Đại học Khoa học tự nhiên	**Đề thi cuối kỳ**
	Năm học 2019-2020
————-	——oOo——-

Môn thi: **Đại số tuyến tính**
Số tín chỉ: **4**
Thời gian làm bài: **120 phút** (Không kể thời gian phát đề)
Không sử dụng tài liệu.

Câu 1 . Cho ma trận

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 & -2 & 5 \\ 2 & -6 & 9 & -1 & 8 \\ 2 & -6 & 9 & -1 & 9 \\ -1 & 3 & -4 & 2 & -5 \end{pmatrix}$$

1. Sử dụng các phép biến đổi sơ cấp hàng, đưa A về dạng bậc thang. Tính hạng của A.
2. Tìm một cơ sở và tính số chiều của không gian nghiệm của phương trình tuyến tính $Ax = 0$, trong đó $x \in \mathbb{R}^5$.
3. Tìm một cơ sở và tính số chiều của không gian cột của A.

Câu 2. Giả sử đa thức đặc trưng của một ma trận vuông A cỡ 4×4 với hệ số thực là

$$X^4 - 2X^3 - 4X^2 + 5X - 6.$$

1. Ma trận A^2 có khả nghịch không? Vì sao?
2. Ma trận A có chéo hóa được trên trường số thực không? Vì sao?

Câu 3. Cho $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ là ánh xạ tuyến tính định nghĩa bởi

$$f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - y \\ y - x \\ x - z \end{pmatrix}.$$

1. Chứng minh rằng hệ véctơ $\mathcal{B} = \{(1,0,1),(0,1,1),(1,1,0)\}$ là một cơ sở của $\mathbb{R}^3$.
2. Tìm ma trận của f đối với cơ sở $\mathcal{B}$.

Câu 4. Chéo hóa trực giao ma trận đối xứng thực

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 1 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Tính A^{100}.

Câu 5. Nhận dạng đường cong bậc hai cho bởi phương trình sau (gọi tên, chỉ rõ các phép biến đổi tọa độ, viết phương trình chính tắc)

$$5x^2 - 4xy + 8y^2 + \frac{8}{\sqrt{5}}(2x + y) - 32 = 0.$$

Vẽ phác thảo đường cong bậc hai này.

HẾT