

ĐỀ THI: XÁC SUẤT THỐNG KÊ VÀ ỨNG DỤNG

Lớp: EMA2050 1,2,3

Học kỳ II, Năm học 2014-2015

Thời gian: 90 phút

(Sinh viên được mở tài liệu khi làm bài)

Câu 1 (1 điểm)

Chín chiếc bút giống hệt nhau được chia ngẫu nhiên cho ba người, sao cho ai cũng có ít nhất một chiếc. Tính xác suất để số bút trên được chia đều cho cả ba người.

Câu 2 (1 điểm)

a. Cho: $P(A | B) = P(A)$. Kết luận rằng: $P(B | A^c) = P(B)$ là đúng hay sai ? Vì sao ? Trong đó A^c tương ứng với “không xảy ra biến cố A”.

b. Một người tung một đồng xu cân xứng 10 lần. Gọi A là biến cố “lần tung đầu xuất hiện mặt sấp”, và B là biến cố “lần tung thứ 10 xuất hiện mặt sấp”. Với điều kiện trong 10 lần tung đồng xu có 5 lần xuất hiện mặt sấp, thì hai biến cố A và B có độc lập với nhau không ? Vì sao ?

Câu 3 (1 điểm)

Một hộp bi có 5 viên bi xanh, 3 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi ra khỏi hộp. Gọi X là số viên bi xanh được lấy ra.

a. Lập bảng phân bố xác suất (pmf - probability mass function) của X.

b. Hỏi trong 2 viên được lấy ra, có trung bình bao nhiêu viên bi xanh ?

Câu 4 (1,5 điểm)

Hàng ngày, sinh viên A đi tới trường bằng xe buýt số 15. Còn sinh viên B tới trường hoặc cũng bằng xe buýt số 15 với xác suất 50%, hoặc nếu không thì tự đi xe đạp. (Việc quyết định đi xe gì tới trường của B trong các ngày là không liên quan gì với nhau.) Trong những lần đi bằng xe buýt, xác suất B gặp A cùng đi là 80%.

a. Giả sử khi ở trường, bạn biết được hôm đó B không cùng A đi tới trường, thì theo bạn, xác suất của việc hôm đó B đã đi bằng xe buýt tới trường là bao nhiêu ?

b. Trong 10 ngày đi học, gọi X là số ngày B đi xe buýt tới trường, và gọi Y là số ngày B gặp A cùng đi. Hãy lập bảng phân bố xác suất đồng thời (join pmf – join probability mass function) của X và Y ?

Câu 5 (1,5 điểm)

Cho hàm đại lượng ngẫu nhiên: $X = 50\sqrt{Y}$; trong đó Y là đại lượng ngẫu nhiên phân bố đều trong khoảng [50, 150].

a. Hãy tìm hàm phân bố (tích lũy) xác suất (cdf - cumulative distribution function) và hàm mật độ xác suất (pdf - probability density function) của X.

b. Hãy tính $P\{X > 500\}$.

Câu 6 (1 điểm)

Cho dãy số liệu sau:

97,5 37,5 55,0 73,0 60,0

73,0 72,5 42,5 33,0 66,0

Tính trung bình, phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu ?

Câu 7 (2 điểm)

Một cuộc thi trắc nghiệm có 100 câu hỏi. Mỗi câu hỏi có 4 lựa chọn để trả lời, trong đó chỉ có 1 lựa chọn đúng. Giả sử có một thí sinh **A** hoàn toàn không biết gì về môn học tham gia dự thi.

- a. Tìm xác suất để thí sinh **A** trả lời được đúng từ 20 đến 30 câu ?
- b. Tìm khoảng tin cậy 95% cho số câu hỏi mà thí sinh **A** trả lời đúng ?

Câu 8 (1 điểm)

Một nhà máy phụ tùng chuyên sản xuất một bộ phận hình trụ cho ô tô. Bộ phận hình trụ được sản xuất này sẽ chỉ được chấp nhận bởi các hãng sản xuất ô tô nếu nó có đường kính là 5,0 mm. Để đảm bảo chất lượng mỗi lô hàng, nhà máy sẽ tiến hành kiểm thử chất lượng của sản phẩm bằng cách chọn ngẫu nhiên 100 thành phẩm và đo đường kính của chúng. Giả sử biết đường kính đo được có phân bố chuẩn, với độ lệch chuẩn là 0,1 mm.

Nếu một lô hàng có 100 thành phẩm được chọn kiểm tra với đường kính trung bình đo được là 5,027 mm, thì lô hàng này có được chấp nhận hay không với mức ý nghĩa (thống kê) 1% ?

ĐÁP ÁN
XÁC SUẤT THỐNG KÊ VÀ ỨNG DỤNG
 Lớp: EMA2050 1,2,3
 Học kỳ II, Năm học 2014-2015

Câu 1: 1/28

Câu 2:

- a. Đúng
- b. Sai

Câu 3:

$P(X=0)=2/9$; $P(X=1)=5/9$; $P(X=2)=2/9$.

$EX=1$

Câu 4:

Sử dụng xác suất có điều kiện và công thức xác suất Bayes

Câu 5:

a. $F(x) = 0$ với $x < 50.50^{1/2}$
 $F(x) = [(x/50)^2 - 50]/100$ với $50.50^{1/2} \leq x \leq 50.150^{1/2}$
 $F(x) = 1$ với $x > 50.150^{1/2}$

$f(x) = 0$ với $x < 50.50^{1/2}$
 $f(x) = x/50^3$ với $50.50^{1/2} \leq x \leq 50.150^{1/2}$
 $f(x) = 0$ với $x > 50.150^{1/2}$

b. $P(X > 500) = 1/2$

Câu 6:

Trung bình mẫu: 61

Phương sai mẫu: $3492/9 = 388$

Độ lệch chuẩn: 19,7

Câu 7:

- a. Đưa về phân bố Becnuli; Sau đó sử dụng ước lượng bằng phân bố chuẩn (Moivre-Laplace)
- b. Ước lượng khoảng tin cậy cho tần số.

Câu 8:

Kiểm định giả thiết về kỳ vọng với độ lệch chuẩn cho trước.