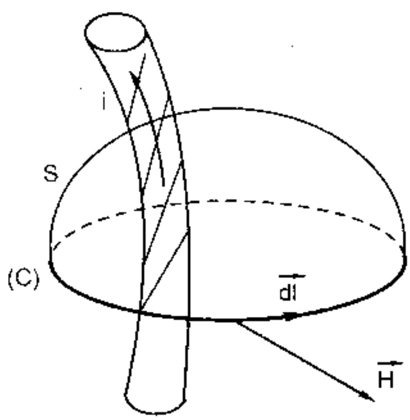
$$\vec{E} = \left(0, \frac{\omega B_m}{k}\cos(\omega t - kx), 0\right) \tag{7.6}$$

§2. LUẬN ĐIỂM II CỦA MACXOEN

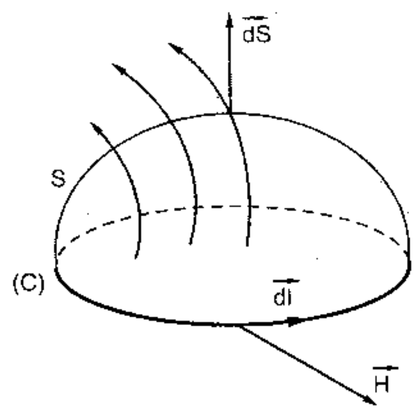
2.1. Nhắc lại định lý Ampe

Dòng điện cường độ i chạy trong dây dẫn sinh ra từ trường. Vectơ từ trường $\vec{H}$ tuân theo định lý Ampe:

Lưu số của vectơ từ trường $\vec{H}$ dọc theo một mạch kín (C) có giá trị bằng tổng đại số các cường độ dòng điện xuyên qua một mặt S tựa trên chu vi (C). Trong phát biểu trên mặt S được hướng phù hợp với chiều tích phân (khi tính lưu số) trên (C). Khi đó cường độ dòng điện i mang dấu + nếu dòng điện ấy xuyên qua S theo chiều pháp tuyến dương $\overrightarrow{dS}$ và mang dấu – trong trường hợp ngược lại.



Hình 7.1



Hình 7.2

Trong trường hợp không phải chỉ một số hữu hạn dây dẫn có dòng điện xuyên qua S mà các dòng điện xuyên qua S phân bố một cách liên tục trên S với mật độ dòng là $\vec{j}$ thì cường độ dòng điện qua S được tính bởi tích phân:

$$i = \int_S \vec{j}.\overrightarrow{dS}$$

và định lý Ampe được viết như sau:

$$\oint_{(C)} \vec{H}.\vec{dl} = \int_S \vec{j}.\overrightarrow{dS} \qquad (7.7)$$

Nếu áp dụng định lý Stokes cho vectơ $\vec{H}$:

$$\oint \vec{H}.\vec{dl} = \int_S \text{rot}\,\vec{H}.\vec{dS}$$

ta dễ dàng suy ra

$$\text{rot}\,\vec{H} = \vec{j} \qquad (7.8)$$

2.2. Dòng điện dịch

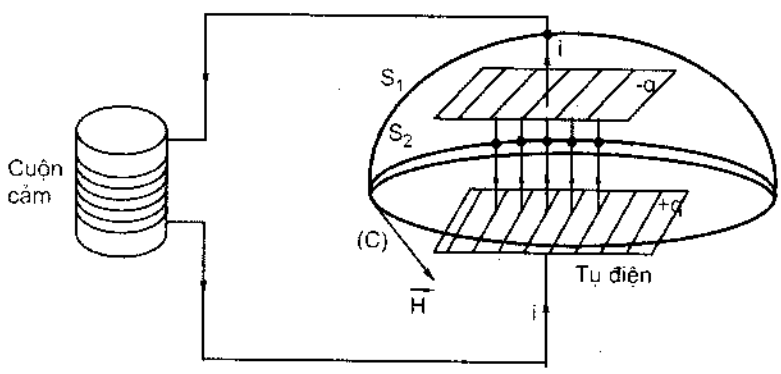
Xét dao động điện (tự do) trong mạch dao động gồm một cuộn cảm và một tụ điện nối với nhau. Cường độ dòng điện i trong mạch biến thiên theo thời gian t.

$$i = i(t)$$

Khi đó trong khoảng không gian giữa hai tấm của tụ điện xuất hiện điện trường. Nếu q là điện tích tụ điện và A là diện tích mỗi tấm thì vectơ điện cảm $\vec{D}$ trong khoảng không gian giữa hai tấm tụ điện được xác định bởi:

D = mật độ điện mặt trên mỗi tấm

$$D = \frac{q}{A} \qquad (7.9)$$



Hình 7.3

Xung quanh dòng điện của mạch dao động tồn tại từ trường có vectơ từ trường $\vec{H}$ luôn tuân theo định lý Ampe. Chọn mạch kín (C) quanh i như hình vẽ 7.3 *và dựng mặt S bất kỳ tựa trên (C)* thì ta luôn luôn có:

$$\oint_{(C)} \vec{H}.\vec{dl} = i$$

Với i là cường độ dòng điện xuyên qua S ở hình 7.3 nếu ta chọn mặt S là S_1 thì qua S_1 có dòng điện cường độ i. Nhưng nếu ta chọn mặt S là S_2 đi qua khoảng không gian giữa hai tấm tụ điện thì *không có dòng điện nào xuyên qua* S_2 và khi đó vế thứ hai của phương trình diễn tả định lý Ampe đối với cùng mạch kín (C) phải viết là 0.

Để không mâu thuẫn với định lý Ampe, Macxoen quan niệm rằng trong khoảng không gian giữa hai tấm của tụ điện có một dòng điện giả định gọi là *dòng điện dịch*.

Dòng điện dịch này nối liền hai tấm của tụ điện, có cùng chiều với dòng điện i trong mạch dao động và có độ lớn:

$$i_{dịch} = \frac{dq}{dt} = i$$

Với q là điện tích tụ điện.

Khi đó định lý Ampe áp dụng cho mặt S_2 tựa trên (C) được viết:

$$\oint_{(C)} \vec{H}.\vec{dl} = i_{dịch} = i$$

Dòng điện dịch giả định chạy qua khoảng không gian giữa hai tấm tụ điện, có tiết diện bằng diện tích mỗi tấm = A. Vì vậy có thể tính được mật độ dòng điện dịch:

$$j_{dịch} = \frac{i_{dịch}}{A} = \frac{1}{A}\frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{q}{A}\right)$$

Theo (6.63) có thể viết:

$$j_{dịch} = \frac{dD}{dt}$$

Dễ dàng thấy rằng hệ thức trên được nghiệm với các đại lượng vectơ:

$$\vec{j}_{dịch} = \frac{\partial\vec{D}}{dt} \tag{7.10}$$

Trong đó ký hiệu đạo hàm riêng theo t có nghĩa là chỉ lấy đạo hàm của $\vec{D}$ theo t trong khi $\vec{D}$ là hàm của x, y, z, t. Hệ thức (6.64) thiết lập trong trường hợp riêng, vẫn nghiệm đúng trong trường hợp tổng quát.

2.3. Luận điểm thứ hai của Macxoen

Theo quan niệm trên đây của Macxoen dòng điện dịch cũng gây ra từ trường như dòng điện trong dây dẫn (gọi tắt là dòng điện dẫn). Nhưng bản chất dòng điện dịch là gì?

Theo (7.10), dòng điện dịch tồn tại khi điện trường biến thiên theo thời gian (đạo hàm theo t của điện cảm $\vec{D}$ sẽ khác không). Theo Macxoen *bản chất của dòng điện dịch là điện trường biến thiên.* Và chính điện trường biến thiên là nguyên nhân gây ra từ trường. Những lý giải đó của Macxoen được tóm tắt trong luận điểm sau đây:

Luận điểm II của Macxoen

1. Mọi điện trường biến thiên theo thời gian đều sinh ra từ trường.

2. Về phương diện sinh ra từ trường điện trường biến thiên tương đương với một dòng điện giả định gọi là dòng điện dịch.

Mật độ dòng điện dịch cho bởi:

$$\vec{j}_{dich} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Có thể tóm tắt những đặc điểm so sánh sau đây giữa dòng điện dẫn và dòng điện dịch:

So sánh	Dòng điện dẫn	Dòng điện dịch
Tồn tại	Trong môi trường dẫn	Trong môi trường không dẫn
Bản chất	Chuyển dời có hướng của các hạt điện	Điện trường biến thiên theo thời gian
Tính chất	Gây ra từ trường Gây ra hiệu ứng Jun	Gây ra từ trường Không gây ra hiệu ứng Jun

2.4. Phương trình Macxoen – Ampe

Trong trường hợp tổng quát, từ trường do cả dòng điện dẫn và dòng điện dịch (điện trường biến thiên) gây ra. Khi tính lưu số của vectơ $\vec{H}$ dọc theo một mạch kín (C), có cả dòng điện dẫn và dòng điện dịch xuyên qua mặt S tựa trên C, nghĩa là:

$$\oint_{(C)} \vec{H}.\vec{dl} = i + i_{dich} \qquad (7.11)$$

Trong đó

$$i = \int_S \vec{j}.\vec{dS}$$

và

$$i_{dịch} = \int_S \vec{j}_{dịch}.\vec{dS} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.\vec{dS}$$

Vậy (7.11) thành ra

$$\oint_{(C)} \vec{H}.\vec{dl} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right).\vec{dS} \qquad (7.12)$$

Phương trình (7.12) được gọi là phương trình Macxoen-Ampe; nó diễn tả định lượng luận điểm II của Macxoen

Nếu áp dụng định lý Stokes cho vectơ $\vec{H}$

$$\oint \vec{H}.\vec{dl} = \int_S \text{rot}\,\vec{H}.\vec{dS}$$

Dễ dàng suy ra từ (7.12)

$$\text{rot}\,\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \qquad (7.13)$$

Phương trình Macxoen – Ampe dưới dạng vi phân.

Trong (7.13) tổng $i + i_{dịch}$ đôi khi còn gọi là *cường độ dòng điện toàn phần*; vì vậy (7.13) còn được gọi là định lý về dòng điện toàn phần.

§3. HỆ PHƯƠNG TRÌNH MACXOEN

Theo các luận điểm của Macxoen, điện trường và từ trường có liên hệ chặt chẽ với nhau. Hai trường ấy được thống nhất lại trong một trường tổng quát hơn gọi là *điện từ trường*. Tại mỗi điểm trong không gian của điện từ trường, xác định được bốn đại lượng vectơ là $\vec{E}, \vec{D}, \vec{B}, \vec{H}$.

Các quy luật, các tính chất của điện từ trường được diễn tả bởi các phương trình gọi là hệ phương trình Macxoen.

3.1. Các phương trình Macxoen-Faraday và Macxoen-Ampe

Trong hệ phương trình Macxoen, quan trọng nhất là hai phương trình:

a) Macxoen – Faraday

$$\oint_{(C)} \vec{E}.\vec{dl} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.\vec{dS} \text{ (dạng tích phân)} \tag{7.14}$$

$$\text{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \text{ (dạng vi phân)} \tag{7.15}$$

b) Macxoen – Ampe

$$\oint_{(C)} \vec{E}.\vec{dl} = -\int_S \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.\vec{dS} \text{ (dạng tích phân)} \tag{7.16}$$

$$\text{rot}\,\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \text{ (dạng vi phân)} \tag{7.17}$$

Các phương trình này nêu lên mối liên hệ hữu cơ giữa điện trường và từ trường đã trình bày trong hai luận điểm của Macxoen.

3.2. Các phương trình Macxoen – Gau-xơ

a) Phương trình Macxoen – Gau-xơ đối với điện trường

$$\oint_S \vec{D}.\vec{dS} = q \tag{7.18}$$

(định lý Gau-xơ đối với điện trường)

Điện tích q nằm bên trong thể tích V bao bọc bởi mặt kín S. Trong trường hợp điện tích ấy phân bố liên tục trong thể tích V với mật độ điện khối là ρ thì có thể viết:

$$q = \int_V \rho dV \tag{7.19}$$

Và phương trình (7.19) thành:

$$\oint_S \vec{D}.\vec{dS} = \int_V \rho dV \tag{7.20}$$

Phương trình Macxoen – Gau-xơ dưới dạng tích phân:

Nếu áp dụng định lý Ôxtrôgratxki (giải tích vectơ) cho vectơ $\vec{D}$:

$$\oint_S \vec{D}.\vec{dS} = \int_V \text{div}\vec{D}\,dV \tag{7.21}$$

thì phương trình (7.21) cho:

$$\mathrm{div}\,\vec{D} = \rho \tag{7.22}$$

Phương trình Macxoen – Gau-xơ dạng vi phân.

b) Phương trình Macxoen – Gau-xơ đối với từ trường

Đó là phương trình dạng tích phân:

$$\oint_S \vec{B}.\vec{dS} = 0 \tag{7.23}$$

và dạng vi phân:

$$\mathrm{div}\,\vec{B} = 0 \tag{7.24}$$

Các phương trình Macxoen – Gau-xơ nêu lên những tính chất đặc thù của điện trường và từ trường.

Chẳng hạn với điện trường tĩnh, các đường sức (điện cảm) *là những đường không khép kín hai đầu*: chúng xuất phát từ các điện tích dương và tận cùng ở các điện tích âm, hoặc xuất phát từ các điện tích dương đi ra vô cùng hoặc từ vô cùng đi tới các điện tích âm. Người ta thường nói điện trường tĩnh là trường "có nguồn".

Với từ trường, các đường sức (từ cảm) là những *đường khép kín* và những đường có hai dấu đi ra vô cùng (khép kín ở vô cùng). Người ta thường nói từ trường là trường "không có nguồn".

Cần chú ý rằng các phương trình (7.20, 7.21, 7.23, 7.24) được thiết lập đối với điện trường tĩnh và từ trường không đổi; Nhưng trong hệ phương trình Macxoen chúng vẫn được nghiệm cả trong trường hợp điện từ trường biến thiên.

3.3. Các phương trình nêu lên tính chất của môi trường

\+ *Điện môi* $\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon\vec{E}$ (7.25)

\+ *Từ môi* $\vec{B} = \mu_0\mu\vec{H}$ (7.26)

\+ *Môi trường dẫn* $\vec{J} = \lambda\vec{E}$ (7.27)

Các phương trình trên chỉ đúng với *môi trường đẳng hướng*. Trong môi trường dị hướng, chúng được thay thế bằng các phương trình tenxơ.

3.4. Năng lượng điện từ trường

Điện từ trường mang năng lượng, năng lượng ấy tiềm tàng trong khoảng không gian của điện từ trường. Mật độ năng lượng điện từ trường bằng tổng của mật độ năng lượng điện trường và mật độ năng lượng từ trường

$$w = \frac{1}{2}\varepsilon_o\varepsilon E^2 + \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_o\mu} \tag{7.28}$$

3.5. Bản chất của điện từ trường

Mỗi dạng trường tương ứng với một dạng tương tác của vật chất.

Trường hấp dẫn tương ứng với tương tác hấp dẫn giữa các vật có khối lượng.

Điện trường tương ứng với tương tác điện giữa các vật tích điện đứng yên.

Từ trường tương ứng với tương tác từ giữa các vật tích điện chuyển động. Thực ra tương tác điện và tương tác từ chỉ là những trường hợp khác nhau của tương tác giữa các vật tích điện một cách tổng quát. Tương tác này được gọi là *tương tác điện từ*. Như vậy, điện từ trường tương ứng với tương tác điện từ – tương tác giữa các vật tích điện.

Tuy nhiên, lý thuyết kinh điển của Macxoen về điện từ trường *chỉ áp dụng chủ yếu cho tương tác giữa các vật thể vĩ mô tích điện*. Trong khi đó tương tác điện từ tồn tại giữa các vật thể vĩ mô tích điện (đã xét ở trên) và cũng tồn tại giữa các vật thể vi mô tích điện (hạt nhân, hạt sơ cấp...). Phải chờ đến lý thuyết lượng tử về điện từ trường mới sáng tỏ được đầy đủ bản chất của tương tác điện từ: *tương tác điện từ là tương tác giữa các hạt tích điện, giữa một hạt tích điện với photon và giữa các photon.*

PHỤ LỤC CHƯƠNG 7

Trong chương 7 có sử dụng một số công thức về giải tích vectơ. Phụ lục này nêu lên tóm tắt một số công thức đó

1. Các toán tử tác dụng lên hàm vectơ

Hàm vectơ: Giả sử tại mỗi điểm (x, y, z) trong không gian xác định một hàm vectơ $\vec{F}$ (x, y, z). Trong hệ toạ độ Oxyz, ba toạ độ của $\vec{F}$ là F_x(x, y, z), F_y(x, y, z), F_z(x, y, z) sao cho:

$$\vec{F} = F_x\vec{n}_x + F_y\vec{n}_y + F_z\vec{n}_z$$

$\vec{n}_x$, $\vec{n}_y$, $\vec{n}_z$ là các vectơ đơn vị trên ba trục.

Toán tử div:

$$\operatorname{div}\vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

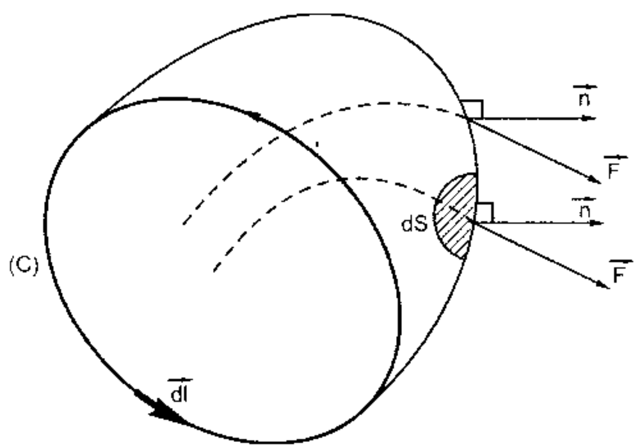
Toán tử rot:

$$\operatorname{rot}\vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{n}_x & \vec{n}_y & \vec{n}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

$$= \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}\right)\vec{n}_x + \left(\frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x}\right)\vec{n}_y + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y}\right)\vec{n}_z$$

2. Các định lý về tích phân

a) Xét một mạch kín (C) trên đó chọn một chiều dương và một mặt S tựa trên chu vi (C); giả sử chọn chiều pháp tuyến $\vec{n}$ của S thuận đối với chiều dương của (C).



Hình 7.4

Định lý Stokes

$$\iint_S \operatorname{rot}\vec{F}.\vec{n}\,dS = \oint_{(C)} \vec{F}.\vec{dl}$$

b) Xét một mặt kín S bao bọc một thể tích V; pháp tuyến $\vec{n}$ của S được chọn hướng ra ngoài S

$$\iint_{(S)} \vec{F}.\vec{n}\,dS = \iiint \operatorname{div}\vec{F}\,dV$$

Định lý Ôxtrôgratxki

Ví dụ 1: Xét phương trình Macxoen - Faraday (dạng tích phân)

$$\oint_{(C)} \vec{E}.\vec{dl} = -\iint_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}.\vec{n}dS$$

Theo định lý Stokes:

$$\oint_{(C)} \vec{E}.\vec{dl} = -\iint_S \operatorname{rot}\vec{E}.\vec{n}dS$$

Suy ra

$$\iint_S \operatorname{rot}\vec{E}.\vec{n}\,dS = -\iint_S \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}.\vec{n}\,dS$$

Vì (C) và S bất nên

$$\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

Ví dụ 2. Xét phương trình Macxoen – Gau-xơ đối với điện trường:

$$\oint\!\!\!\oint_S \vec{D}.\vec{n}\,dS = q$$

q là tổng điện tích chứa trong thể tích V bao bọc bởi S. Gọi ρ là mật độ điện tích ta có:

$$q = \iiint \rho\,dV = \oint\!\!\!\oint_S \vec{D}.\vec{n}\,dS$$

Theo định lý Ôxtrôgratxki

$$\iiint_V \operatorname{div}D\,dV = \oint\!\!\!\oint_S \vec{D}.\vec{n}\,dS$$

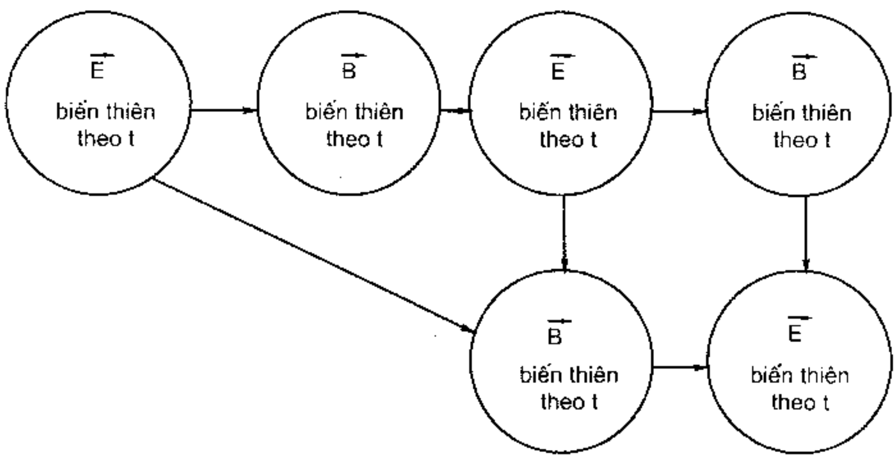
Suy ra $\qquad \operatorname{div}D = \rho$

Chương 8

SÓNG ĐIỆN TỪ

§1. SÓNG ĐIỆN TỪ LÀ GÌ?

Các luận điểm I và II của Macxoen nếu được vận dụng một cách liên tiếp cho ta sơ đồ sau:



Hình 8.1

Tại mỗi điểm trong không gian ta nhận được một cặp hai vectơ ($\vec{E}$, $\vec{B}$) biểu thị điện từ trường lan truyền trong không gian tạo thành *sóng điện từ. Sóng điện từ là điện từ trường biến thiên theo thời gian t lan truyền trong không gian.*

Sóng điện từ tạo thành các tín hiệu lan truyền trong không gian. Các tín hiệu này có thể là các xung điện từ (điện từ trường xuất hiện trong một khoảng thời gian ngắn) hoặc là các tín hiệu điện từ biến thiên theo t một cách tuần hoàn liên tục. Ở bài này ta chỉ xét những sóng điện từ thuộc loại thứ hai và môi trường xung quanh là điện môi, *không có điện tích tập trung ($q = 0$) và không có dòng điện ($\vec{j} = \vec{0}$).*

§2. HÀM SÓNG

a) Ta xét sóng điện từ tạo bởi sự lan truyền trong không gian của các tín hiệu điện từ biến thiên với thời gian theo *quy luật của một hàm sin hay côsin* chu kỳ T, tần số $f = \frac{1}{T}$, tần số góc $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$. Khi đó sóng điện từ được gọi là *đơn sắc*.

b) Mặt khác ta giả thiết sóng điện từ truyền theo phương Ox (của hệ toạ độ Oxyz) sao cho trạng thái dao động điện từ *chỉ phụ thuộc một toạ độ không gian là x*. Nói cách khác những điểm nằm trên cùng một mặt phẳng vuông góc với trục Ox có trạng thái dao động như nhau. Các mặt phẳng đó gọi là *mặt sóng* và sóng điện từ tương ứng được gọi là *sóng phẳng đơn sắc*. Khi đó tại mỗi điểm trong không gian có sóng điện từ, tín hiệu điện từ (điện trường $\vec{E}$ hoặc từ cảm $\vec{B}$) được diễn tả bằng một hàm sin hay côsin của t gọi là *hàm sóng*. Đó là một hàm số của hai biến số t và x, ký hiệu: $\psi(x, t)$.

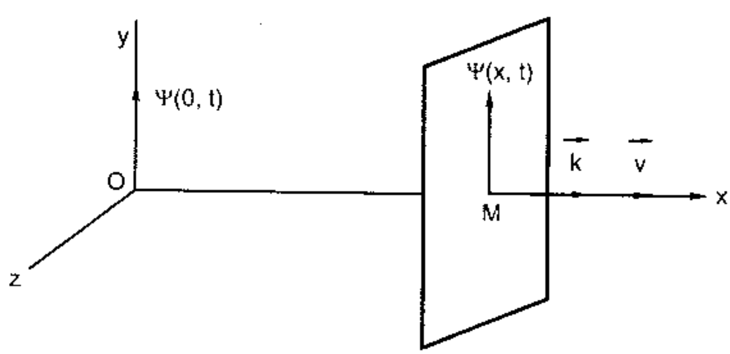
Trên phương truyền sóng Ox, tại O hàm sóng là $\psi(0, t)$ và tại M toạ độ x, hàm sóng là $\psi(x, t)$.

Đối với sóng phẳng đơn sắc tần số góc ω ta có tại O:

$$\psi(0, t) = A\cos\omega t = A\cos\frac{2\pi}{T}t$$

tại M:

$$\psi(x, t) = A\cos\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) = A\cos\left(\omega t - \frac{2\pi x}{vT}\right)$$



Hình 8.2

ở đây v là vận tốc truyền sóng và $vT = \lambda$ là *bước sóng* (quãng đường sóng lan truyền trong một chu kỳ T).

Ta có thể viết:

$$\psi(x, t) = A\cos\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

Ta đặt $$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

là một đại lượng được gọi là *số sóng* (đơn vị m^{-1}).

Khi đó

$$\psi(x, t) = A\cos(\omega t - kx).$$

Ta định nghĩa *vectơ sóng* $\vec{k}$ là vectơ hướng theo vectơ $\vec{v}$ và có độ lớn bằng k.

Khi đó hàm sóng $\psi(x, t)$ có thể viết:

$$\psi(x, t) = A\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}\,)$$

Chú ý rằng khi viết biểu thức hàm sóng ta đã giả thiết biên độ dao động A không thay đổi (sóng không suy giảm khi lan truyền).

§3. PHƯƠNG TRÌNH TRUYỀN SÓNG

3.1. Thiết lập phương trình truyền sóng

Từ biểu thức của hàm sóng:

$$\psi(x, t) = A\cos(\omega t - kx)$$

ta suy ra, sau khi đạo hàm hai lần theo t và hai lần theo x:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = -\omega^2\psi\ ; \quad \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = -k^2\psi$$

So sánh hai phương trình trên ta được:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = \frac{k^2}{\omega^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}$$

Chú ý rằng:

$$\frac{k}{\omega} = \frac{\frac{2\pi}{\lambda}}{\frac{2\pi}{T}} = \frac{T}{\lambda} = \frac{1}{v}$$

v là vận tốc truyền sóng, ta có thể viết:

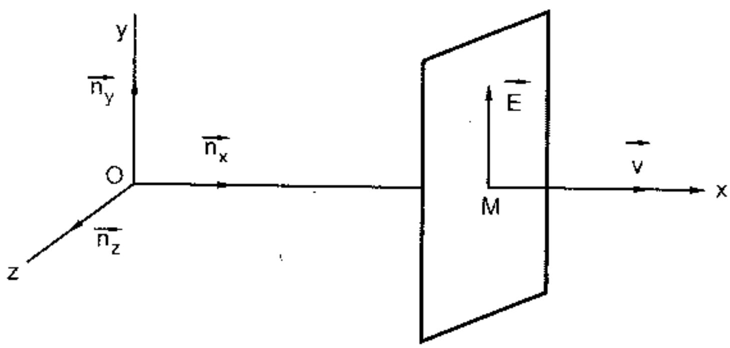
$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}$$

Phương trình này được gọi là phương trình truyền sóng D'Alembert.

Người ta chứng minh được rằng nếu một tín hiệu $\psi(x, t)$ thoả mãn phương trình truyền sóng D'Alembert thì *tín hiệu đó diễn tả một sự lan truyền sóng trong không gian với vận tốc truyền sóng v.*

3.2. Chứng minh

Tín hiệu điện từ (điện trường $\vec{E}(x, t)$ hoặc từ cảm $\vec{B}(x, t)$) thoả mãn các phương trình Macxoen sẽ thoả mãn phương trình truyền sóng D'Alembert.



Hình 8.3

Ta xét trường hợp *sóng phẳng*: $\vec{E}$ và $\vec{B}$ đều là những hàm của x, t.

$$\vec{E}(x, t) \qquad\qquad \vec{B}(x, t)$$

Để đơn giản ta giả sử $\vec{E}$ nằm theo phương Oy trong hệ toạ độ Oxyz:

$$\vec{E} = E_x\vec{n}_x + E_y\vec{n}_y + E_z\vec{n}_z$$

trong đó $\quad E_x = 0 \quad E_y = E \quad E_z = 0$

$$\vec{E}(x, t) = E\vec{n}_y = (0, E, 0)$$

Còn từ cảm $\vec{B}(x, t) = (B_x, B_y, B_z)$.

Theo các phương trình Macxoen với các điều kiện $\rho = 0$; $\vec{j} = 0$.

$$\mathrm{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = -\mu_o\mu\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}$$

Lấy rot của 2 vế:

$$\mathrm{rot}\ \mathrm{rot}\,\vec{E} = -\mu_o\mu\frac{\partial}{\partial t}(\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{H}) = -\mu_o\mu\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\left(\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right)$$

$$= -\mu_o\mu\frac{\partial^2}{\partial t^2}\,\vec{D} = -\mu_o\mu\varepsilon_o\varepsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$

Mặt khác theo công thức của toán tử rot

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{n}_x & \vec{n}_y & \vec{n}_z \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ 0 & E & 0 \end{vmatrix} = \left(0, 0, \frac{\partial E}{\partial x}\right)$$

$$\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{n}_x & \vec{n}_y & \vec{n}_z \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & \dfrac{\partial E}{\partial x} \end{vmatrix} = \left(0, \frac{\partial E}{\partial x}, 0\right)$$

$$= -\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial x^2}$$

Vậy $\qquad \mathrm{rot}\ \mathrm{rot}\ \vec{E} = -\varepsilon_o\mu_o\varepsilon\mu\dfrac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = -\dfrac{\partial^2\vec{E}}{\partial x^2}$

Suy ra

$$\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial x^2} = \varepsilon_o\mu_o\varepsilon\mu\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$

Đặt $\qquad \dfrac{1}{v^2} = \varepsilon_o\mu_o\varepsilon\mu$

ta được phương trình truyền sóng D'Alembert của tín hiệu điện trường:

$$\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$

Dễ dàng chứng minh rằng tín hiệu từ cảm $\vec{B}$ cũng thoả mãn phương trình D'Alembert

$$\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Kết luận: *Điện từ trường biến thiên theo t sẽ lan truyền trong không gian với vận tốc v tạo thành sóng điện từ.*

§4. VẬN TỐC TRUYỀN SÓNG ĐIỆN TỪ

Theo kết quả trên, vận tốc truyền sóng điện từ trong môi trường điện môi cho bởi:

$$v^2 = \frac{1}{\varepsilon_0\mu_0\varepsilon\mu} = \frac{\dfrac{1}{\varepsilon_0\mu_0}}{\varepsilon\mu}$$

trong đó $$\frac{1}{\varepsilon_0\mu} = 4\pi.9.10^9\frac{1}{4\pi.10^{-7}} = (3.10^8)^2$$

Vậy: $$v = \frac{3.10^8}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\ (ms^{-1})$$

Đặt: $$n = \sqrt{\varepsilon\mu}$$

n là một hằng số tùy thuộc vào môi trường, có giá trị ≥ 1 gọi là *chiết suất của môi trường*. Khi đó

$$v = \frac{3.10^8}{n}$$

Trong môi trường chân không n = 1

$$v = 3.10^8 m/s$$

Ta nhận thấy vận tốc truyền sóng điện từ trong chân không bằng 3.10^8 m/s, giá trị này bằng *vận tốc ánh sáng trong chân không*

$$c = 3.10^8 m/s$$

Trong trường hợp *môi trường không phải là chân không*, vận tốc truyền sóng điện từ:

$$v = \frac{c}{n}$$

Ta nhận thấy $\quad v \le c$

Kết luận: Từ các phương trình Macxoen, nhà Vật lý học Macxoen đã chứng minh rằng điện từ trường biến thiên theo t lan truyền trong không gian tạo thành sóng điện từ, với vận tốc truyền:

$$v = \frac{c}{n} \le c \quad (\text{vì } n \ge 1)$$

đó cũng là vận tốc truyền ánh sáng trong môi trường.

Vận tốc sóng điện từ trong chân không bằng vận tốc ánh sáng trong chân không.

$$v = c$$

và là vận tốc lớn nhất.

Khoảng 30 năm sau đó, nhà Vật lý học H. Héc đã thiết kế được một máy phát sóng điện từ và đo được sóng điện từ (sóng Héc) do máy đó phát ra.

§5. NHỮNG TÍNH CHẤT TỔNG QUÁT CỦA SÓNG ĐIỆN TỪ

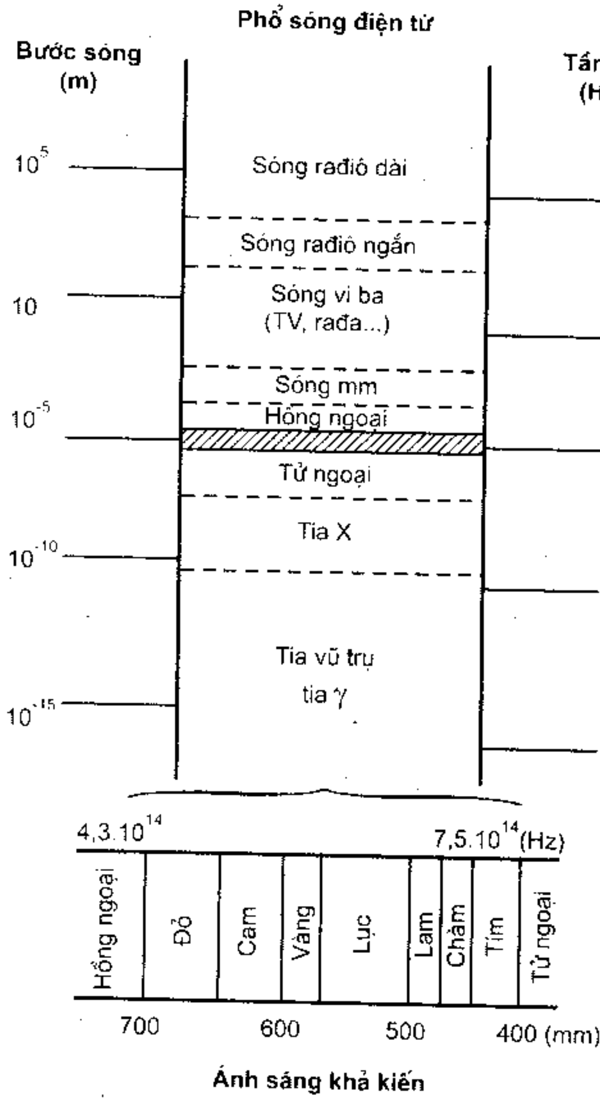
5.1. Phổ các sóng điện từ

Đặc trưng của một sóng điện từ đơn sắc là tần số f, bước sóng trong chân không

$$\lambda = cT = \frac{c}{f}$$

Sau 30 năm lý thuyết Macxoen, lần đầu tiên H. Héc đã tạo ra sóng điện từ rađiô với bước sóng cỡ mét. Tiếp sau đó người ta đã tạo ra các sóng điện từ với bước sóng nhỏ dần, tần số tăng dần. Ngoài ra xác định được bản chất sóng điện từ của một số tia đã biết: tia sáng, tia tử ngoại, tia hồng ngoại, tia X, tia γ.

Các loại sóng điện từ ấy được liệt kê trong bảng phổ các sóng điện từ.



Hình 8.4

5.2. Những tính chất tổng quát của sóng điện từ

a) Sóng điện từ là *sóng ngang*. Tại mỗi điểm có sóng điện từ truyền tới tồn tại đồng thời hai vectơ $\vec{E}$ và $\vec{B}$ vuông góc với phương truyền sóng.

b) Ba vectơ $\vec{E}$, $\vec{B}$, $\vec{v}$ tạo nên một tam diện vuông thuận.

c) Hai độ lớn E và B tại một điểm *luôn tỷ lệ với nhau*; nói cách khác dao động của $\vec{E}$ và của $\vec{B}$ là đồng pha.

$$\sqrt{\varepsilon_o\varepsilon}\ E = \frac{1}{\sqrt{\mu_o\mu}} B$$

d) Năng thông sóng điện từ

Truyền sóng điện từ là sự lan truyền dao động điện từ, về bản chất là sự lan truyền năng lượng sóng điện từ.

Ta đã biết mật độ năng lượng điện từ trường cho bởi:

$$\omega = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_o\varepsilon E^2 + \frac{B^2}{\mu_o\mu}\right) = \varepsilon_o\varepsilon E^2 = \frac{1}{\mu_o\mu} B^2 = \sqrt{\frac{\varepsilon_o\varepsilon}{\mu_o\mu}}\ EB$$

Ta định nghĩa *năng thông* sóng điện từ qua một mặt là năng lượng điện từ truyền qua mặt đó trong một đơn vị thời gian.

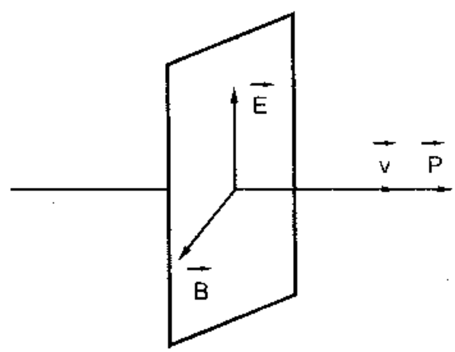
Mật độ năng thông sóng điện từ là năng thông truyền qua một đơn vị bề mặt (theo phương vuông góc). Dễ dàng chứng minh được biểu thức của mật độ năng thông sóng điện từ.

$$P = \omega v$$

với v là vận tốc truyền sóng điện từ

$$P = E\frac{B}{\mu_o\mu} = EH$$

Người ta biểu diễn năng thông bằng một vectơ $\vec{P}$ gọi là vectơ mật độ năng thông sóng điện từ: vectơ $\vec{P}$ có độ dài P, hướng theo $\vec{v}$.



Hình 8.5

Dễ dàng chứng minh được công thức:

$$\vec{P} = \vec{E} \wedge \vec{H}$$

Đơn vị của năng thông là oát (W), của mật độ năng thông là W/m^2. Vectơ $\vec{P}$ còn được gọi là vectơ Poynting.

Chương 9

SÓNG ÁNH SÁNG

§1. TỔNG QUÁT

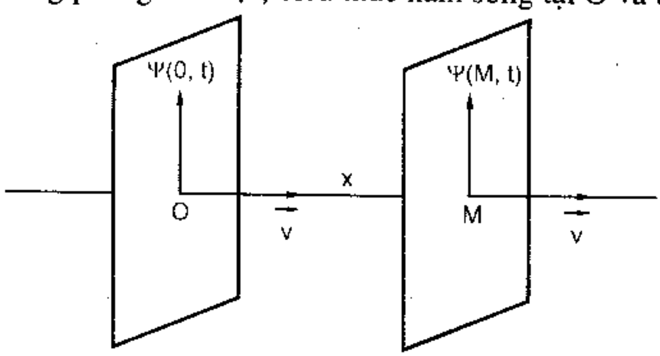
1.1. Hàm sóng ánh sáng

Như trên đã biết ánh, sáng đơn sắc là sóng điện từ có tần số góc ω xác định, nghĩa là có tần số và chu kỳ:

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Đối với sóng phẳng đơn sắc, biểu thức hàm sóng tại O và tại M.



Hình 9.1

$$\psi(0, t) = A\cos\omega t$$

$$\psi(M, t) = A\cos(\omega t - kx)$$

k là số sóng $\quad k = \frac{2\pi}{\lambda'}$

trong đó λ' = vT = bước sóng trong môi trường.

$$\psi(M, t) = A\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{v}\frac{x}{T}\right)$$

với $cT = \lambda$ = bước sóng trong chân không.

Vận tốc truyền sóng trong môi trường là $v = \frac{c}{n}$, với n là chiết suất môi trường:

$$\psi(M, t) = A\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{c}\frac{nx}{T}\right)$$

Đại lượng $nx = L$ được gọi là *quang lộ* của sóng trên đoạn đường OM, vậy:

$$\psi(M, t) = A\cos\left(\omega t - \frac{2\pi L}{\lambda}\right) \tag{9.1}$$

Dễ dàng nghiệm lại rằng biểu thức (9.1) của hàm sóng vẫn đúng khi ánh sáng truyền qua nhiều môi trường có chiết suất khác nhau.

Ý nghĩa vật lý của quang lộ: Quang lộ của sóng ánh sáng trên một đoạn đường nào đó tương ứng với khoảng thời gian τ xác định được đo bằng đoạn đường ánh sáng đi được trong chân không trong khoảng thời gian τ.

1.2. Các hiện tượng đặc trưng cho bản chất sóng

Dưới đây ta xét một số hiện tượng đặc trưng cho bản chất sóng của ánh sáng như giao thoa, nhiễu xạ...

Trong các hiện tượng này, các dao động sóng đều là *dao động kết hợp*: Chúng có cùng tần số, bước sóng và có hiệu pha không thay đổi theo thời gian.

Mặt khác người ta cũng bố trí các thí nghiệm sao cho các dao động sáng kết hợp có *cùng phương dao động*. Khi đó chúng *chồng chất lên nhau tạo thành dao động tổng hợp*. Hiện tượng này gọi là giao thoa ánh sáng. Nếu A_1 và A_2 là hai biên độ của hai sóng kết hợp tại điểm đang xét M thì biên độ của sóng tổng hợp A được cho bởi:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

trong đó hiệu của hai pha sóng thành phần:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_o}(L_2 - L_1) \tag{9.2}$$

tùy thuộc vào *hiệu quang lộ* $L_2 - L_1$ của hai sóng ánh sáng tại điểm khảo sát.

Nói riêng nếu:

a) $\varphi_2 - \varphi_1 = 2N\pi \Rightarrow L_2 - L_1 = N\lambda$ thì M là cực đại giao thoa: $A = A_1 + A_2$;

b) $\varphi_2 - \varphi_1 = (2N + 1)\dfrac{\pi}{2} \Rightarrow L_2 - L_1 = (2N + 1)\dfrac{\lambda}{2}$ thì M là cực tiểu giao thoa, $A = |A_1 - A_2|$.

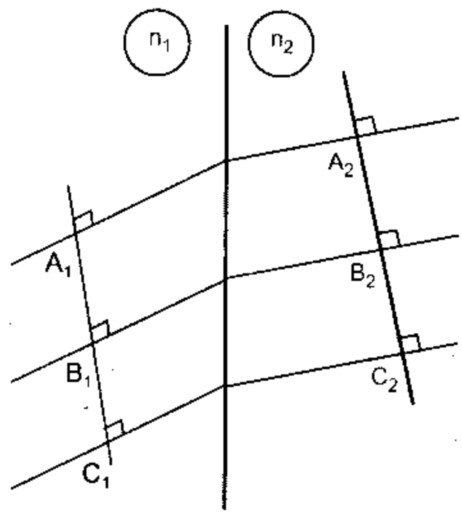
Ở đây, N là một số nguyên đại số. Quỹ tích các cực đại và cực tiểu giao thoa được gọi là vân giao thoa.

Bài tập ví dụ

Xét một chùm sáng song song đơn sắc truyền qua nhiều môi trường khác nhau. Lấy hai mặt sóng bất kỳ của chùm tia sáng ấy.

Chứng minh rằng quang lộ trên các tia khác nhau giữa hai mặt sóng đó đều bằng nhau:

Các quang lộ (A_1A_2), (B_1B_2) và (C_1C_2) đều bằng nhau.



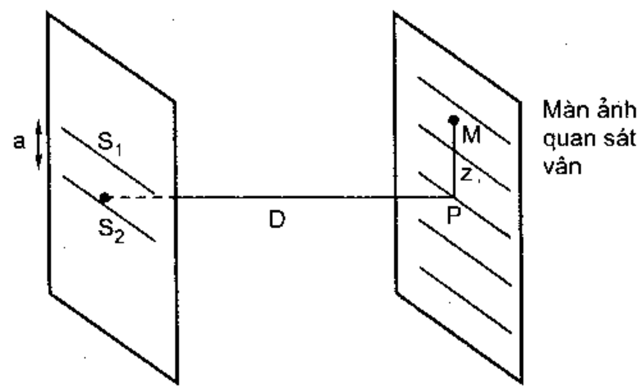
Hình 9.2

§2. GIAO THOA ÁNH SÁNG

2.1. Giao thoa ánh sáng cho bởi hai nguồn kết hợp giống nhau

Từ một nguồn sáng đơn sắc (thường là nguồn điểm) bằng những cách bố trí thích hợp về quang học, người ta tạo ra hai nguồn sáng đơn sắc giống nhau. Các dao động sáng kết hợp do hai nguồn này phát ra, chồng chất lên nhau tạo nên hiện tượng giao thoa ánh sáng. Ví dụ các thí nghiệm về các khe Young, lưỡng thấu kính Billet, lưỡng lăng kính Fresnel, hệ hai gương Fresnel...

Nếu S_1, S_2 là hai nguồn sáng kết hợp giống nhau được tạo thành thì trên màn ảnh M quan sát được các vân giao thoa trong đó vân ở giữa sáng nhất.



Hình 9.3

Dễ dàng chứng minh được các công thức cho các:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{a) Vân sáng:} & z_s = Ni \\ \text{b) Vân tối:} & z_t = (2N+1)\dfrac{i}{2} \end{array}\right\} i = \frac{\lambda D}{a} = \text{khoảng vân} \qquad (9.3)$$

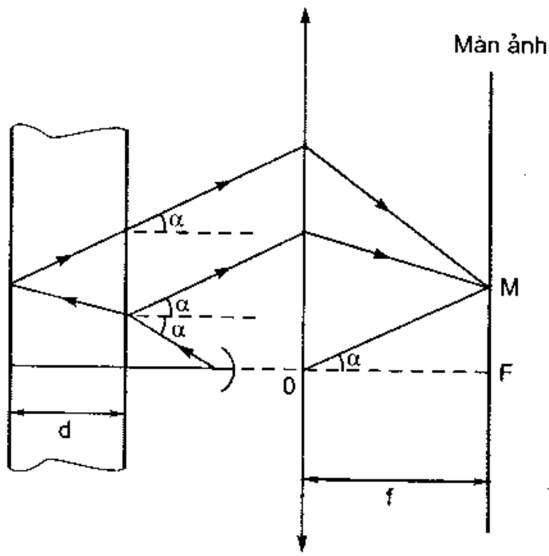
2.2. Giao thoa ánh sáng cho bởi một bản hai mặt song song

Từ một tia sáng đơn sắc, rọi nghiêng góc vào một bản mỏng hai mặt song song (bề dày d, chiết suất n > 1); tia đó tách thành hai tia, mỗi tia phản xạ một lần trên mỗi mặt của bản mặt song song và khi ra ngoài bản mặt song song, chúng tạo thành hai tia song song tương ứng với hai sóng ánh sáng kết hợp. Dùng một thấu kính hội tụ hứng hai tia song song đó, chúng sẽ hội tụ tại một tiêu điểm phụ nằm trên tiêu diện của thấu kính đó. Tại đây chúng chồng chất lên nhau tạo nên các vân giao thoa sáng và tối.

Gọi α là góc nghiêng giữa tia tới và pháp tuyến của bản mặt song song, dễ dàng chứng minh được hiệu quang lộ của hai tia giao thoa tại M trên tiêu diện của thấu kính:

$$\Delta L = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} + \frac{\lambda}{2} \tag{9.4}$$

Trong biểu thức tính hiệu quang lộ ΔL xuất hiện số hạng $\frac{\lambda}{2}$ là do trong hai tia giao thoa có một tia phản xạ từ không khí trên thủy tinh; sự phản xạ này *làm đổi dấu dao động sóng*.



Hình 9.4

Kết quả M là cực đại giao thoa khi:

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} + \frac{\lambda}{2} = N\lambda$$

và là cực tiểu giao thoa khi:

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} + \frac{\lambda}{2} = (2N+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} = N\lambda$$

Các vân giao thoa phụ thuộc góc nghiêng α (vân cùng độ nghiêng); chúng tạo thành những vành tròn đồng tâm F trên tiêu diện của thấu kính (với bán kính $r = ftg\alpha$)

§3. NHIỄU XẠ ÁNH SÁNG

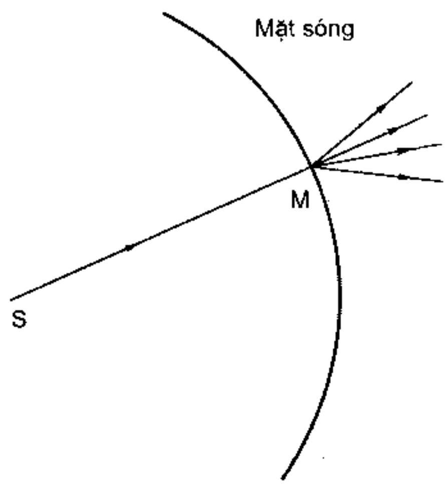
3.1. Định nghĩa

Nhiễu xạ ánh sáng là hiện tượng đường truyền của tia sáng bị lệch đi khi truyền qua những lỗ nhỏ hoặc các vật cản có kích thước nhỏ. Để giải thích và tính toán hiện tượng nhiễu xạ ánh sáng, dựa trên cơ sở bản chất sóng của ánh sáng, Huyghens và Fresnel đã nêu lên nguyên lý sau:

Nguyên lý Huyghens – Fresnel

Khi một điểm M trong môi trường truyền ánh sáng nhận được sóng ánh sáng truyền tới thì điểm M đó trở thành một nguồn sáng mới gọi là *nguồn sáng thứ cấp.*

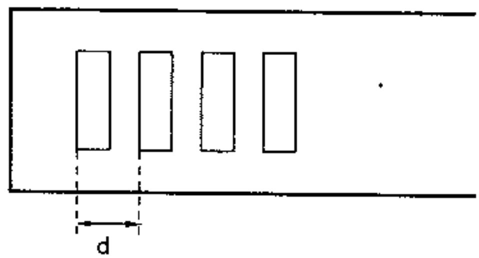
Nguồn sáng thứ cấp này *có biên độ và pha ban đầu đúng bằng biên độ và pha ban đầu của sóng ánh sáng truyền tới đó* và *nguồn đó phát ánh sáng về phía trước.*



Hình 9.5

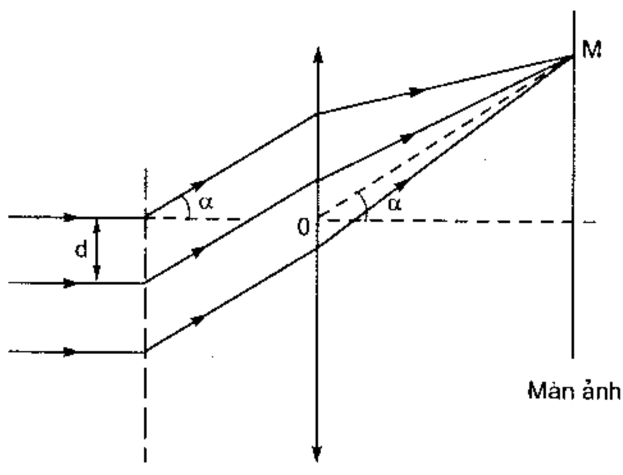
3.2. Nhiễu xạ ánh sáng qua một cách tử

Cách tử phẳng là một dãy các khe hẹp giống nhau nằm song song cách đều nhau trên một màn chắn. Dãy các khe đó có tính tuần hoàn; khoảng cách d giữa hai điểm tương ứng của hai khe cạnh nhau có tính chất là nếu tịnh tiến một đoạn bằng d thì hệ thống các khe lại trùng với chính nó; khoảng cách d được gọi là *chu kỳ* của cách tử. Có hai loại cách tử: cách tử dùng ánh sáng truyền qua và cách tử dùng ánh sáng phản xạ.



Hình 9.6

Giả sử xét một chùm sáng đơn sắc song song rọi vuông góc vào một cách tử có chu kỳ d. Sau cách tử đặt một thấu kính hội tụ có trục chính vuông góc với cách tử. Nếu không có nhiễu xạ thì chùm tia sáng truyền thẳng qua cách tử theo hướng song song với trục chính của thấu kính. Trên màn ảnh chỉ nhận được một điểm sáng trùng với tiêu điểm thấu kính nhưng do có nhiễu xạ, có những chùm tia lệch góc α so với pháp tuyến của cách tử vẫn có thể tạo nên cực đại giao thoa với giá trị thích hợp của α.



Hình 9.7

Dễ dàng thấy hiệu quang lộ giữa hai tia nhiễu xạ đi qua hai khe cạnh nhau bằng: $\Delta L = d\sin\alpha$.

Nếu $d\sin\alpha = N\lambda$ (N: nguyên) thì hai chùm nhiễu xạ qua hai khe cạnh nhau cùng pha nhau, do đó mọi chùm sáng theo hướng đó đều cùng pha với nhau; chúng chồng chất lên nhau tạo thành cực đại sáng tại M. Kết quả trên màn ảnh nhận được những vạch sáng cực đại song song ứng với những α khác nhau thoả mãn:

$$d\sin\alpha = N\lambda \tag{9.5}$$

Chú ý. Trường hợp chùm tia tới là ánh sáng trắng thì trên màn ảnh tiêu diện của thấu kính xuất hiện những vạch sáng cực đại màu sắc khác nhau tùy theo α. Chúng tạo thành *quang phổ của cách tử*.

BÀI TẬP TỰ GIẢI

9.1. Chứng minh công thức (9.1).

9.2. Chứng minh phát biểu về sự bằng nhau của các quang lộ trên các tia khác nhau giữa hai mặt sóng.

9.3. Chứng minh công thức (9.3).

9.4. Chứng minh công thức (9.4).

9.5. Chứng minh công thức $d\sin\alpha = N\lambda$ cho các cực đại sóng của chùm tia đơn sắc rọi vuông góc với một cách tử.

9.6. Trường hợp chùm tia tới rọi lệch góc α_0 so với pháp tuyến, chứng minh rằng các cực đại sáng cho bởi:

$$d(\sin\alpha - \sin\alpha_0) = N\lambda$$

a) Chứng minh rằng với α_0 xác định số các cực đại sáng là hữu hạn.

b) Với N xác định, tìm α_0 để hiệu số $\alpha - \alpha_0$ cực đại.

Chương 10

THUYẾT TƯƠNG ĐỐI VÀ HẠT ÁNH SÁNG

§1. THUYẾT MACXOEN VÀ NGUYÊN LÝ BẤT BIẾN CỦA VẬN TỐC ÁNH SÁNG TRONG CHÂN KHÔNG

1.1. Nguyên lý bất biến của vận tốc ánh sáng trong chân không

Trong các bài trước đây khi nghiên cứu thuyết Macxoen, ta đã thu được một kết quả quan trọng là *vận tốc truyền ánh sáng (sóng điện từ) trong chân không* $c = 3.10^8 m/s$. Khi viết hệ phương trình Macxoen trong đó có các biến không gian, thời gian ta hiểu ngầm là *đã chọn một hệ quy chiếu quán tính xác định*. Khi đó, kết quả trên đây có thể phát biểu: vận tốc truyền ánh sáng trong chân không đối với một hệ quy chiếu quán tính xác định bằng $c = 3.10^8$m/s.

Vì hệ quy chiếu quán tính trên đây được chọn một cách bất kỳ, không có gì đặc biệt nên ta có thể phát biểu:

Vận tốc ánh sáng trong chân không có giá trị luôn bằng $c = 3.10^8 m/s$ *trong mọi hệ quy chiếu quán tính.*

Cũng có thể phát biểu:

Vận tốc ánh sáng trong chân không

$$c = 3.10^8 \text{m/s}$$

là một bất biến đối với mọi hệ quy chiếu quán tính.

Phát biểu này được gọi là *nguyên lý bất biến của vận tốc ánh sáng trong chân không đối với mọi hệ quy chiếu quán tính* được A. Anhxtanh đề xuất lần đầu tiên vào năm 1905.

1.2. Hệ quả

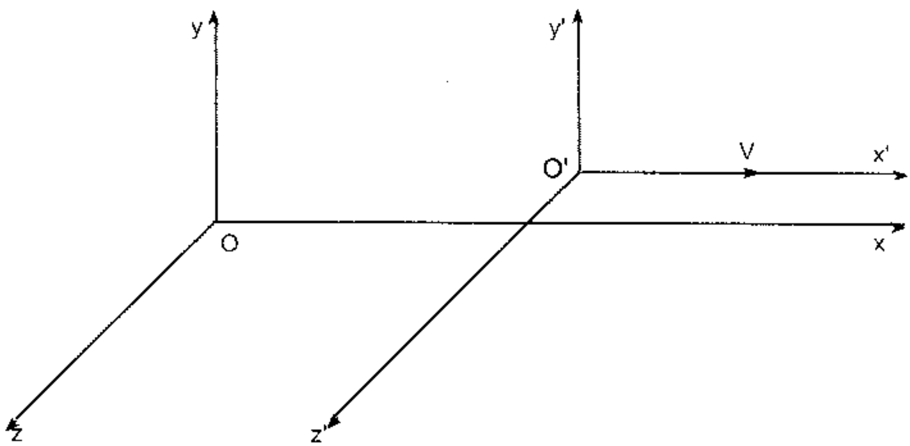
Nguyên lý bất biến của vận tốc ánh sáng trong chân không dẫn đến kết quả mâu thuẫn với định lý tổng hợp vận tốc theo cơ học Niutơn.

Ta hãy xét hai hệ quy chiếu quán tính là O và O'. Hệ O được giả thiết là đứng yên, hệ O' chuyển động tịnh tiến với vận tốc V so với hệ O. Trong chuyển động này các trục toạ độ:

O'x' song song và trùng phương Ox;

O'y' song song và trùng phương Oy;

O'z' song song và trùng phương Oz.



Hình 10.1

và vectơ vận tốc tịnh tiến $\vec{V}$ nằm dọc theo O'x' (theo chiều dương). Nếu một chất điểm chuyển động với vận tốc $\vec{v}$ đối với hệ O, $\vec{v'}$ đối với hệ O' thì theo cơ học Niutơn:

$$\vec{v} = \vec{v'} + \vec{V}$$

Giả sử các vectơ vận tốc đều cùng phương Ox thì ta có thể viết v = v' + V.

Theo công thức này nếu c là vận tốc ánh sáng trong chân không đối với hệ O' thì vận tốc ánh sáng trong chân không đối với hệ O, theo cơ học Niutơn là c + V ≠ c. Kết quả này không phù hợp với thực nghiệm. Nhà Vật lý học Michelson cùng với cộng sự đã làm thí nghiệm hàng trăm lần để đo vận tốc ánh sáng (trong chân không) trong điều kiện nguồn sáng chuyển động; người ta luôn tìm được kết quả là *vận tốc ánh sáng trong chân không do một nguồn sáng phát ra luôn là c dù nguồn đó đứng yên hay chuyển động.*

§2. THUYẾT TƯƠNG ĐỐI (HẸP) ANHXTANH

2.1. Thuyết tương đối hẹp

Như vậy bước sang thế kỷ XX, cơ học Niutơn đã không lý giải được nhiều hiện tượng thực tế, đặc biệt là những hiện tượng, quá trình... có liên quan đến các chuyển động nhanh với vận tốc vào cỡ vận tốc ánh sáng. A. Anhxtanh đã đề xuất việc xây dựng một thuyết mới gọi là *Thuyết tương đối hẹp*, dựa trên cơ sở hai nguyên lý sau đây:

1. Nguyên lý bất biến của vận tốc ánh sáng trong chân không đối với mọi hệ quy chiếu quán tính.

Chú ý: Giá trị chính xác của vận tốc ánh sáng trong chân không:

$$c = 299\ 792\ 458 \text{ m/s} \tag{10.1}$$

2. Nguyên lý tương đối Anhxtanh

Các phương trình, hệ thức diễn tả các định luật cơ bản về vật lý (cơ, điện, điện từ...) có cùng dạng như nhau trong các hệ quy chiếu quán tính khác nhau.

Chú ý: Nguyên lý tương đối Anhxtanh là sự mở rộng nguyên lý tương đối Galilê (vốn chỉ xét các chuyển động cơ học) cho tất cả các chuyển động vật lý.

2.2. Cơ học tương đối tính

Dưới đây xét một số kết quả của cơ học chất điểm trên cơ sở thuyết tương đối hẹp Anhxtanh

1. Biến đổi Loren

Xét một biến cố có toạ độ không gian thời gian là: x, y, z, t trong hệ quy chiếu quán tính Oxyz và x', y', z', t' trong hệ quy chiếu quán tính O'x'y'z'. Ta vẫn giả sử rằng $O'x' \uparrow\uparrow Ox$, $O'y' \uparrow\uparrow Oy$ và $O'z' \uparrow\uparrow Oz$, hơn nữa O'z' trùng phương với Oz; ta vẫn gọi V là vận tốc tịnh tiến (không đổi) của hệ O'x'y'z' đối với hệ Oxyz.

Bài tập ví dụ 10.1

– Hãy viết công thức biến đổi

$$x', y', z', t' \rightarrow x, y, z, t$$

Theo cơ học Niutơn (biến đổi Galilê)

– Trong thuyết tương đối hẹp, biến đổi

$$x', y', z', t' \rightarrow x, y, z, t$$

cho bởi các công thức sau và được gọi là *biến đổi Loren*

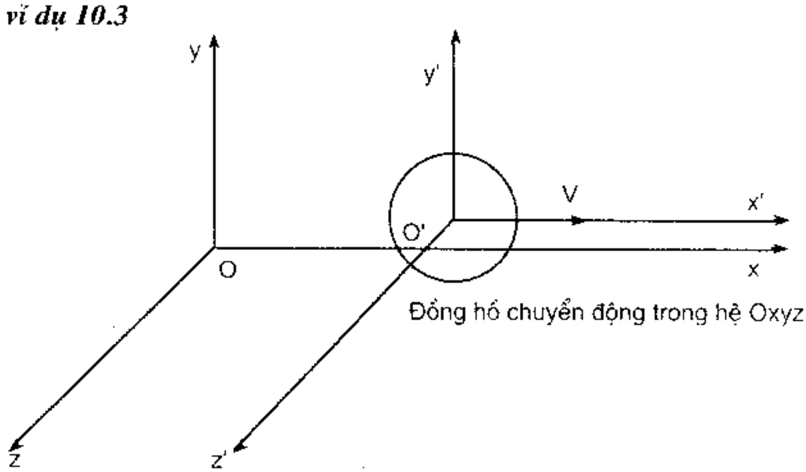
$$x = \frac{x' + Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} ; y = y' ; z' ; t = \frac{t' + \frac{V}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad (10.2)$$

Bài tập ví dụ 10.2

Hãy viết công thức biến đổi Loren

$$x, y, z, t \rightarrow x', y', z', t' \qquad (10.3)$$

Bài tập ví dụ 10.3



Hình 10.2

Xét một đồng hồ cố định tại O' trong hệ quy chiếu O'x'y'z'; Toạ độ của đồng hồ đo trong hệ O'x'y'z' là:

$$x'_o = 0; y'_o = 0 ; z'_o = 0 ; t'_o$$

Và trong hệ Oxyz cho bởi:

$$x_o; y_o = 0; z_o = 0; t_o$$

a) Chứng minh rằng x_o và t_o tính theo x'_o, t'_o cho bởi:

$$x_o = \frac{Vt'_o}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad t_o = \frac{t'_o}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

b) Giả sử khoảng thời gian ghi bởi đồng hồ đó trong hệ O'x'y'z' được kí hiệu $\Delta t'_o$ và trong hệ Oxyz được kí hiệu Δt_o; hãy chứng minh rằng:

$$\Delta t'_o = \Delta t_o \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \qquad (10.4)$$

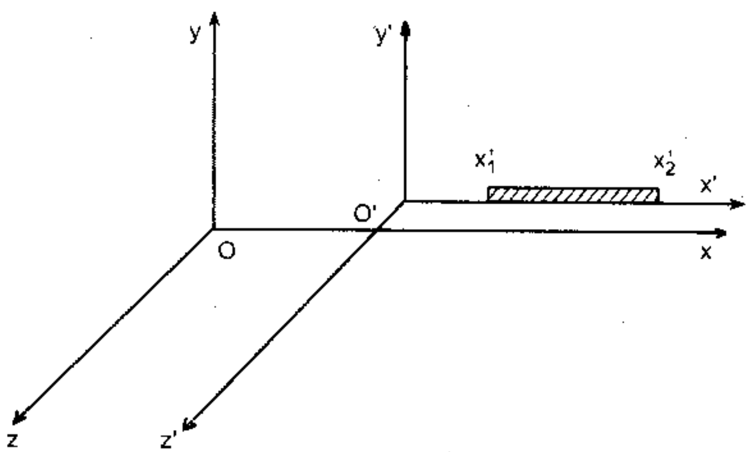
Nêu ý nghĩa của kết quả này.

Bài tập ví dụ 10.4

Xét một thước dài nằm dọc theo O'x' cố định trong hệ O'x'y'z' với các toạ độ của hai đầu thước:

$$x'_1 = \text{const};\ x'_2 = \text{const} > x'_1\ ;\ y_1 = y_2 = 0$$

$$z_1 = z_2 = 0;\ t'_1 \text{ và } t'_2 = t'_1$$



Hình 10.3

Độ dài của thước trong hệ Oxyz được cho bởi:

$$l = x_2 - x_1$$

với điều kiện $t_2 = t_1$ (*đo toạ độ hai đầu tại cùng một thời điểm*). Chứng minh rằng:

$$l = l_o \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \qquad (10.5)$$

Nêu ý nghĩa kết quả này.

2. Công thức tổng hợp vận tốc Anhxtanh

Bài tập ví dụ 10.5

Cho một chất điểm chuyển động dọc theo Ox: các toạ độ không - thời gian của chất điểm ấy trong hai hệ trục toạ độ là:

$$(x, O, O, t) \text{ và } (x', O, O, t')$$

Vận tốc của chất điểm trong hai hệ trục toạ độ là:

$$(v, O, O) \; ; \quad (v', O, O).$$

a) Dựa vào các công thức biến đổi Loren, hãy chứng minh rằng:

$$v = \frac{v' + V}{1 + \dfrac{V}{c^2}v'} \qquad (10.6a)$$

$$v' = \frac{v + V}{1 - \dfrac{V}{c^2}v} \qquad (10.6b)$$

b) Chứng minh rằng v' = c thì v = c. Ý nghĩa kết quả này?

Hướng dẫn: ta viết

$v = \dfrac{dx}{dt}$ trong đó x và t cho bởi (10.2)

$v' = \dfrac{dx'}{dt'}$ trong đó x' và t' cho bởi (10.3)

2.3. Động lực học tương đối tính

Theo cơ học Niutơn, một chất điểm chuyển động với vận tốc $\vec{v}$ có những đại lượng đặc trưng sau:

1. Khối lượng m không đổi;

2. Động lượng $\vec{p} = m\vec{v}$;

3. Động năng $W_đ = \dfrac{1}{2}mv^2$;

4. Hệ thức giữa $\vec{p}$ và $W_đ$:

$$W_đ = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow p^2 = 2mW_đ$$

Theo động lực học tương đối tính của Anhxtanh

1. Khối lượng thay đổi theo vận tốc $\Rightarrow m^*$: khối lượng tương đối tính

$$m^* = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\text{; } m = \text{khối lượng tĩnh}$$

2. Động lượng tương đối tính $\vec{p} = \dfrac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

3. Năng lượng toàn phần:

$$W = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = m^* c^2$$

Năng lượng nghỉ $W_o = mc^2$

$$\text{Động năng } W_đ = W - W_o = m.c^2\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\right)$$

4. Hệ thức giữa $\vec{p}$ và W

$$\frac{W^2}{c^2} = p^2 + m^2c^2$$

Bài tập ví dụ 10.6

Chứng minh rằng khi v << c thì công thức tính động năng:

$$W_đ \approx \frac{1}{2}mv^2 \text{ (công thức trong cơ học Niutơn).}$$

Bài tập ví dụ 10.7

Chứng minh rằng phương trình chuyển động của một chất điểm cho bởi:

$$\frac{d\vec{f}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\right) = \vec{F}$$

§3. PHOTON

Sau lý thuyết sóng điện từ của Macxoen xuất hiện nhiều hiện tượng quang học vật lý không giải thích được bằng lý thuyết sóng ánh sáng. Ví dụ

– Hiện tượng quang điện;

– Hiện tượng Kompton.

Anhxtanh đã đề xuất lý thuyết photon để giải quyết thấu đáo các hiện tượng trên đây và đưa sự phát triển quang học lên một giai đoạn mới: quang học lượng tử. Với lý thuyết photon, Anhxtanh được giải Nôben năm 1921.

Lý thuyết photon của Anhxtanh gồm các luận điểm chính:

a) Ánh sáng được tạo thành bởi những vi hạt gọi là photon.

b) Vận tốc photon luôn luôn bằng c.

c) Ánh sáng đơn sắc tần số f, bước sóng (trong chân không) $\lambda = \dfrac{c}{f}$ được tạo thành bởi các photon có năng lượng:

$$W = hf$$

trong đó h là một hằng số gọi là hằng số Planck:

$$h = 6{,}625.10^{-34}\text{Js}$$

d) Năng lượng ánh sáng đơn sắc tần số f là *một số nguyên lần* năng lượng photon

$$W = \text{số nguyên} \times hf$$

e) Khối lượng photon cho bởi (công thức Anhxtanh):

$$m^* = \frac{W}{c^2} = \frac{hf}{c^2}$$

trong đó:

$$m^* = \frac{m}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$$

$m = m^*\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}} = 0$ vì với photon v = c. Vậy *hạt photon có khối lượng tĩnh luôn bằng 0*. Với photon khối lượng toàn phần m^* = khối lượng động :

$$m^* = \frac{hf}{c^2}$$

f) Động lượng photon

$$p = m^*c = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

($\lambda = \dfrac{c}{f}$ = bước sóng của ánh sáng đơn sắc tương ứng với photon).

Bài tập ví dụ 10.8

Cho ánh sáng đơn sắc có bước sóng trong chân không là:

a) 0,4 μm;

b) 0,4 pm.

Xác định khối lượng động, động lượng, năng lượng của photon tương ứng.

MỤC LỤC

Chịu trách nhiệm xuất bản:
Chủ tịch HĐQT kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NGUYỄN QUÝ THAO

Tổ chức bản thảo và chịu trách nhiệm nội dung:
Chủ tịch HĐQT kiêm Giám đốc Công ty CP Sách ĐH – DN
TRẦN NHẬT TÂN

Biên tập và sửa bản in:
NGUYỄN VĂN THUẬN
PHẠM THỊ PHƯỢNG

Trình bày bìa:
HOÀNG MẠNH DỨA

Chế bản:
QUANG CHÍNH

VẬT LÝ ĐẠI CƯƠNG – TẬP HAI
Mã số: 7K618M7 - DAI

In 2.000 bản, khổ 16 x 24 cm, tại Xí nghiệp in Hà Tây.
Địa chỉ: 15 Quang Trung, TP. Hà Đông.
Số ĐKKH xuất bản: 11 - 2007/CXB/342 - 2119/GD.
In xong và nộp lưu chiểu tháng 11 năm 2007.

8 934980 760406

Giá: 25.000đ