

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ

ĐỀ THI HẾT MÔN  
HỌC KỲ II - NĂM HỌC 2013-2014

ĐỀ SỐ 1

Môn thi: Đại số tuyến tính.

Số tín chỉ: 4

Hệ đào tạo: Chính quy.

Thời gian làm bài: 120 phút.

Câu 1. Chứng minh rằng mỗi hệ véc tơ trực giao và không chứa véc tơ 0 (trong không gian Euclide bất kỳ) đều độc lập tuyến tính.

Câu 2. Giả sử  $U$  và  $V$  là các không gian con của một không gian véc tơ hữu hạn chiều. Chứng minh rằng  $\dim(U+V) = \dim U + \dim V - \dim(U \cap V)$ .

Câu 3. Tính định thức

$$D_n = \begin{vmatrix} x_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_n \\ a_1 & x_2 & a_3 & \dots & a_n \\ a_1 & a_2 & x_3 & \dots & a_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & x_n \end{vmatrix}$$

Câu 4. Tìm dạng chính của dạng toàn phương  $H$ , cô biểu diễn trong cơ sở chính tắc là  $H(\alpha) = x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 2xz + 2yz$ , với  $\alpha = (x, y, z)$ . Tìm cơ sở trong đó  $H$  có dạng chính tắc.

Câu 5. Cho ma trận

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -5 \\ 1 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

a) Tìm hạng của  $A$ .

b) Giải hệ phương trình  $AX = 0$ .

c) Gọi  $f$  là ánh xạ tuyến tính  $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  xác định bởi:

$$f(\alpha) = A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \forall \alpha = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3.$$

Tìm số chiều và cơ sở của  $\text{Im } f$  và  $\text{Ker } f$ .

Chú ý: Sinh viên không được phép sử dụng tài liệu, điện thoại và tất cả các loại máy tính.