

Môn thi: GIẢI TÍCH 3

Mã môn học: MAT2304

Số tín chỉ: 4

Đề số: 1

Dành cho sinh viên khóa: K57

Ngành: Toán học

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

1. Tính các tích phân bội sau:

a)  $\iint_D x \, dx \, dy$ , trong đó  $D$  là miền hữu hạn giới hạn bởi các đường

$$y = x, \quad y = \frac{x}{2}, \quad x + y = 6.$$

b)  $\iiint_{\Omega} y \, dx \, dy \, dz$ , trong đó  $\Omega$  là hình cầu  $x^2 + y^2 + z^2 \leq x + y$ .

2. Tính các tích phân đường sau:

a)  $\int_C (x^2 + y^2) \, ds$ , trong đó  $C$  là đường tròn  $x^2 + y^2 = 2y$ .

b)  $\int_{\Gamma} xy \, dx + (x^2 + y) \, dy$ , trong đó  $\Gamma$  là biên dương của miền hữu hạn giới hạn bởi các đường

$$y = x^2, \quad x + y = 12.$$

3. Tính các tích phân mặt sau:

a)  $\iint_S \sqrt{x^2 + y^2} \, ds$ , trong đó  $S$  là mặt nón  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $0 \leq z \leq 1$ .

b)  $\iint_{S^+} xy^2 \, dy \, dz + x^2 y \, dz \, dx + z \, dx \, dy$ , trong đó  $S^+$  là mặt paraboloid

$$z = x^2 + y^2 - 4, \quad -4 \leq z \leq 0,$$

được định hướng theo véc tơ pháp tuyến hướng ra phía ngoài.

4. Tính thể tích vật thể hữu hạn giới hạn bởi các mặt

$$z = x^2 + y^2, \quad z - 2y = 3.$$

5. Cho hàm số  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  xác định bởi

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{nếu } x \in [0, 1] \setminus \{1, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{n}, \dots\}, \\ 2 + x & \text{nếu } x = \frac{1}{n} \quad (n \in \mathbb{N}^*). \end{cases}$$

Chứng minh rằng  $f$  khả tích trên  $[0, 1]$  và tính  $\int_0^1 f(x) \, dx$ .

-----Hết-----

**Ghi chú:** Thí sinh không được sử dụng bất cứ tài liệu nào.