

ĐỀ 01

Câu 1 (1,0 điểm). Xét tính liên tục của hàm số $f(x, y)$ trên \mathbf{R}^2 :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 \sin y - y^2 \sin x}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{khi } x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & \text{khi } x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$$

Câu 2 (1,0 điểm). Viết phương trình tiếp diện với mặt cong $z = 1 - \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4}$ tại điểm $M\left(2, 1, \frac{1}{2}\right)$ trong không gian \mathbf{R}^3 .

Câu 3 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \iint_D (2x - y) dx dy$ biết miền D được giới hạn bởi các đường $y = x$, $y = 2x$, $x = 2$, $x = 3$.

Câu 4 (2,0 điểm). Tính các tích phân sau

- $I = \int_{C^+} (e^x \sin y - 4y) dx + (e^x \cos y - 3y) dy$ trong đó C^+ là đường cong $x^2 + y^2 = 1$ được định hướng dương theo chiều ngược kim đồng hồ.
- $J = \iint_S (x^2 + y^2) ds$ trong đó S là phần mặt nón $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ nằm giữa hai mặt phẳng $z = 0$ và $z = 1$.

Câu 5 (2,5 điểm). Giải các phương trình vi phân sau

- $y' - \tan y = \frac{x}{\cos y}$ với điều kiện $y(0) = 0$
- $y'' + y = 4 \cos x + (2x^2 + 4)e^x$

Câu 6 (1,5 điểm). Tìm khoảng cách lớn nhất và nhỏ nhất từ gốc tọa độ tới đường cong có phương trình $x^2 - xy + y^2 = 4$ trong mặt phẳng Oxy .

Câu 7 (1,0 điểm). Tìm nghiệm tổng quát của phương trình vi phân sau:

$$xyy'' = (xy' + y)y'$$

----- Hết -----

(Ghi chú: Giám thị không giải thích gì thêm; Sinh viên không được sử dụng tài liệu)