

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN
HỌC KỲ I, NĂM HỌC 2018 - 2019

Học phần: PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN

Mã học phần: MAT 1260 Số tín chỉ: 4 Đề số: 1
Dành cho sinh viên hệ: Chính quy Ngành: Tài năng Hóa học
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Tìm nghiệm của bài toán Cauchy sau

$$y'' + 4y' + 29y = e^{-2t} + \sin(5t), \quad y(0) = 5, \quad y'(0) = -2,$$

bằng phương pháp hệ số bất định và phương pháp Laplace.

Câu 2. Giải phương trình

$$\frac{dy}{dt} + y = y^3$$

biết $y(0) = y_0$ với $-1 < y_0 < 1$. Tính giới hạn của $y(t)$ khi $t \rightarrow +\infty$.

Câu 3. Tìm ma trận cơ bản chuẩn tắc $U(t) = e^{tA}$ của hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4x + y + 3z \\ \frac{dy}{dt} = 6x + 4y + 6z \\ \frac{dz}{dt} = -5x - 2y - 4z. \end{cases}$$

Tìm nghiệm của hệ thỏa mãn $(x(0), y(0), z(0)) = (1, -2, 5)$.

Câu 4. Gọi $y(t)$ là dân số tại thời điểm t của một quần thể nào đó. Biết tốc độ tăng dân số tỷ lệ thuận với bình phương hiệu số của dân số hiện tại và sức chứa môi trường M , tức là

$$\frac{dy}{dt} = a(M - y),$$

trong đó a là hằng số tỷ lệ.

Tìm nghiệm của phương trình vi phân trên tùy theo các giá trị của a và M . Tìm nghiệm biết dân số ban đầu $y(0) = y_0$.

