

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
Trường ĐH Khoa học Tự nhiên

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI KÌ

Môn: Tối ưu rời rạc

Thời gian: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Lưu ý: Đề thi gồm có 2 trang, thang điểm 11/10.

Câu 1 (1 điểm). Hãy nêu định nghĩa của bài toán cặp ghép (assignment) và viết mô hình tối ưu nguyên của bài toán.

Câu 2 (2.5 điểm). 4 bạn sinh viên ngành y An, Bình, Chi và Dung muốn đăng ký thực tập tại bốn bệnh viện Việt Đức, Bạch Mai, Hữu Nghị và Xanh Pôn. Nguyên vọng theo thứ tự ưu tiên của các bạn sinh viên như sau

An: (Việt Đức, Bạch Mai, Hữu Nghị, Xanh Pôn)
 Bình: (Bạch Mai, Xanh Pôn, Việt Đức, Hữu Nghị)
 Chi: (Việt Đức, Hữu Nghị, Bạch Mai, Xanh Pôn)
 Dung: (Việt Đức, Hữu Nghị, Xanh Pôn, Bạch Mai).

Sau khi xem xét hồ sơ các bệnh viện đưa ra đánh giá xếp hạng sau về các sinh viên (đứng trước là tốt hơn)

Việt Đức: (~~Bình~~, ~~Dung~~, An, ~~Chi~~)
 Bạch Mai: (~~Bình~~, An, ~~Dung~~, ~~Chi~~)
 Hữu Nghị: (~~Dung~~, An, Bình, ~~Chi~~)
 Xanh Pôn: (~~Bình~~, An, ~~Dung~~, Chi).

Gale Shapley

a) (0.5 điểm). Thế nào là một cặp ghép không ổn định? Hãy đưa ra 1 ví dụ về cặp ghép không ổn định trong trường hợp này.

b) (2 điểm). Hãy tìm ra một cách ghép cặp bền vững.

Câu 3 (3 điểm). Cho một đồ thị có hướng có danh sách kề như sau (trong ngoặc là độ dài cạnh)

1: 2 (5), 3 (1)
 2: 4 (7), 5 (1), 6 (6)
 3: 2 (2), 4 (6), 5 (7)
 4: 3 (7), 6 (4), 7 (6)
 5: 4 (3), 6 (5), 7 (9)
 6: 2 (7), 7 (2).

a) (2 điểm). Hãy tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến đỉnh 7 (nêu rõ đường đi và độ dài ngắn nhất đó).

b) (1 điểm). Bạn An muốn tìm đường đi ngắn nhất từ mọi đỉnh (khác 7) đến đỉnh 7. An định áp dụng thuật toán Dijkstra cho từng cặp đỉnh $(u, 7)$ với $u \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Bạn có giải pháp nào tốt hơn không? Nếu có hãy mô tả chi tiết ý tưởng (không cần thực hiện cụ thể).

Lưu ý: Đề thi gồm có 2 trang. Hãy xem tiếp trang sau.

Câu 4 (1,5 điểm). Hay trình bày một thuật toán tìm kiếm tất cả các thành phần liên thông của một đồ thị vô hướng cho trước. Độ phức tạp tính toán của thuật toán đó là bao nhiêu? Tại sao?

Câu 5 (3 điểm).

Bệnh viện Bạch Mai có nguồn cung và nhu cầu cho 4 nhóm máu vào một buổi sáng lần lượt như sau

Loại máu	A	B	O
Nguồn cung	46	34	45
Nhu cầu	39	38	42

Lưu ý rằng sự tương thích giữa các nhóm máu như sau

- Bệnh nhân nhóm máu A chỉ có thể nhận được máu nhóm A hoặc O.
- Bệnh nhân nhóm máu B chỉ có thể nhận được máu nhóm B hoặc O.
- Bệnh nhân nhóm máu O chỉ có thể nhận được máu nhóm O.

Bệnh viện muốn xác định phương án truyền máu để lượng máu truyền được (tương thích) là nhiều nhất có thể.

a) (1 điểm). Hãy đưa vấn đề về một bài toán luồng cực đại bằng cách vẽ hình mạng tương ứng.

Gợi ý: Mạng của bạn sẽ gồm có 8 đỉnh. Trong đó có 1 đỉnh nguồn 0 và 1 đỉnh đích 7. Ngoài ra ta sẽ có 3 đỉnh thể hiện cho 3 nhóm máu thuộc nguồn cung (đánh số 1 đến 3 lần lượt cho các nhóm máu A, B, O) và 3 đỉnh ứng với 3 nhóm máu nhu cầu (đánh số 4 đến 6 lần lượt cho các nhóm máu A, B, O). Sẽ có cạnh nối từ đỉnh nguồn 0 đến mỗi đỉnh nguồn cung và mỗi đỉnh nhu cầu đến đỉnh đích 7. Từ một đỉnh nguồn cung đến một đỉnh nhu cầu cũng sẽ có cạnh nếu nhóm máu nhận tương thích với nhóm máu cho. Nguồn cung được thể hiện qua việc đặt dung tích phù hợp trên các cạnh $(0, v)$ với $v \in \{1, 2, 3\}$, trong khi nhu cầu có thể mô hình hóa bằng dung tích của các cạnh $(u, 7)$, $u \in \{4, 5, 6\}$, một cách thích hợp. Dung tích giữa các cạnh nối các đỉnh 1, 2, 3 đến các đỉnh 4, 5, 6 cũng cần được chọn hợp lý.

b) (2 điểm). Hãy sử dụng thuật toán Ford-Fulkerson giải bài toán luồng cực đại. Hãy nêu rõ phương án truyền máu tối ưu.

Lưu ý: Nếu bạn không làm được câu a nhưng có thể vẽ ra một mạng có 8 đỉnh với cạnh và dung tích tương đối hợp lý và tìm được luồng cực đại trên đó thì vẫn được điểm cho phần b.

Chú ý: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm