

Học phần: PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN

Mã học phần: **MAT2314** Số tín chỉ: **4** Đề số: **1**
Dành cho sinh viên hệ: **Chính quy** Ngành: **Toán học + Sư phạm Toán**
Thời gian làm bài: **120 phút** (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Giải bài toán Cauchy

$$y'' + y' + \frac{5}{4}y = 3 \cos t, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 3,$$

dùng

- (i) phương pháp hệ số bất định;
- (ii) phương pháp Laplace;
- (iii) phương pháp biến thiên hằng số Lagrange.

Câu 2. Giải phương trình

$$(1 + y'^2)y = 1.$$

Câu 3. Tìm hệ nghiệm cơ bản, ma trận cơ bản, ma trận cơ bản chuẩn tắc, và ma trận tiến hóa của hệ phương trình vi phân

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + y + z \\ \frac{dy}{dt} = 2x + y - z \\ \frac{dz}{dt} = -3x + 2y + 4z. \end{cases}$$

Câu 4. Định luật Torricelli trong Cơ học chất lỏng được mô tả bởi phương trình vi phân

$$a(y) \frac{dy}{dt} = -\rho \sqrt{y}$$

trong đó ρ là hằng số dương và $a(y)$ là thiết diện dòng chất lỏng tại vị trí y .

Tìm nghiệm của phương trình vi phân trên với $a(y) = \pi y$, $\rho = 1$, và $y(0) = 4$.