

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ II
NĂM HỌC 2020-2021

—oOo—

Môn thi: Phương trình vi phân đạo hàm riêng

Mã môn học: MAT3365

Số tín chỉ: 3

Đề số: 4

Dành cho sinh viên lớp: **Lớp MAT3365**

Ngành học: **Toán Tin**

Thời gian làm bài **60 phút** (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Xét bài toán Cauchy cho phương trình cấp 1 sau:

$$u_t(x, t) + (1 - 3u^2(x, t))u_x(x, t) = 0 \text{ khi } -\infty < x < 0, t > 0,$$

với điều kiện Cauchy $u(x, 0) = 2, x < 0$, và $u(0, t) = 1, t > 0$.

- Vẽ các đường đặc trưng của bài toán đã cho. Xác định vùng chỉ có một đường đặc trưng đi qua và vùng chân không. Giải nghiệm $u(x, t)$ trong vùng chỉ có một đường đặc trưng đi qua.
- Vẽ thêm các đường đặc trưng ở vùng chân không, từ đó xác định nghiệm $u(x, t)$ ở vùng chân không. Vẽ đồ thị của $u(x, t)$ tại các thời điểm $t = 0, 1, 2$.

Câu 2. Xét bài toán biên-ban đầu cho phương trình truyền sóng sau:

$$\begin{cases} u_{tt}(x, t) = u_{xx}(x, t) + F(x, t) & \text{khi } 0 < x < 3, t > 0, \\ u(0, t) = u(3, t) = 0 & \text{khi } t \geq 0, \\ u(x, 0) = \chi_{[0,1]}(x) & \text{khi } 0 \leq x \leq 3, \\ u_t(x, 0) = \chi_{[1,2]}(x) & \text{khi } 0 \leq x \leq 3. \end{cases}$$

- Chứng minh rằng bài toán đã cho có tối đa một nghiệm.
- Cho $F(x, t) = 0$. Thác triển lẻ, tuần hoàn chu kỳ 6 các điều kiện ban đầu. Xác định sóng tiến, sóng lùi của bài toán trên. Vẽ đồ thị $u(x, t)$ tại các thời điểm $t = 1/2, 1, 5/2, 4$.
- Cho $F(x, t) = \cos(t) \sin(\pi x)$. Dùng phương pháp tách biến giải bài toán đã cho.

Câu 3. Giải bài toán giá trị biên - ban đầu cho phương trình truyền nhiệt sau:

$$\begin{cases} u_t(x, t) = 2u_{xx}(x, t) & \text{khi } 0 < x < \infty, t > 0, \\ u_x(0, t) = 0 & \text{khi } t \geq 0, \\ u(x, 0) = \cos(x) & \text{khi } 0 \leq x < \infty. \end{cases}$$

Thang điểm. Câu 1: 2đ+2đ. Câu 2: 1đ+4đ+4đ. Câu 3: 2đ.