

ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN
KHOA TOÁN - CƠ - TIN HỌC

ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN
KÌ II NĂM HỌC 2018-2019

—oOo—

Học phần: Phương trình vi phân

Lớp học phần: MAT2403

Số tín chỉ: 3

Dành cho sinh viên khoa: K62

Ngành học: Máy tính & KHTT

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

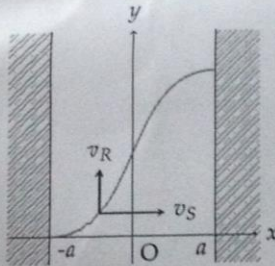
Câu 1. Giải các phương trình vi phân sau.

a) $y = 5xy' + y'^2 - 1,$

b) $(3x^2 + y^2)dx + (x^3 + xy^2 + 2xy)dy = 0,$

c) $2y'' - 3y' + y = (2x + 1)e^x.$

Câu 2. Cho một dòng sông có độ rộng $w = 2a$. Trong hình bên dưới: trục Ox biểu diễn độ rộng của dòng sông và trục Oy biểu diễn đường tâm của dòng sông, hai đường thẳng $x = \pm a$ biểu diễn hai bờ của dòng sông.



Ký hiệu, v_0 là vận tốc của dòng nước ở giữa sông và v_R là vận tốc của dòng nước tại vị trí có khoảng cách x so với đường tâm. Giả sử rằng vận tốc v_R có quan hệ với khoảng cách x theo biểu thức sau

$$v_R = v_0 \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right).$$

Một người đứng ở vị trí $(-a, 0)$ để bơi từ bờ tây sang bờ đông của dòng sông với vận tốc không đổi v_S (so với dòng nước). Gọi α là góc tạo bởi giữa vector vận tốc v_S và vector vận tốc của người này so với lòng sông, khi đó $\tan \alpha = \frac{v_R}{v_S}$. Ký hiệu $y = y(x)$ là quỹ đạo bơi của người này, vì $\tan \alpha = y'(x)$ nên ta thu được phương trình vi phân mô tả quỹ đạo bơi của người này như sau

$$y'(x) = \frac{v_0}{v_S} \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right).$$

Cho $w = 100$ m và $v_0 = 3$ m/s, $v_S = 1$ m/s. Hỏi người này bị dòng nước kéo trôi bao nhiêu mét so với trục Ox khi bơi đến bờ đông của dòng sông?

Câu 3. Giải các hệ phương trình vi phân cấp một sau.

a)
$$\begin{cases} y' = -2y + 2z - 3w + x - 10 \\ z' = 2y - z + 2w + 8 \\ w' = 3y - 2z + 4w + 14, \end{cases}$$

b)
$$\frac{dx}{x+y+4z-2} = \frac{dy}{3} = \frac{dz}{5}.$$

Hết
Chú ý: Sinh viên không được sử dụng tài liệu.