

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II  
 Khoa Toán-Cơ-Tin học NĂM HỌC 2019-2020  
 (LỚP K63-TOÁN HỌC)

Môn thi: Tô pô Đại cương (đề 1)

Ngày thi: 03/06/2020

Thời gian: 60 phút (Không kể thời gian phát đề)

**Bài 1.** (a) Cho  $X$  là một tập khác rỗng tùy ý và  $d : X \times X \rightarrow \mathbb{R}$  là hàm số xác định bởi  $d(x, y) = 0$  nếu  $x = y$ , và  $d(x, y) = 1$  nếu  $x \neq y$ . Chứng minh  $d$  là một metric trên  $X$ . Xác định tất cả các tập mở của không gian metric  $(X, d)$  nói trên. Tô pô cảm sinh từ metric đó gọi là tô pô gì?

(b) Chứng minh nếu  $A, B$  là hai tập con mở không giao nhau của một không gian tô pô  $(X, \tau)$  tùy ý, thì  $\overline{A} \cap B = A \cap \overline{B} = \emptyset$ .

✓**Bài 2.** Cho  $f, g : X \rightarrow Y$  là hai ánh xạ liên tục từ không gian tô pô  $X$  vào không gian Hausdorff  $Y$ . Chứng minh rằng tập  $A = \{x \in X \mid f(x) = g(x)\}$  là đóng.

**Bài 3.** (a) Chứng minh rằng phép chiếu từ tích hai không gian tô pô  $X$  và  $Y$  với tô pô tích lên  $X, pr : X \times Y \rightarrow X, (x, y) \mapsto x$ , là liên tục.

(b) Từ đó chỉ ra phép chiếu  $pr : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto x$ , là một ánh xạ liên tục, nhưng không đóng. (Ở đây  $\mathbb{R}$  được trang bị tô pô thông thường.)

✓**Bài 4.** Cho  $A$  là một tập con của không gian tô pô  $(X, \tau)$ . Điểm  $x \in X$  được gọi là một điểm tụ của  $A$  nếu  $x \in \overline{A \setminus \{x\}}$ . Tìm tất cả các điểm tụ (hay điểm giới hạn) của tập con  $A = (0, 1]$  trong  $\mathbb{R}$  đối với các tô pô sau:

(a) Tô pô thô.

(b) Tô pô rời rạc.

---

<sup>0</sup>Sinh viên không được sử dụng tài liệu