

ĐẠI HỌC QUỐC GIA VIỆT NAM
ĐẠI HỌC KHOA KHOA TỰ NHIÊN

ĐỀ THI GIỮA KỲ
NĂM HỌC 2018-2019
—oOo—

Môn thi: Giải tích 1
Số tín chỉ: 5
Đề số: 01
Ngành học: Toán tin
Thời gian: 10 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Cho ba dãy số thực $\{x_n\}_n, \{y_n\}_n, \{z_n\}_n$. Giả sử tồn tại $n_0 \in \mathbb{N}$ sao cho $x_n \leq y_n \leq z_n$ với mọi $n \geq n_0$ và các dãy $\{x_n\}_n, \{z_n\}_n$ hội tụ đến cùng một giới hạn là a . Chứng minh rằng

$$\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = a.$$

Câu 2. Chứng minh rằng dãy số thực tăng và bị chặn trên thì hội tụ.

Câu 3. a. Sử dụng định nghĩa giới hạn dãy số chứng minh rằng

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + (-3)^n}{5^n} = 0.$$

b. Xét sự hội tụ của dãy số sau

$$a_n = \frac{\sin 1}{2^1} + \frac{\sin 2}{2^2} + \frac{\sin 3}{2^3} + \dots + \frac{\sin n}{2^n}.$$

c. Xét sự hội tụ của dãy số sau

$$a_n = \frac{1}{2^2} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{4^2} + \dots + \frac{n}{(n+1)^2}.$$

Câu 4. Cho dãy số

$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{5} \\ a_{n+1} = \frac{2a_n^2 - a_n + 4}{a_n + 4}, \quad n \geq 1. \end{cases}$$

Chứng minh dãy số $\{a_n\}$ hội tụ và tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

Câu 5. Tìm các giới hạn sau.

$$a. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\alpha x} - e^{\beta x}}{\sin(\alpha x) - \sin(\beta x)} \quad (\alpha \neq \beta)$$

$$b. \lim_{x \rightarrow 0} \left| \sin\left(\frac{1}{x^2}\right) \right|.$$

Câu 6. Xét tính liên tục và phân loại điểm gián đoạn của hàm số $f(x)$, biết

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|\sin(2x)|}{e^{-x} - 1} & \text{nếu } x \neq 0 \\ \frac{1}{2} & \text{nếu } x = 0. \end{cases}$$

Không được sử dụng bất cứ tài liệu nào.