

Đại học Quốc Gia Hà Nội

ĐỀ THI HỌC KỲ II, NĂM HỌC 2018-19

Môn thi: Đại số Tuyến tính

Đề thi Chính thức

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Thí sinh không được dùng bất kỳ loại máy tính nào.

Câu 1. Định nghĩa các khái niệm:

- (a) Véc tơ riêng, giá trị riêng của một tự đồng cấu,
- (b) Không gian con riêng của một tự đồng cấu,
- (c) Phép biến đổi trực giao,
- (d) Ma trận trực giao.

Câu 2. Phát biểu và chứng minh định lý về điều kiện cần và đủ để chéo hoá được một tự đồng cấu của một không gian véc tơ hữu hạn chiều.

Câu 3. Cho phép biến đổi tuyến tính φ xác định đối với cơ sở chính tắc của \mathbb{R}^3 bởi ma trận sau

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & -2 \\ 2 & 0 & -4 \\ -2 & -4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Không gian \mathbb{R}^3 được trang bị tích vô hướng chính tắc.

- (a) Tìm các giá trị riêng của φ .
- (b) Với mỗi giá trị riêng của φ , tìm một cơ sở trực chuẩn của không gian con riêng tương ứng.
- (c) Tìm một ma trận trực giao Q sao cho $Q^{-1}AQ$ là một ma trận chéo; Tìm ma trận chéo đó.

Câu 4. Dùng phương pháp Lagrange, đưa dạng toàn phương sau đây trên trường số thực về dạng chuẩn tắc

$$x_1^2 + 4x_2^2 + 6x_4^2 - 2x_1x_2 + 2x_2x_3 - 2x_3x_4.$$

Tìm hạng, chỉ số quán tính dương, và chỉ số quán tính âm của dạng toàn phương đó.