

# Kiểm định giả thuyết

PGS.TS. Lê Sỹ Vinh

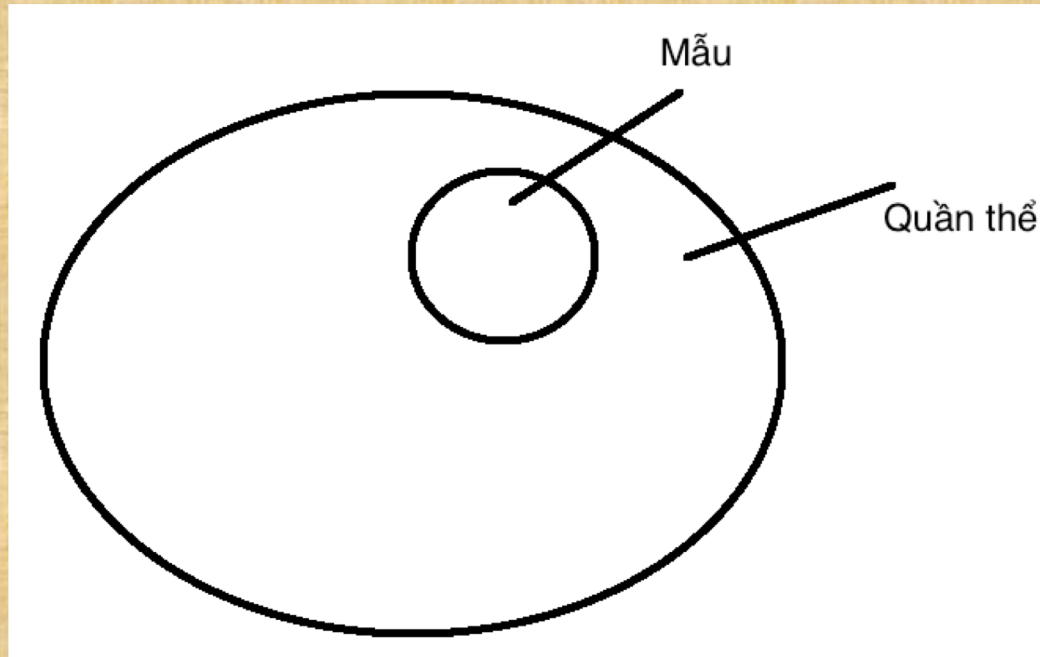
# Ví dụ giả thuyết

Ví dụ 1: Quảng cáo một loại sữa của hãng Abbott dành cho bé dưới một tuổi năm 2009 cho rằng giúp bé tăng thêm 100gram/tháng so với loại sữa được giới thiệu vào 2007.

Ví dụ 2: Liệu tiền lương trung bình của kỹ sư CNTT ở Hà Nội có khác với mức tiền lương trung bình là 8 triệu đồng của kỹ sư CNTT trên toàn quốc không?

Ví dụ 3: Một nhà máy sản xuất thép ghi nhận sản lượng trong 100 ngày, có trung bình và độ lệch chuẩn của mẫu lần lượt là 880 tấn và 50 tấn. Liệu sản lượng bình quân hàng ngày của nhà máy hiện nay khác với mức sản lượng trung bình 892 tấn/ngày đã được ghi nhận cách đây 1 năm.

# Vì sao cần kiểm thử giả thuyết



Nghiên cứu một thuộc tính của quần thể dựa vào 1 tập mẫu. Sử dụng dữ liệu thu được từ tập mẫu để kiểm định giả thuyết về các thuộc tính của quần thể.

# Các loại giả thuyết

- Giả thuyết không ( $H_0$ )
  - Là một phát biểu về tham số của quần thể
  - Thường là một tuyên bố bị nghi ngờ
  - Được cho là đúng cho đến khi nó được chứng minh là sai
- Giả thuyết thay thế ( $H_a$ )
  - Nhà nghiên cứu mong muốn ủng hộ và chứng minh là đúng
  - Là phát biểu ngược với  $H_0$
  - Được cho là đúng nếu  $H_0$  bị bác bỏ

**Kiểm định giả thuyết nhằm mục đích bác bỏ hoặc không bác bỏ  $H_0$ . *Không được kết luận là chấp nhận  $H_0$ .***

# Xây dựng giả thuyết

- Giả thuyết “có thay đổi”:  $H_0: \mu = \mu_0$   
 $H_a: \mu \neq \mu_0$
- Giả thuyết “thay đổi lớn hơn”:  $H_0: \mu \leq \mu_0$   
 **$H_a: \mu > \mu_0$**
- Giả thuyết “thay đổi nhỏ hơn”:  $H_0: \mu \geq \mu_0$   
 **$H_a: \mu < \mu_0$**

Trong đó  $\mu_0$  là giá trị cho trước.



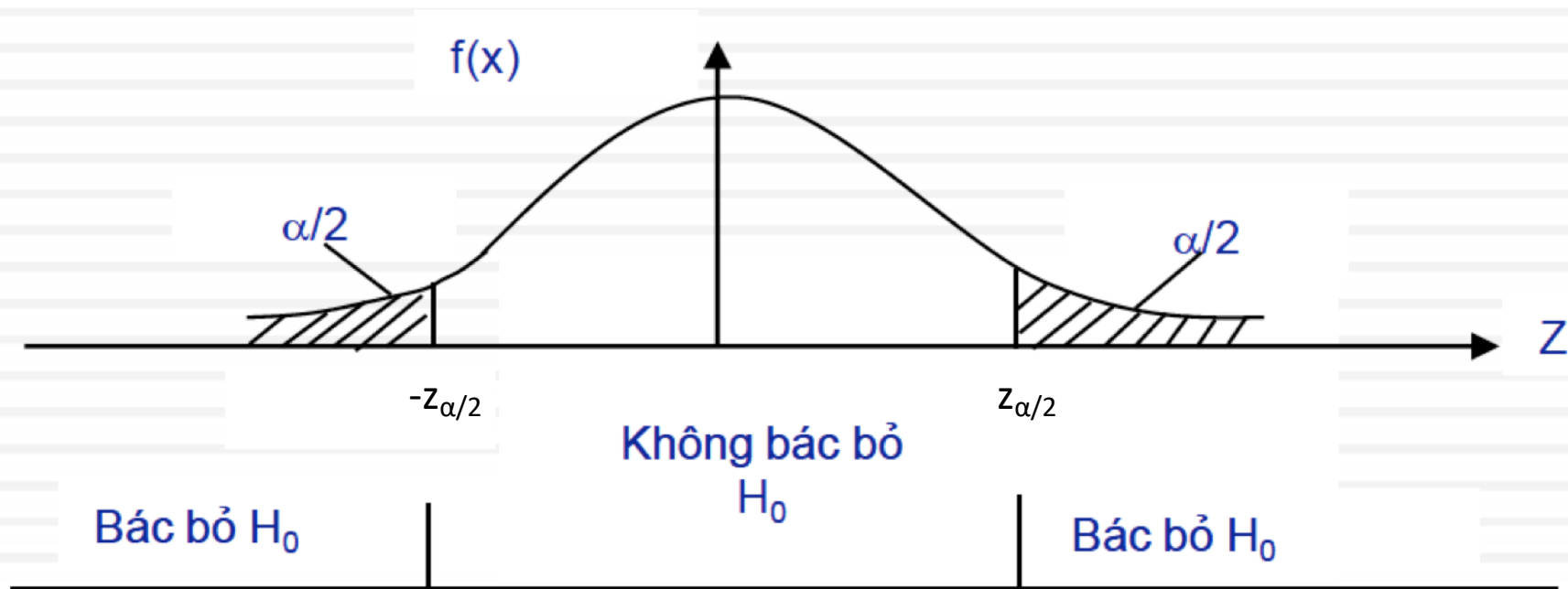
# Kiểm định giả thuyết “có thay đổi”

$$H_0: \mu = \mu_0$$

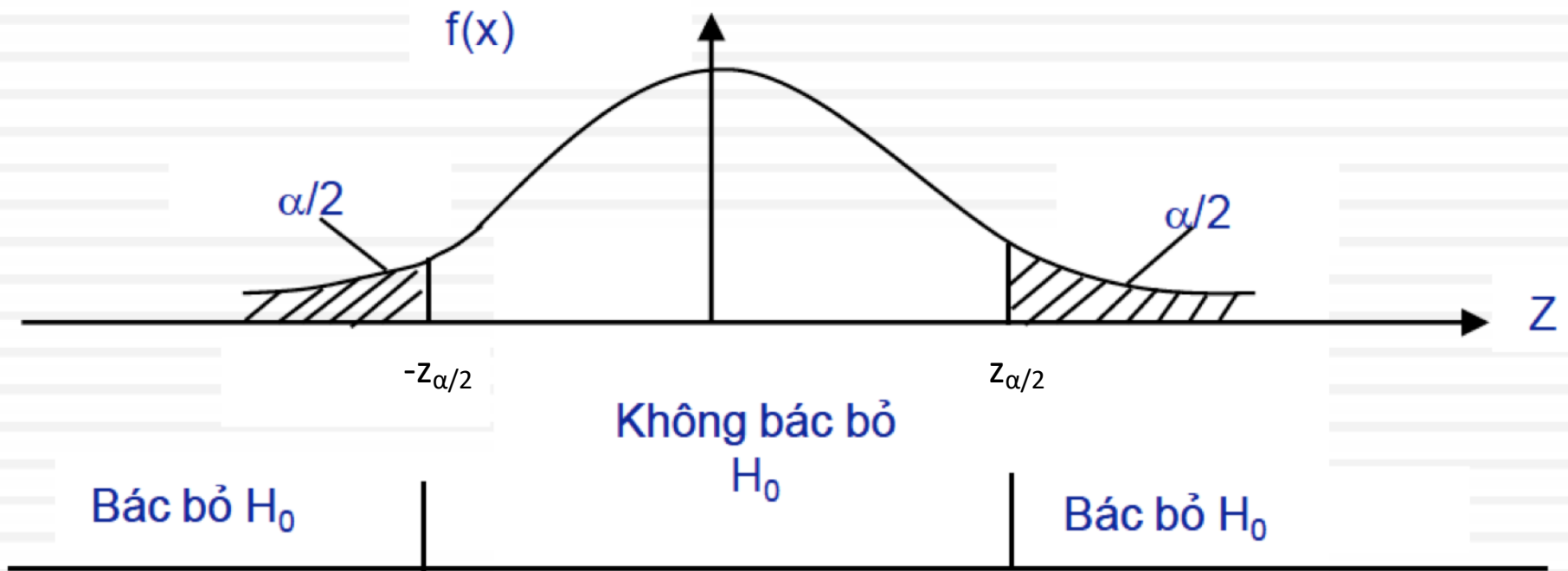
$$H_a: \mu \neq \mu_0$$

Đây thường là kiểm thử giả thuyết một số yếu tố thay đổi và làm thay đổi một thuộc tính nào đó của quần thể.

Kiểm định 2 phía với  $\alpha$  là *mức ý nghĩa*. Quy tắc bác bỏ  $H_0$  như sau



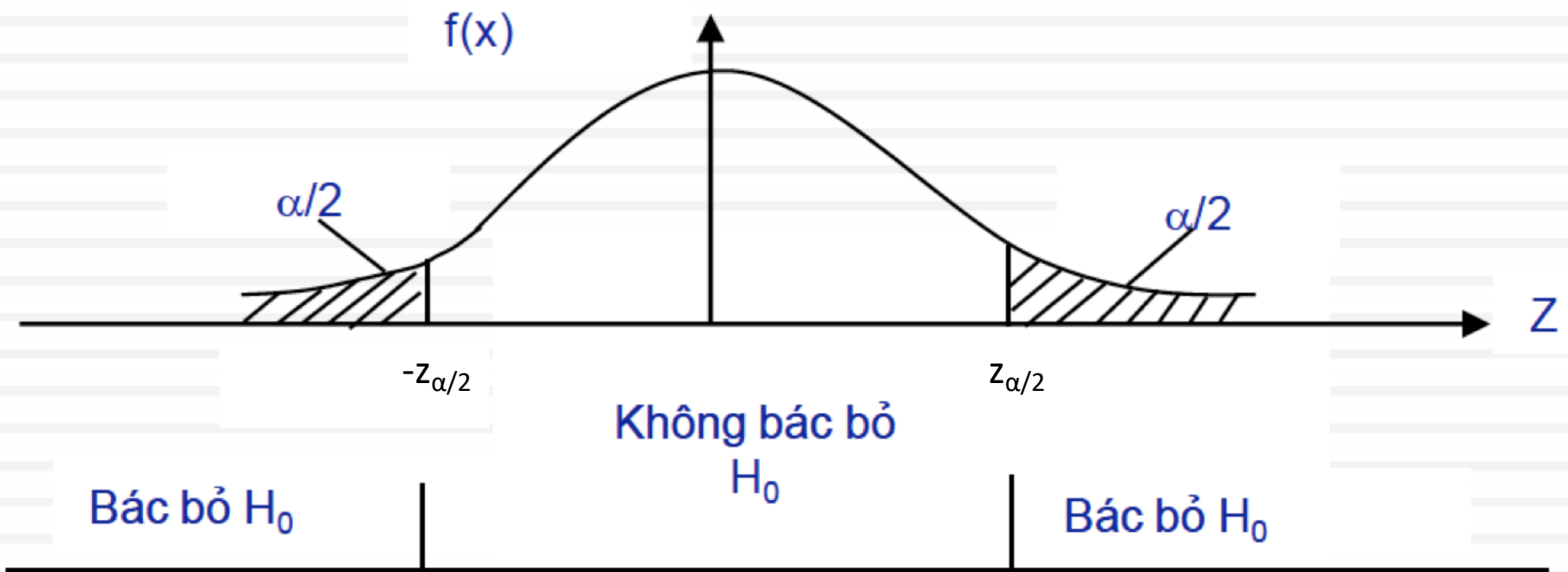
# Kiểm định giả thuyết “có thay đổi”



Giá trị kiểm định:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

# Kiểm định giả thuyết “có thay đổi”



So sánh giá trị kiểm định  $z$  với giá trị  $-z_{\alpha/2}$  và  $z_{\alpha/2}$ .

- Nếu  $z < -z_{\alpha/2}$  hoặc  $z > z_{\alpha/2}$  thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  ( $\mu = \mu_0$ ).
- Nếu không thì không bác bỏ giả thuyết  $H_0$ .



## Ví dụ 1

Một người nông dân sử dụng 1 loại phân bón mới cho 1 vườn táo và thu được 2696kg trên một 100 cây. Biết rằng mức trung bình khi chưa sử dụng loại phân bón mới này là 26kg/1 cây với độ lệch chuẩn là 5,2kg. Hãy kiểm định giả thuyết sản lượng của cây táo không thay đổi bởi loại phân bón này với mức ý nghĩa:

1. 0.01
2. 0.05
3. 0.1

## Ví dụ 2

Sau khi thay đổi giám đốc mới, nhà máy sản xuất thép ghi nhận sản lượng trong 100 ngày, có trung là 880 tấn. Hãy kiểm định giả thuyết rằng sản lượng bình quân hàng ngày của nhà máy hiện nay bằng với mức sản lượng trung bình 892 tấn/ngày đã được ghi nhận cách đây 1 năm (độ lệch chuẩn là 50 tấn) với mức ý nghĩa:

1. 0.01
2. 0.05
3. 0.1

## Ví dụ 3

Một nhà máy sản xuất lốp ô tô quảng cáo tuổi thọ trung bình lốp ô tô của họ là 30000 km. Cơ quan kiểm định chất lượng nghi ngờ lời tuyên bố trên cho nên tiến hành kiểm tra 100 chiếc lốp và tính được tuổi thọ trung bình là 29000 km với độ lệch chuẩn là 5000 km.

- a) Với mức ý nghĩa 0.05, cơ quan kiểm định chất lượng có bác bỏ được lời quảng cáo của nhà máy nói trên không?
- b) Với mức ý nghĩa 0.02, cơ quan kiểm định chất lượng có bác bỏ được lời quảng cáo của nhà máy nói trên không?

## Ví dụ 4

Một phương pháp ăn kiêng được quảng cáo sẽ làm giảm trọng lượng 20 kg trong vòng 6 tháng. Cơ quan kiểm định nghi ngờ lời quảng cáo trên cho nên tiến hành kiểm tra 30 người ăn kiêng theo phương pháp này và tính được lượng giảm trung bình là 15 kg với độ lệch chuẩn là 9 kg.

1. Với mức ý nghĩa 0.01, bạn hãy kiểm tra xem cơ quan kiểm định có thể kết luận lời quảng cáo trên là sai sự thật hay không?
2. Với mức ý nghĩa 0.05, bạn hãy kiểm tra xem cơ quan kiểm định có thể kết luận lời quảng cáo trên là sai sự thật hay không?



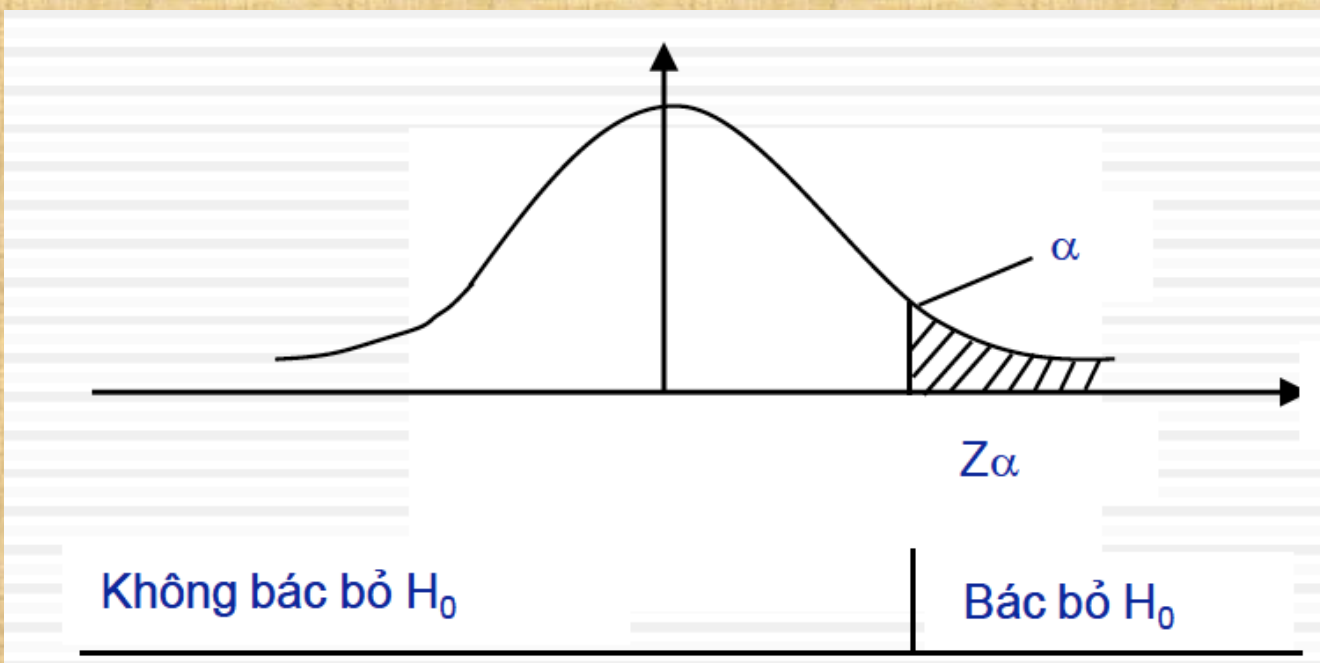
# Kiểm định giả thuyết “thay đổi lớn hơn”

$$H_0: \mu \leq \mu_0$$

$$H_a: \mu > \mu_0$$

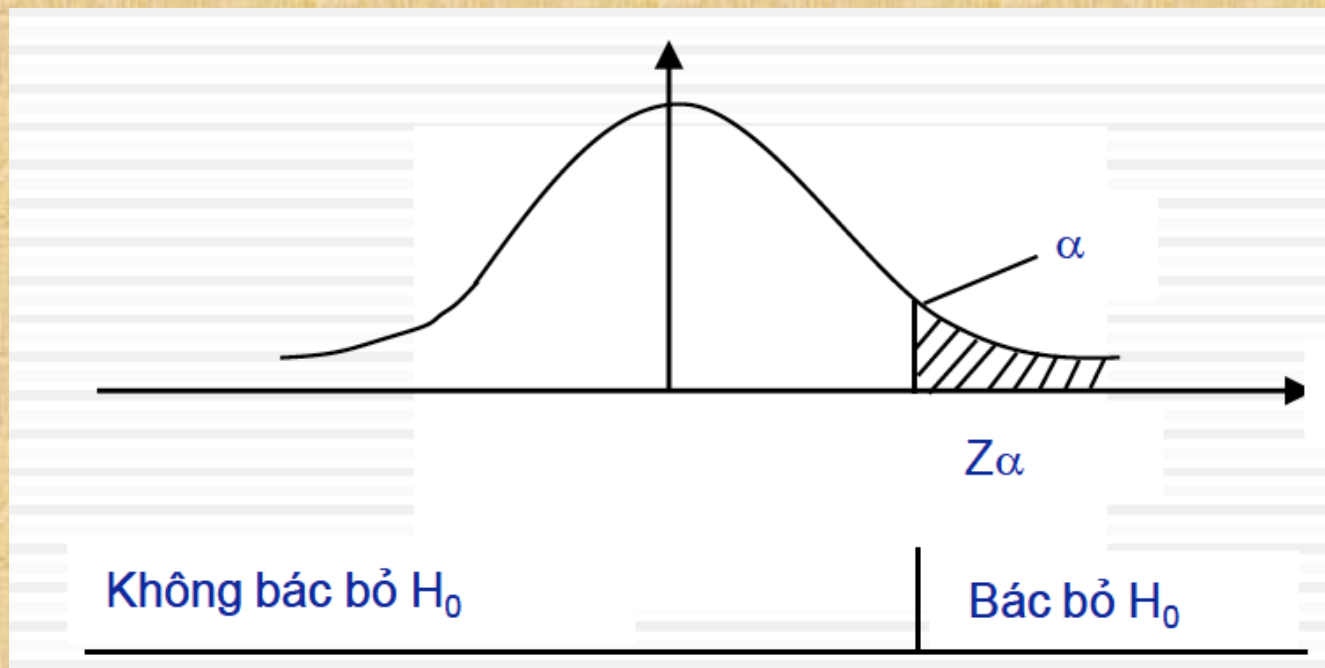
Đây thường là kiểm thử giả thuyết một số yếu tố thay đổi dẫn đến thay đổi tăng lên một thuộc tính nào đó của quần thể. **Lưu ý: Chúng ta phải bác bỏ  $H_0$  để giả thuyết  $H_a$  đúng**

Kiểm định 1 phía với  $\alpha$  là *mức ý nghĩa*. Quy tắc bác bỏ  $H_0$  như sau





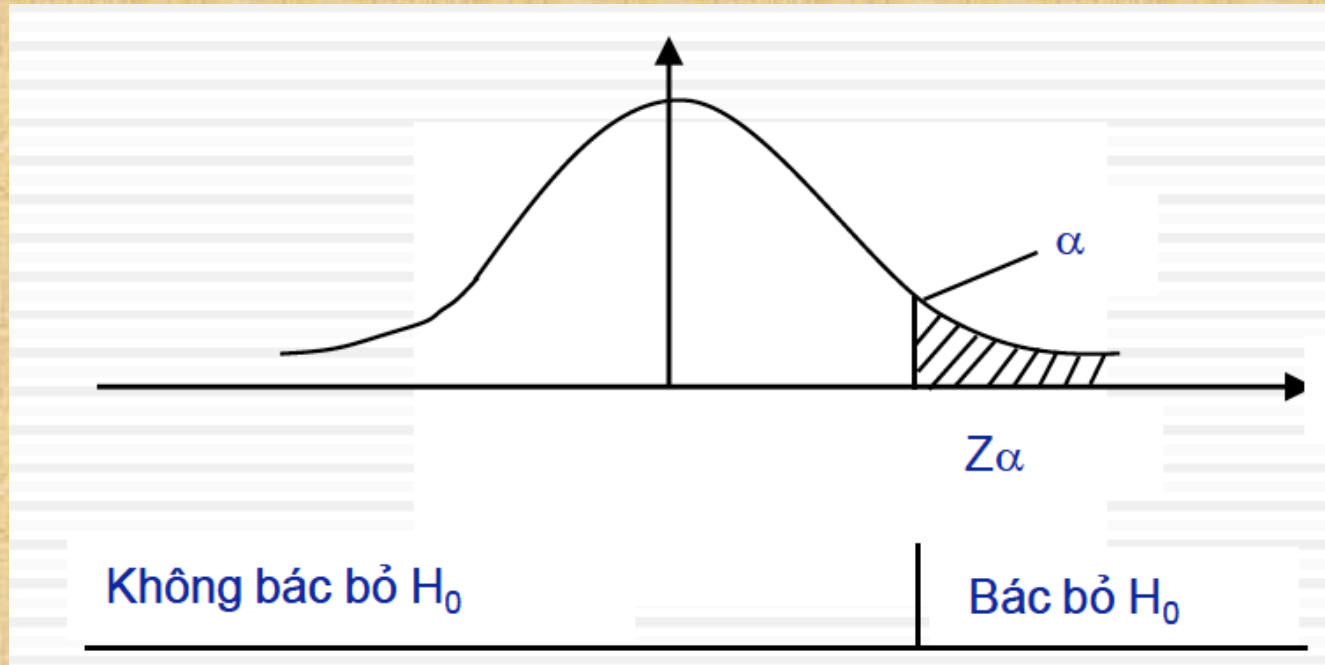
# Kiểm định giả thuyết “thay đổi lớn hơn”



Giá trị kiểm định:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

# Kiểm định giả thuyết “thay đổi lớn hơn”



So sánh giá trị kiểm định  $z$  với giá trị  $z_\alpha$ .

- Nếu  $z > z_\alpha$  thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  ( $\mu \leq \mu_0$ ) hay  **$H_a$  đúng**.
- Nếu không thì không bác bỏ giả thuyết  $H_0$ .

## Ví dụ 5

Một người nông dân sử dụng 1 loại phân bón mới cho 1 vườn táo và thu được 2716kg trên một 100 cây. Biết rằng mức trung bình khi chưa sử dụng loại phân bón mới này là 26kg/1 cây với độ lệch chuẩn là 5,2kg. Hãy kiểm định giả thuyết sản lượng của cây táo không tăng lên bởi loại phân bón này với mức ý nghĩa:

- 0.05
- 0.02
- 0.01

## Ví dụ 6

Sau khi thay đổi giám đốc mới, nhà máy sản xuất thép ghi nhận sản lượng trong 100 ngày, có trung bình và độ lệch chuẩn lần lượt là 910 tấn và 100 tấn. Hãy kiểm định giả thuyết rằng sản lượng bình quân hàng ngày của nhà máy hiện không tăng hơn so với mức sản lượng trung bình 892 tấn/ngày đã được ghi nhận cách đây 1 năm với mức ý nghĩa là 0.01, 0.02 và 0.05.

## Ví dụ 7

Một công ty có hệ thống máy tính có thể xử lý 1200 hóa đơn một giờ. Để nâng cao hiệu quả công việc, công ty nhập về một hệ thống máy tính mới. Chạy thử nghiệm 40 giờ cho thấy số hóa đơn xử lý được trung bình 1 giờ là 1260 với độ lệch chuẩn là 215.

1. Với mức ý nghĩa 5%, bạn hãy kiểm tra xem hệ thống máy tính mới không tốt hơn hệ thống máy tính cũ?
2. Với mức ý nghĩa 1%, bạn hãy kiểm tra xem hệ thống máy tính mới không tốt hơn hệ thống máy tính cũ?



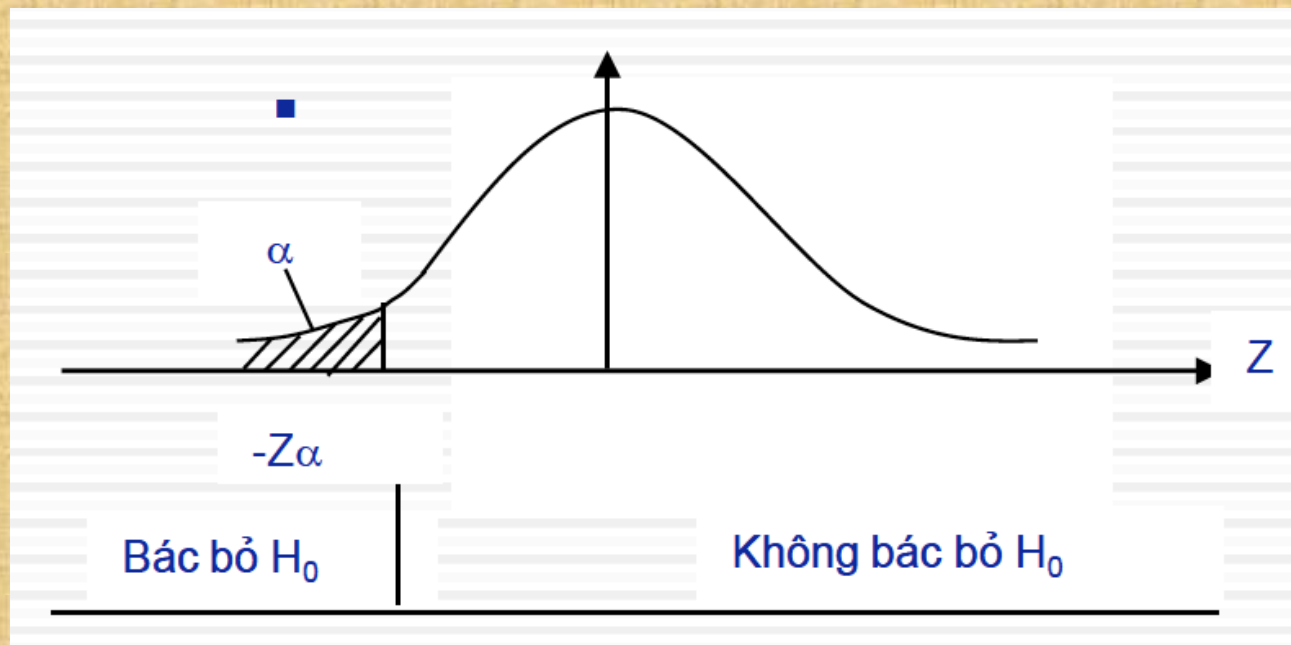
# Kiểm định giả thuyết “thay đổi nhỏ hơn”

$$H_0: \mu \geq \mu_0$$

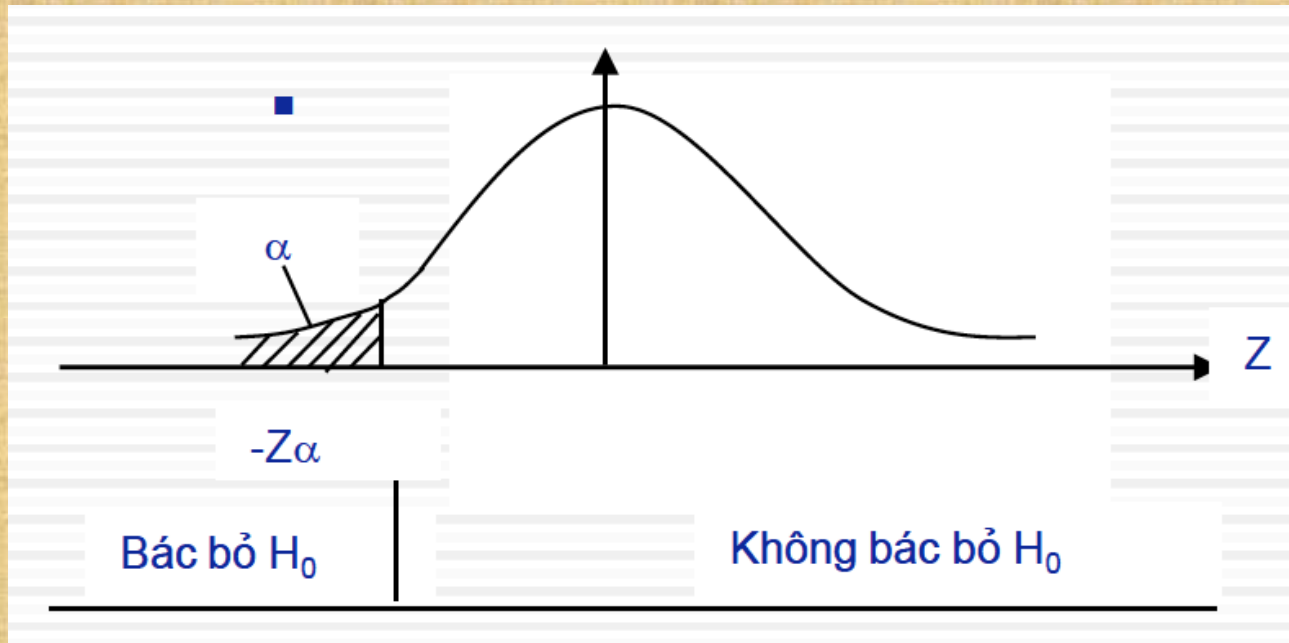
$$H_a: \mu < \mu_0$$

Đây thường là kiểm thử giả thuyết một số yếu tố thay đổi dẫn đến thay đổi nhỏ đi một thuộc tính nào đó của quần thể. **Lưu ý: Chúng ta phải bác bỏ  $H_0$  để giả thuyết  $H_a$  đúng**

Kiểm định 1 phía với  $\alpha$  là *mức ý nghĩa*. Quy tắc bác bỏ  $H_0$  như sau



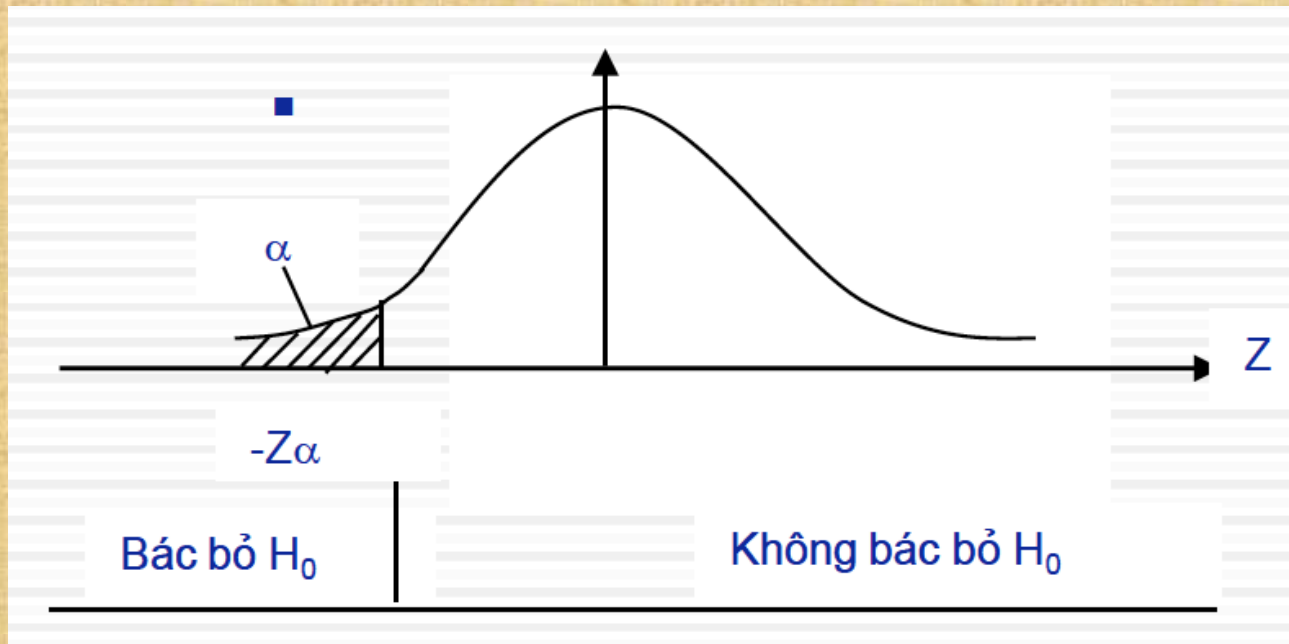
# Kiểm định giả thuyết “thay đổi nhỏ hơn”



Giá trị kiểm định:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

# Kiểm định giả thuyết “thay đổi nhỏ hơn”



So sánh giá trị kiểm định  $z$  với giá trị  $-z_\alpha$ .

- Nếu  $z < -z_\alpha$  thì bác bỏ giả thuyết  $H_0$  ( $\mu \geq \mu_0$ ), tức là  $H_a$  đúng.
- Nếu không thì không bác bỏ giả thuyết  $H_0$ .

## Ví dụ 8

Một người nông dân sử dụng 1 loại phân bón mới cho 1 vườn táo và thu được 2456kg trên một 100 cây. Biết rằng mức trung bình khi chưa sử dụng loại phân bón mới này là 26kg/1 cây với độ lệch chuẩn là 5,2kg. Hãy kiểm định giả thuyết sản lượng của cây táo không bị giảm đi do loại phân bón này với mức ý nghĩa là 0.01, 0.02 và 0.05.

## Ví dụ 9

Sau khi thay đổi giám đốc mới, nhà máy sản xuất thép ghi nhận sản lượng trong 100 ngày, có trung bình và độ lệch chuẩn của mẫu lần lượt là 860 tấn và 50 tấn. Hãy kiểm định giả thuyết rằng sản lượng bình quân hàng ngày của nhà máy hiện tại không giảm đi so với mức sản lượng trung bình 892 tấn/ngày đã được ghi nhận cách đây 1 năm với mức ý nghĩa là 0.01, 0.02, và 0.05.



# Phương sai chưa biết

- Nếu tập mẫu có kích thước lớn ( $n \geq 30$ ), phương sai của quần thể có thể được ước lượng bằng phương sai của tập mẫu.

- Nếu tập mẫu nhỏ ( $n < 30$ )

Trung bình mẫu:

$$\bar{x} = (x_1 + x_2 + \dots + x_n) / n$$

Phương sai mẫu:

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

thì  $\bar{x}$  có phân bố Student với  $(n-1)$  bậc tự do; kì vọng  $\mu$  và phương sai  $\sigma_{\bar{x}}^2 = s^2/n$ .

## Ví dụ 10

Một nhóm nghiên cứu công bố rằng trung bình một người vào siêu thị tiêu hết 140 nghìn đồng. Chọn ngẫu nhiên một nhóm 50 người mua hàng và tính trung bình họ tiêu hết 154 nghìn với độ lệch chuẩn 62 nghìn.

- a) Với mức ý nghĩa 0.05, hãy kiểm định xem công bố của nhóm nghiên cứu có đúng hay không?
- b) Với mức ý nghĩa 0.02, hãy kiểm định xem công bố của nhóm nghiên cứu có đúng hay không?
- c) Với mức ý nghĩa 0.01, hãy kiểm định xem công bố của nhóm nghiên cứu có đúng hay không?

## Ví dụ 11

Một công ty sản xuất pin quảng cáo pin của họ có tuổi thọ trung bình là 22 giờ. Cơ quan kiểm định lấy 10 chiếc pin và thu được số liệu sau đây: 19, 18, 22, 30, 16, 25, 23, 17, 24, 20.

- Với mức ý nghĩa 5%, bạn hãy kiểm tra xem có thể bác bỏ quảng cáo của công ty không?
- Với mức ý nghĩa 1%, bạn hãy kiểm tra xem có thể bác bỏ quảng cáo của công ty không?

## Ví dụ 12

Một nghiên cứu kết luận tổng sinh hoạt phí của một sinh viên ĐHCN trong một tháng là 2 triệu đồng. Để kiểm tra, bạn lấy ngẫu nhiên 16 sinh viên và tìm được trung bình mỗi tháng một sinh viên tiêu hết 2.2 triệu đồng với độ lệch chuẩn là 400 nghìn.

- Với mức ý nghĩa 5%, bạn hãy xem có thể phủ định kết luận của nghiên cứu được không?
- Với mức ý nghĩa 1%, bạn hãy xem có thể phủ định kết luận của nghiên cứu được không?



# Kiểm định giả thuyết về giá trị xác suất

Nghiên cứu một quần thể mà mỗi cá thể có thể có hoặc không có một thuộc tính A nào đó.

- $P$  là tỉ lệ cá thể có thuộc tính A trong quần thể
- $f = k/n$  là tỉ lệ (tần suất) cá thể có thuộc tính A trong mẫu nghiên cứu

*Câu hỏi: Kiểm định giả thiết liên quan đến  $p$  dựa vào tần suất  $f$ .*

**Nhắc lại:** Tần suất  $f$  là một ĐLNN có phân bố xấp xỉ phân bố chuẩn với kì vọng  $Ef = p$  và phương sai  $Df = p(1-p)/n$  với điều kiện  $np > 5$  và  $n(1-p) > 5$ .

Do không biết  $p$ , cho nên  $Df$  có thể được xấp xỉ bằng

$$Df = f(1-f)/n$$

với điều kiện  $nf > 10$  và  $n(1-f) > 10$ .



## Ví dụ 13

Một đảng chính trị **X** trong một cuộc bầu cử tổng thống Mỹ tuyên bố 45% cử tri sẽ bỏ phiếu cho ứng viên A của họ.

Chọn ngẫu nhiên 200 cử tri để thăm dò ý kiến thì thấy có 80 người trong số đó tuyên bố bỏ phiếu cho ứng viên A.

Bạn hãy kiểm định dự đoán của đảng **X** với mức ý nghĩa:

- 2%
- 5%
- 1%

## Ví dụ 14

Một công ty A sản xuất kẹo tuyên bố  $2/3$  số trẻ em thích ăn kẹo do công ty sản xuất. Bạn nghi ngờ tuyên bố trên cho nên tiến hành kiểm định lại. Bạn chọn và hỏi ngẫu nhiên 100 trẻ em, thì có 55 trẻ em thích ăn kẹo do công ty A sản xuất.

- Với mức ý nghĩa 5%, liệu bạn có thể bác bỏ quảng cáo của công ty A không?
- Với mức ý nghĩa 1%, liệu bạn có thể bác bỏ quảng cáo của công ty A không?

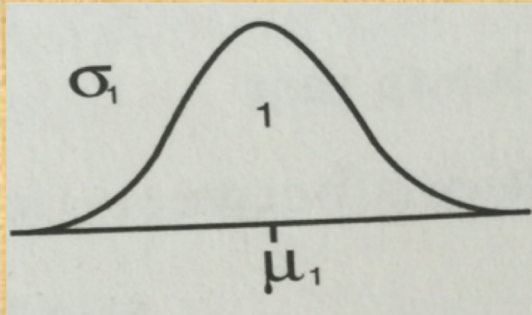
# Kiểm định giả thuyết trên hai quần thể

So sánh sự khác biệt giữa hai quần thể. Ví dụ:

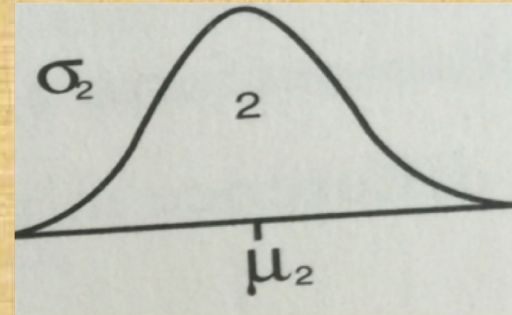
- Kiểm thử xem có sự khác biệt về điểm thi môn xác suất thống kê giữa sinh viên nữ và sinh viên nam?
- Kiểm thử xem lương của nam kỹ sư phần mềm cao hơn lương của nữ kỹ sư phần mềm?

# Kiểm định giả thuyết với 2 mẫu

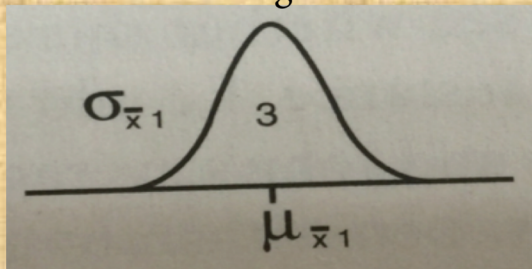
Quần thể 1



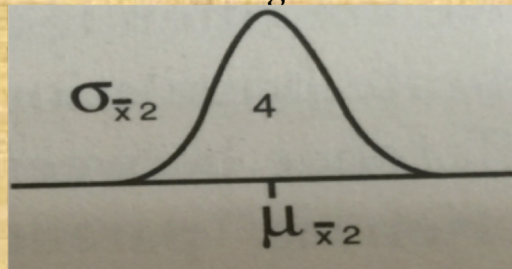
Quần thể 2



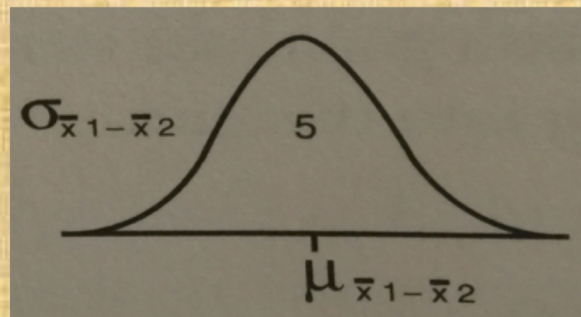
Phân bố trung bình mẫu 1



Phân bố trung bình mẫu 2



Phân bố sự khác biệt trung bình mẫu 1 và mẫu 2





# Kiểm định giả thuyết với 2 mẫu

Biến ngẫu nhiên về khác biệt giữa mẫu 1 và mẫu 2 sẽ có phân bố chuẩn với

Kì vọng:  $\mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \mu_{\bar{x}_1} - \mu_{\bar{x}_2}$

Phương sai:  $\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}^2 = \sigma_{\bar{x}_1}^2 + \sigma_{\bar{x}_2}^2 = \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}$

$$\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

- $n_1$ , và  $n_2$  là kích thước của mẫu từ quần thể 1 và quần thể 2
- $\sigma_1$  và  $\sigma_2$  là độ lệch chuẩn của quần thể 1 và quần thể 2.



# Kiểm định giả thuyết trung bình của hai quần thể khác nhau

Kiểm định giả thuyết trung bình của quần thể 1 và quần thể 2 khác nhau:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_a: \mu_1 \neq \mu_2$$

Tính giá trị kiểm định z:

$$z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)_{H_0}}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}$$

## Ví dụ 15

Quần thể	Điểm	Độ lệch chuẩn mẫu	Kích thước mẫu
Nam	6.5	0.5	50
Nữ	7.0	0.7	30

Kiểm định giả thuyết không có sự khác biệt giữa điểm của các bạn nam và các nữ với mức ý nghĩa 1% và 5%?

## Ví dụ 16

Quần thể	Lương	Độ lệch chuẩn	Kích thước mẫu
Công ty A	12t	1.5	100
Công ty B	10.5t	1.2	64

Kiểm định giả thuyết lương công ty A hơn lương công ty B với mức ý nghĩa 5% và 1 %?