ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐÁP ÁN ĐỀ THI
HỌC KỲ I, NĂM HỌC 2019 - 2020

Tên học phần: PHƯƠNG PHÁP TOÁN CHO VẬT LÝ 1
Mã học phần: PHY2201 VLC   Số tín chỉ: 3   Đề số: 1

Câu I.(3đ)

Nghiệm của bài toán

$$y(x) = C_1 e^x + C_2 e^{-x} + 1 + e^{-x} \ln |e^x - 1| + e^x \ln |e^{-x} - 1|$$

với C_1, C_2 là hằng số.

Câu II.(2đ)

1) Sử dụng khai triển của hàm sin ta có

$$f(z) = z \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{(2n+1)!} \frac{1}{z^{2n+1}} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{(2n+1)!} \frac{1}{z^{2n}}$$

2) $z_0 = 0$ là điểm bất thường cốt yếu.
3) $\mathrm{Res}(f, 0) = 0$

Câu III.(2.5đ)
Hàm số

$$\frac{e^z}{z^4 - 3z^2 - 4} = \frac{e^z}{(z^2+1)(z^2-4)} = \frac{e^z}{(z-i)(z+i)(z-2)(z+2)}$$

Chỉ có $z = \pm i, 2$ là các điểm cực đơn nằm trong đường tròn $\mathscr{C}$ tâm tại $(1, 0)$ bán kính bằng 2.

$$\mathrm{Res}\,(f, i) = \frac{ie^i}{10}; \quad \mathrm{Res}\,(f, -i) = \frac{-ie^{-i}}{10}; \quad \mathrm{Res}\,(f, 2) = \frac{e^2}{12}.$$

Áp dụng công thức tích phân Cauchy, hoặc áp dụng định lý cơ bản về thặng dư ta được:

$$\begin{aligned} I &= 2\pi i \left(\frac{ie^i}{10} + \frac{-ie^{-i}}{10} + \frac{e^2}{12} \right) \\ &= \pi i \left(\frac{e^2}{6} - \frac{\sin 1}{5} \right). \end{aligned}$$

Câu IV.(2.5đ)
Xét hàm biến phức

$$\frac{1}{(z^2+4)(z^2+9)} = \frac{1}{(z+2i)(z-2i)(z+3i)(z-3i)}$$

có 2 điểm cực đơn $z = 2i, 3i$ nằm trong nửa trên mặt phẳng phức.

$$\begin{aligned} I &= 2\pi i \left(\frac{1}{20i} - \frac{1}{30i} \right) \\ &= \frac{\pi}{30} \end{aligned}$$

Hà Nội, Ngày 22 tháng 12 năm 2019
Người làm đáp án