TailieuVNU.com

Đại Học Quốc Gia Hà Nội
Trường Đại Học Khoa Học Tự Nhiên

Môn học: ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH
Học kì 1 năm học 2020-2021

ĐỀ THI GIỮA KÌ

Thời gian làm bài: 90 phút.

Không sử dụng tài liệu. Không sử dụng máy tính.

Câu 1. Giải biện luận hệ phương trình tuyến tính

$$\begin{cases} -x_1 & +3x_2 & +2x_3 & -2x_4 & = 0 \\ -2x_1 & +5x_2 & +4x_3 & +x_4 & = a \\ -x_1 & +x_2 & +2x_3 & +8x_4 & = a^2+1 \end{cases}$$

trong đó a, b là hai tham số.

Câu 2. Tìm nghịch dảo của ma trận $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 4 & -2 \end{bmatrix}$.

Câu 3. Cho các véc tơ $v_1 = (3,1,-1,3), v_2 = (-5,1,5,-7), v_3 = (1,1,-2,8)$ trong không gian véc tơ $\mathbb{R}^4$.

a) Chứng minh rằng hệ véc tơ v_1, v_2, v_3 độc lập tuyến tính.

b) Hãy trực chuẩn hóa Gram-Schmidt hệ véc tơ v_1, v_2, v_3.

c) Tính khoảng cách từ véc tơ $(1,0,0,0)$ đến không gian con của $\mathbb{R}^4$ sinh ra từ hệ véc tơ v_1, v_2, v_3.

Câu 4. Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$

$$f(x_1, x_2, x_3) = (-x_1 + 4x_2 - 2x_3, -3x_1 + 4x_2, -3x_1 + x_2 + 3x_3).$$

a) Xác dịnh ma trận A của f trong cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^3$.

b) Hãy chéo hóa ma trận A, tức là phân tích ma trận A dưới dạng PDP^{-1} trong đó D là một ma trận chéo.

Câu 5. Sử dụng phương pháp Lagrange, hãy thực hiện phép đổi biến tuyến tính không suy biến để đưa dạng toàn phương

$$x_1^2 - 3x_2^2 + x_3^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 6x_2x_3$$

về dạng chuẩn tắc. Cho biết hạng, chỉ số quán tính dương và chỉ số quán tính âm của dạng toàn phương này.

Hết.