

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI ĐỀ THI CUỐI KỲ GIẢI TÍCH I
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ CÁC LỚP HỆ CLC NĂM HỌC 2018 - 2019

ĐỀ SỐ 1
THỜI GIAN 120'

Câu 1.

a) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[4]{1+2x} - \sqrt[5]{1+x}}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$

Tìm điều kiện của a để $f(x)$ liên tục tại điểm $x = 0$

b) Dùng quy tắc L'Hopital để tính giới hạn sau, nếu nó tồn tại: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{\sin 2x}$

Câu 2. a) Hãy tìm đạo hàm của hàm $y = \cos^4(\sin^3 x)$.

b) Tính $y^{(8)}$ với $y = \frac{x^2}{1-x}$.

Câu 3. a) Tính thể tích vật thể tròn xoay được tạo bởi miền $D = \{(x, y) : y \leq 2x, y \geq x^2\}$ quay quanh trục Oy .

b) Chứng minh rằng, nếu $a > -1$ và $b > a+1$ thì tích phân sau hội tụ:

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^a}{1+x^b} dx$$

Câu 4. a) Khảo sát sự hội tụ của chuỗi số: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n}$.

b) Xét sự hội tụ của chuỗi số $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$.

Câu 5. a) Tìm chuỗi Taylor cho $f(x) = \sin x$ tâm tại $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

b) Tìm bán kính hội tụ của chuỗi Taylor nhận được ở phần a).

Chúc các anh/chị thi tốt!

Handwritten notes:
 $\frac{3^{n+1}}{(n+1)^3} \cdot \frac{n^3}{3^n}$
 $(n+1)^3$

