

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC KỲ I, NĂM HỌC 2020-2021.

Môn thi: Hình học giải tích

Mã môn học: MAT2310 Số tín chỉ: 2 Đề số: 1

Thời gian làm bài: 90 phút

Ghi chú: Thí sinh không được phép sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Câu 1. (4,5 điểm) Trong không gian Euclid \mathbb{E}^4 , với một hệ tọa độ trực chuẩn cho trước, cho hai phẳng \mathbb{B}_1 và \mathbb{B}_2 có phương trình tọa độ như sau:

$$(\mathbb{B}_1) \begin{cases} x_1 + 2x_3 + x_4 = 2 \\ -x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3 \end{cases} \quad (\mathbb{B}_2) \begin{cases} x_1 = 2t_1 + t_2 + 2 \\ x_2 = -t_2 + 1 \\ x_3 = t_1 + 2t_2 + 1 \\ x_4 = t_1 + 4. \end{cases}$$

- Chứng minh rằng $u_1 = (1, 2, 0, -1)$, $u_2 = (1, 1, -1, 1)$ là một cơ sở của không gian chỉ phương của \mathbb{B}_1 . Viết phương trình tham số của \mathbb{B}_1 .
- Chứng minh hai phẳng \mathbb{B}_1 và \mathbb{B}_2 chéo nhau. Hãy tính khoảng cách giữa chúng.
- Tìm tọa độ điểm M thuộc \mathbb{B}_1 và điểm N thuộc \mathbb{B}_2 sao cho độ dài đoạn thẳng MN chính là khoảng cách giữa \mathbb{B}_1 và \mathbb{B}_2 .

Câu 2. (5,0 điểm) Trong không gian Euclid \mathbb{E}^3 , với một hệ tọa độ trực chuẩn cho trước, cho mặt cầu S có phương trình tọa độ như sau:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4y - 2z - 20 = 0.$$

- Tìm tâm và bán kính của mặt cầu S .
- Tìm phương trình của mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu tại điểm $M(3, -2, 5)$.
- Gọi C là đường tròn giao tuyến của mặt cầu S và mặt phẳng $z + 2 = 0$. Hãy viết phương trình, tìm tâm và bán kính của C .
- Viết phương trình của mặt cầu đi qua C và tiếp xúc với mặt phẳng $3x - 4y + 24 = 0$.

Câu 3. (0,5 điểm) Cho các số thực a, b, c, p, q khác 0. Chứng minh rằng không thể dùng các phép biến đổi đẳng cự để đưa một paraboloid elliptic

$$\frac{x^2}{p^2} + \frac{y^2}{q^2} = 2z$$

về một mặt nón

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{z^2}{c^2}, \quad z \geq 0.$$

Hết