

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI GIỮA HỌC KỲ II
NĂM HỌC 2020-2021
—oOo—

Môn thi: Giải tích 2

Mã môn học: **MAT2325**

Số tín chỉ:

Đề số:

Dành cho sinh viên khoá:

Ngành học: **CLC MT-KHTT**

Thời gian làm bài **90 phút** (không kể thời gian phát đề)

Câu 1 (3 điểm). Phát biểu dấu hiệu Cauchy và dấu hiệu D'alambert cho chuỗi số dương. Khảo sát sự hội tụ của chuỗi số sau:

$$a. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)!}{(3n+4)3^n}; \quad b. \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{2n+1}{n^3+5n+3}.$$

Câu 2 (1.5 điểm). Phát biểu dấu hiệu Leibniz cho chuỗi đan dấu. Khảo sát sự hội tụ của chuỗi số sau:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \cos \left(\frac{\pi}{4} + \pi n \right) \frac{\ln n}{\sqrt[2021]{n+2020}}.$$

Câu 3 (2 điểm). Khảo sát sự hội tụ đều của dãy hàm $f_n(x) = x\sqrt{n}e^{-nx^2}$ trên các khoảng sau:

$$a. (0, +\infty); \quad b. [1, \infty).$$

Câu 4 (1.5 điểm). Phát biểu định nghĩa sự hội tụ đều của chuỗi hàm. Khảo sát sự hội tụ đều của chuỗi hàm $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x^2}{1+nx^3} \right)^3$ trên $[0, \infty)$.

Câu 5 (1.5 điểm). Tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{n+5} \right)^{n^2} x^n$.

Câu 6 (1.5 điểm). Khai triển hàm số $f(x) = \frac{3x+4}{x^2+x-6}$ thành chuỗi lũy thừa tại điểm $x_0 = 0$.

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng bất cứ tài liệu nào.