

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC KỲ II
NĂM HỌC 2018 - 2019

Môn thi: GIẢI TÍCH 2

Mã môn học: MAT2303. **1 → 4** Số tín chỉ: 5 Đề số: 1
Dành cho sinh viên khóa: K63 Ngành: Toán học, Toán tin
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

1. (2.0 điểm) Nêu định nghĩa chuỗi số hội tụ. Phát biểu và chứng minh dấu hiệu Leibniz về sự hội tụ của chuỗi đan dấu.
2. (2.0 điểm) Phát biểu và chứng minh dấu hiệu Weierstrass về sự hội tụ đều của chuỗi hàm.
3. (2.0 điểm) Xét sự hội tụ của các chuỗi số sau:

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 1}{2^{n-1}}; \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{n^{\alpha} + 1} \quad (\alpha \text{ là tham số}).$$

4. (1.0 điểm) Tìm hàm giới hạn và xét sự hội tụ đều của dãy hàm

$$f_n(x) = \frac{n^2 x}{1 + n^3 x^2}$$

trên $\mathbb{R}$.

5. (1.5 điểm) Xác định miền tồn tại và khảo sát tính liên tục của hàm số

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n + x^2}.$$

6. (1.5 điểm) Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{nếu } -\pi < x \leq 0, \\ \cos x & \text{nếu } 0 < x < \pi. \end{cases}$$

- a) Hãy khai triển f thành chuỗi Fourier trong khoảng $[-\pi, \pi]$.
- b) Hãy tìm những điểm $x \in [-\pi, \pi]$ mà tại đó chuỗi Fourier hội tụ về đúng giá trị của hàm f .

Hết

Chú ý: Thí sinh không được sử dụng bất cứ tài liệu nào.