

ĐỀ THI KẾT THÚC MÔN HỌC

Môn : Phương trình vi phân - M/M 1259

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1. Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = y + z \\ \frac{dz}{dx} = -2y + 4z \end{cases} \quad (1)$$

Tìm nghiệm riêng của hệ thỏa mãn điều kiện ban đầu

$$y(0) = 0, z(0) = -1.$$

$$\begin{cases} y(x) = c_1 e^{2x} + c_2 e^{3x} \\ z(x) = c_1 e^{2x} + 2c_2 e^{3x} \end{cases}$$

Câu 2.

Xét phương trình vi phân

$$y'' - 2ay' + (a^2 + 1)y = a(4e^{-x} + x^2 - 4x + 2) \quad (2)$$

$$y(x) = c_1 e^{ix} + c_2 e^{-ix} + \frac{1}{2} e^{-x} + \frac{x^2}{2} - x - \frac{1}{2}$$

a. Cho $a = 1, \alpha = 1$, tìm nghiệm tổng quát của PTVP (2).

b. Cho $\alpha = 0$, xác định giá trị của a để tất cả các nghiệm của (2) đều giới nội trên \mathbb{R}^+ .

$$n_0 \ a \pm i \rightarrow a \in (0; +\infty)$$

Câu 3

a) Trình bày phương pháp giải phương trình Bernoulli. $y' + P(x)y = Q(x)$

b) Áp dụng để giải bài toán Cauchy đối với phương trình Logistic

$$u = c e^{x^2} + \frac{1}{k} \quad \begin{cases} \frac{dy}{dx} = (1 - \frac{y}{K})y, \\ y_0 = \beta \end{cases} \Rightarrow y = e^{-\int P(x) dx} \left(c + \int Q(x) e^{\int P(x) dx} dx \right) \quad (3)$$

$$\rightarrow c = \frac{1 - \frac{\beta}{K}}{\beta e^x}$$

c) Tìm tích phân tổng quát của phương trình vi phân

$$(2xy^2 - y)dx + (y^2 + x + y)dy = 0$$

$$x^2 + x - \frac{2x}{y} + y + \ln|y| = C$$