

Digital Signal Processing

Chapter 5: IIR Digital Filter Design

Lưu Mạnh Hà

University of Engineering and Technology
Vietnam National University Hanoi

Giới thiệu

- ▶ Thiết kế một bộ lọc số là xây dựng một hàm truyền của một hệ thống tuyến tính bất biến rời rạc thể nào để nó đáp ứng những điều kiện của bài toán thiết kế đặt ra.
- ▶ Hàm truyền phải là nhân quả và ổn định, tức là các nghiệm cực của hàm truyền phải nằm trong vòng tròn đơn vị và đáp ứng xung của nó phải khởi đầu từ một thời điểm hữu hạn.
- ▶ Trong quá trình thiết kế các bộ lọc số IIR, người ta sử dụng các bộ lọc tương tự đã biết để thiết kế các bộ lọc số có đặc tả cần thiết kể là tương đương. Việc áp dụng kiến thức lọc tương tự là do lọc tương tự được nghiên cứu rất kỹ lưỡng trước đây.
- ▶ Môn học này chỉ đề cập đến hai họ bộ lọc tương tự phổ cập là **Butterworth** và **Chebyshev**.

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp → thông dải

Thông thấp → Triệt dải

Thông thấp → thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- ▶ Có hai phương pháp thiết kế lọc số dựa trên lọc tương tự:
 1. Thiết kế một hệ thống rời rạc sao cho đáp ứng hệ thống giống với đáp ứng của bộ lọc tương tự tương ứng (đáp ứng xung hoặc đáp ứng bậc thang đơn vị).
 2. Thiết kế một hệ thống rời rạc sao cho đáp ứng tần số của hệ thống giống với đáp ứng tần số của hệ thống tương tự tương ứng.
- ▶ Các hàm truyền của các bộ lọc số tương ứng có chứa thành phần được mô tả theo mô hình hệ thống ARMA

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_M z^{-M}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_N z^{-N}},$$

trong đó $N \geq 1$ và $N > M$. Do đó, các bộ lọc số này có chiều dài là vô hạn. Vì vậy, các phương pháp thiết kế trong chương này được gọi chung là thiết kế bộ lọc số IIR.

- ▶ Nói chung, phương pháp thiết kế theo hướng dùng bộ lọc tương tự thường bắt đầu bởi những bộ lọc thông thấp và từ đó dùng các phép biến đổi để có các bộ lọc thông dải, triệt tần và thông cao.

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Lọc tương tự

- ▶ Cho một hệ thống tương tự LTI nhân quả có đầu vào là $x(t)$ và đầu ra là $y(t)$. Gọi $X(s)$ và $Y(s)$ là biến đổi Laplace của $x(t)$ và $y(t)$. Gọi $h(t)$ là đáp ứng xung của hệ thống này, và $H(s)$ là biến đổi Laplace của $h(t)$. $H(s)$ được gọi là hàm truyền của hệ thống tương tự.
- ▶ Vì $h(t)$ là nhân quả nên

$$H(s) = \int_0^{\infty} h(t)e^{-st} dt$$

- ▶ Đầu vào và đầu ra của hệ thống liên hệ với nhau trong miền thời gian thông qua tích chập

$$y(t) = \int_0^{\infty} h(\tau)x(t - \tau)d\tau, \quad (1)$$

hay trong miền Laplace thông qua tích trực tiếp

$$Y(s) = H(s)X(s)$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- ▶ Tất cả các tính chất quan trọng của hệ thống như bất biến, nhân quả và ổn định đều được chứa đựng trong $H(s)$. Trong thực tế, hệ thống phải ổn định. Khi đó, theo biểu thức (1), kích thích hệ thống bởi tín hiệu điều hòa $e^{j\Omega t}$ sẽ cho đầu ra

$$y(t) = H(\Omega)e^{j\Omega t} \quad (2)$$

trong đó

$$H(\Omega) = H(s)|_{s=j\Omega}. \quad (3)$$

- ▶ (3) cho thấy $H(\Omega)$ là biến đổi Fourier của $h(t)$ và lúc hệ thống ổn định ta có thể suy được $H(\Omega)$ từ hàm truyền $H(s)$ bằng cách thế s bằng $j\Omega$.
- ▶ (2) cho thấy lúc hệ thống được kích thích bởi một tín hiệu điều hòa $e^{j\Omega t}$ thì hệ thống ứng xử như một bộ khuếch đại với hệ số khuếch đại là $H(\Omega)$, vì thế $H(\Omega)$ được gọi là đáp ứng tần số của hệ thống.
- ▶ Tổng quát hơn thế, lấy biến đổi Fourier hai vế của tích chập (1), ta có

$$Y(\Omega) = H(\Omega)X(\Omega). \quad (4)$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- ▶ (4) cho thấy đáp ứng tần số là độ khuếch đại trong miền tần số của hệ thống. Phổ đầu ra $Y(\Omega)$ bằng phổ đầu vào $X(\Omega)$ khuếch đại bởi $H(\Omega)$.
- ▶ Gọi $|H(\Omega)|$ và $\Phi(\Omega)$ là biên độ và pha của $H(\Omega)$. Như thế, tại tần số Ω , biên $X(\Omega)$ được khuếch đại bởi $|H(\Omega)|$ và lệch pha đi $\Phi(\Omega)$.
- ▶ Như vậy, nếu hệ thống là một bộ lọc thì $|H(\Omega)|$ làm méo biên độ của phổ và $\Phi(\Omega)$ làm méo pha của phổ tín hiệu đầu vào $X(\Omega)$.

Lọc tương tự

- Họ bộ lọc Butterworth
- Họ bộ lọc Chebyshev
- Thông thấp \rightarrow thông dải
- Thông thấp \rightarrow Triệt dải
- Thông thấp \rightarrow thông cao
- Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

- Theo đáp ứng xung
- Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

- Biến đổi song tuyến tính
- Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Đáp ứng tần số của bộ lọc lý tưởng

- ▶ Một bộ lọc không làm méo tín hiệu nếu đầu vào và đầu ra liên quan với nhau theo biểu thức sau đây:

$$y(t) = kx(t - T_0),$$

với T_0 là một giá trị thời gian làm trễ nào đó. Tức là tín hiệu được khuếch đại bởi một hằng số k và dịch trễ bởi hằng số T_0 .

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth
 Họ bộ lọc Chebyshev
 Thông thấp \rightarrow thông dải
 Thông thấp \rightarrow Triệt dải
 Thông thấp \rightarrow thông cao
 Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung
 Theo đáp ứng bậc thang

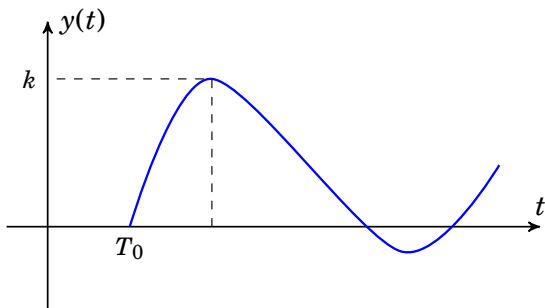
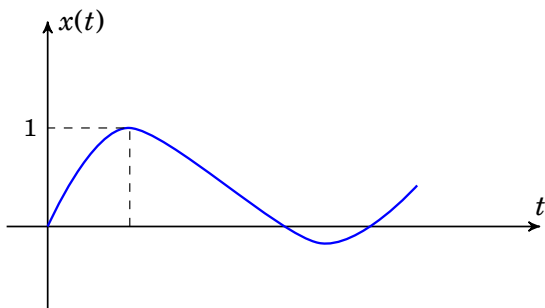
Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính
 Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao



Lọc tương tự

- Họ bộ lọc Butterworth
- Họ bộ lọc Chebychev
- Thông thấp \rightarrow thông dải
- Thông thấp \rightarrow Triệt dải
- Thông thấp \rightarrow thông cao
- Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

- Theo đáp ứng xung
- Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

- Biến đổi song tuyến tính
- Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- ▶ Trong miền tần số, mối liên hệ giữa phổ đầu vào và phổ đầu ra được cho bởi

$$Y(\Omega) = ke^{-j\Omega T_0} X(\Omega). \quad (5)$$

- ▶ So sánh (4) và (5) cho ta hàm truyền cho bộ lọc không làm méo này

$$H(\Omega) = ke^{-j\Omega T_0}.$$

Do đó, biên độ và pha của hàm truyền là

$$|H(\Omega)| = k \quad (6)$$

$$\Phi(\Omega) = -\Omega T_0 \quad (7)$$

- ▶ Một bộ lọc không làm méo tín hiệu được gọi là **bộ lọc lý tưởng**.
- ▶ Theo (6) và (7), một bộ lọc lý tưởng có biên độ đáp ứng tần số là hằng số và có pha tuyến tính.

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Thông thấp → thông dải

Thông thấp → Triệt dải

Thông thấp → thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

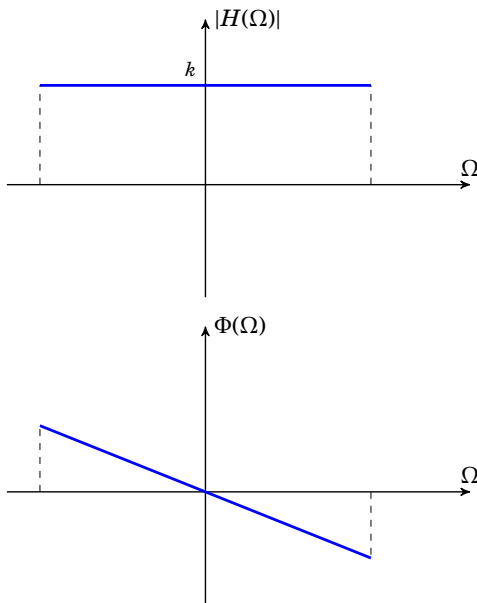
Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao



Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Đáp ứng tần số của bộ lọc thực tiễn

- ▶ Khi thiết kế bộ lọc, đáp ứng tần số biên độ không đổi và đáp ứng tần số pha tuyến tính là những đặc tính mà chúng ta cố gắng đạt được trong **dải thông tần**, hay gọi tắt là dải thông, của tín hiệu.
- ▶ Ngoài ra, trong **dải triệt tần**, hay gọi tắt là dải triệt, đáp ứng tần số của bộ lọc rất nhỏ cho nên ta không cần quan tâm đến những đặc tính lý tưởng này.
- ▶ Trong thực tiễn, lúc thiết kế bộ lọc, miền tần số được phân chia thành nhiều dải khác nhau. Để có thể thiết kế được những bộ lọc điện tử, thông thường ta cần chấp nhận một **dải tần chuyển tiếp**, còn gọi tắt là dải chuyển tiếp, để nối kết dải thông và dải triệt.

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth
 Họ bộ lọc Chebyshev
 Thông thấp → thông dải
 Thông thấp → Triệt dải
 Thông thấp → thông cao
 Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung
 Theo đáp ứng bậc thang

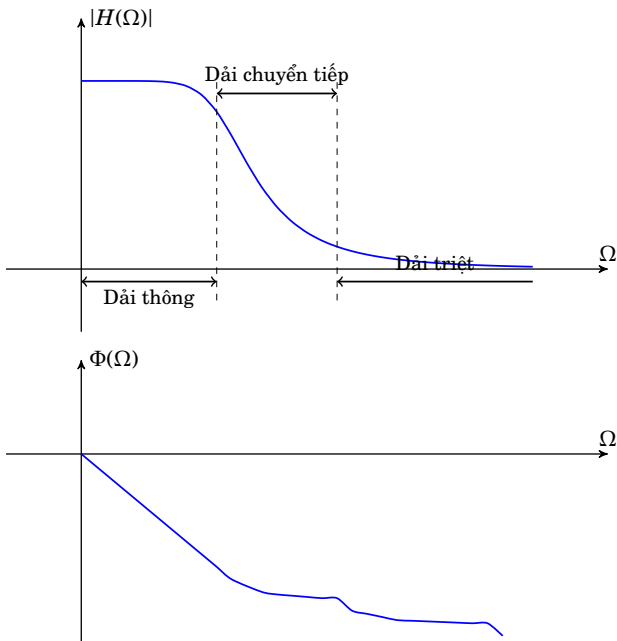
Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính
 Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao



Lọc tương tự

- Họ bộ lọc Butterworth
- Họ bộ lọc Chebychev
- Thông thấp \rightarrow thông dải
- Thông thấp \rightarrow Triệt dải
- Thông thấp \rightarrow thông cao
- Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

- Theo đáp ứng xung
- Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

- Biến đổi song tuyến tính
- Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

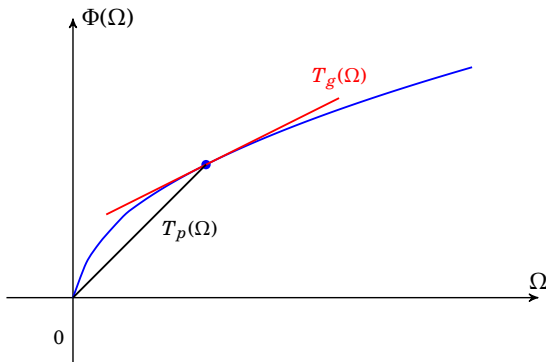
Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- Hai thông số tương đối quan trọng lúc cần phân tích độ méo của bộ lọc là **độ trễ pha** $T_p(\Omega)$ và **độ trễ nhóm** $T_g(\Omega)$ (còn gọi là độ trễ bao), được định nghĩa như sau:

$$T_p(\Omega) = -\frac{\Phi(\Omega)}{\Omega} \quad (8)$$

$$T_g(\Omega) = -\frac{d}{d\Omega}\Phi(\Omega) \quad (9)$$



Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Thông thấp → thông dải

Thông thấp → Triệt dải

Thông thấp → thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- ▶ Khái niệm độ trễ nhóm đóng vai trò quan trọng lúc một tín hiệu có dải thông hẹp được truyền qua một hệ thống thông dải. Độ trễ nhóm thể hiện độ méo mà hệ thống tác động lên tín hiệu.

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Spectral factorization

- Trong bài toán thiết kế, đặc tả của hệ thống thông qua một phép xấp xỉ nào đó sẽ được diễn tả bởi phương trình

$$A^2(\Omega) = |H(\Omega)|^2 \quad (10)$$

- Giả sử đã tìm được hàm $A^2(\Omega)$, vấn đề tiếp theo là phải xác định được hàm truyền $H(s)$ thỏa mãn (10), tức là tìm $H(s)$ thế nào để có

$$H(s)H(-s)|_{s=j\Omega} = A^2(\Omega) \quad (11)$$

- Giá trị này tập trung chủ yếu vào các hệ thống có hàm truyền là một hàm hữu tỷ. Vì $H(\Omega)$ là một hàm hữu tỷ theo Ω , cho nên

$$A^2(\Omega) = H(\Omega)H^*(\Omega) \quad (12)$$

- Như vậy, $A^2(\Omega)$ có thể xem là một hàm có biến độc lập Ω^2 . Do đó phương trình (11) có thể được đặt dưới dạng

$$H(s)H(-s) = A^2(\Omega)|_{\Omega^2 \rightarrow -s^2} \quad (13)$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- ▶ Hàm hữu tỉ $A^2(-s^2)$ chứa các hệ số thực cho nên nếu có một nghiệm không z_0 không nằm trên trục ảo hay trục thực thì cũng sẽ có ba nghiệm không khác tương ứng với nó là z_0^* , $-z_0$ và $-z_0^*$. Nếu có nghiệm không z_1 nằm trên trục thực hoặc trục ảo thì chỉ có thêm $-z_1$ là nghiệm không. Nghiệm cực cũng có tính chất này.

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth
Họ bộ lọc Chebyshev
Thông thấp \rightarrow thông dải
Thông thấp \rightarrow Triệt dải
Thông thấp \rightarrow thông cao
Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung
Theo đáp ứng bậc thang

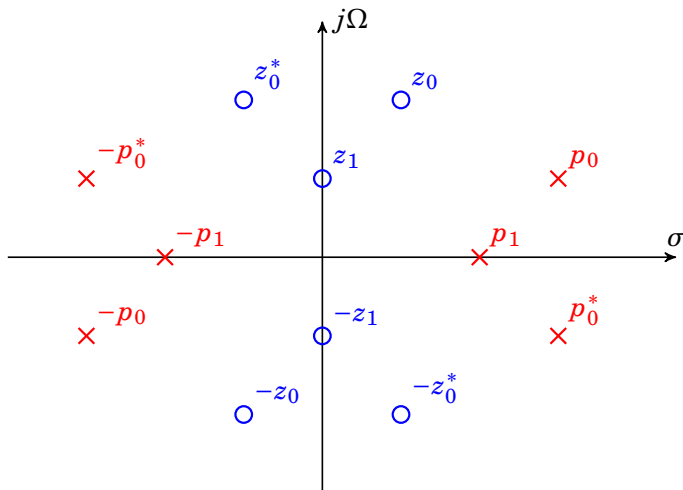
Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính
Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao



Lọc tương tự

- Họ bộ lọc Butterworth
- Họ bộ lọc Chebychev
- Thông thấp \rightarrow thông dải
- Thông thấp \rightarrow Triệt dải
- Thông thấp \rightarrow thông cao
- Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

- Theo đáp ứng xung
- Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

- Biến đổi song tuyến tính
- Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- ▶ Sau khi tính các nghiệm không và nghiệm cực của $A^2(-s^2)$, ta thấy ngay phải chọn $H(s)$ sao cho nghiệm không và nghiệm cực của nó ở nửa bên trái của mặt phẳng s , tức là $\Re\{s\} < 0$, để hệ thống này là ổn định và có **pha tối thiểu**
- ▶ Một hệ thống có biên độ cho trước có thể có nhiều pha khác nhau. Hệ thống tương ứng với pha tối thiểu được gọi là **thống pha tối thiểu** (minimum-phase systems). Điều khiển một hệ thống có pha tối thiểu dễ hơn rất nhiều so với hệ thống không có pha tối thiểu.

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Ví dụ

- ▶ Cho

$$A^2(\Omega) = \frac{25(4 - \Omega^2)^2}{(9 + \Omega^2)(16 + \Omega^2)}.$$

Tìm $H(s)$ sao cho $|H(j\Omega)|^2 = A^2(\Omega)$.

- ▶ Theo phân tích trên đây, ta có

$$H(s)H(-s) = \frac{25(4 + s^2)^2}{(9 - s^2)(16 - s^2)}$$

- ▶ Hàm này có hai nghiệm không kép ở $2j$ và $-2j$ và bốn nghiệm cực ở ± 3 và ± 4 .

Loại tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Lọc tương tự

- Họ bộ lọc Butterworth
- Họ bộ lọc Chebychev
- Thông thấp \rightarrow thông dải
- Thông thấp \rightarrow Triệt dải
- Thông thấp \rightarrow thông cao
- Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

- Theo đáp ứng xung
- Theo đáp ứng bậc thang

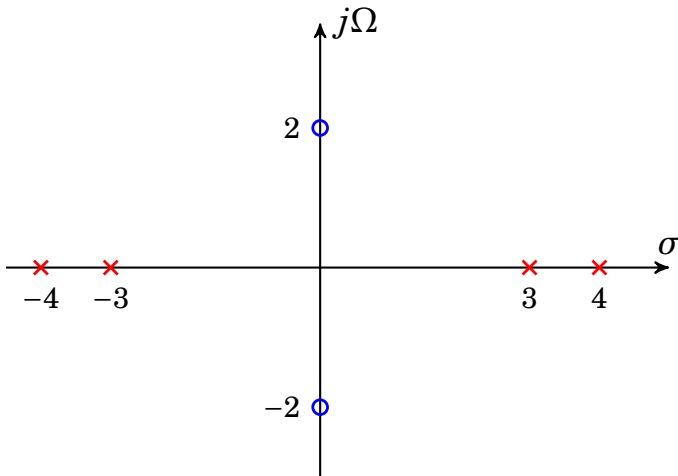
Phương pháp biến đổi song tuyến tính

- Biến đổi song tuyến tính
- Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao



- Như đã chỉ ra rằng để hệ thống là ổn định, $H(s)$ cần có nghiệm không và nghiệm cực ở nửa trái của mặt phẳng s . Do đó ta có

$$H(s) = \frac{5(s - 2j)(s + 2j)}{(s + 3)(s + 4)} = \frac{5(s^2 + 4)}{(s + 3)(s + 4)}.$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng
bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi
song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số
thông dảiThiết kế bộ lọc số triệt
dảiThiết kế bộ lọc số
thông cao

Content

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Phép biến đổi lọc thông thấp thành lọc thông dải

Phép biến đổi lọc thông thấp thành lọc triệt dải

Phép biến đổi lọc thông thấp thành lọc thông cao

Đáp ứng tần số của bộ lọc theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Họ bộ lọc Butterworth

- ▶ Loại bộ lọc thông thấp phổ biến nhất là **bộ lọc Butterworth**, cũng gọi là **bộ lọc phẳng tối đa** (maximally flat filter).
- ▶ Loại bộ lọc này có $A^2(-s^2)$ được xấp xỉ bởi biểu thức

$$A^2(\Omega) = \frac{1}{1 + (\Omega/\Omega_c)^{2n}} \quad (14)$$

trong đó n là bậc của bộ lọc và Ω_c là **tần số cắt** (cutoff frequency) (rads/s) của bộ lọc.

- ▶ Tại $\Omega = \Omega_c$, đáp ứng tần số có biên độ thấp hơn 3 dB so với biên độ cực đại $H(0)$, được xác định bởi $A^2(0)$. Khi $\Omega_c = 1$, ta gọi là **tần số cắt chuẩn hóa** (normalized cutoff frequency) và ký hiệu là Ω_r .

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

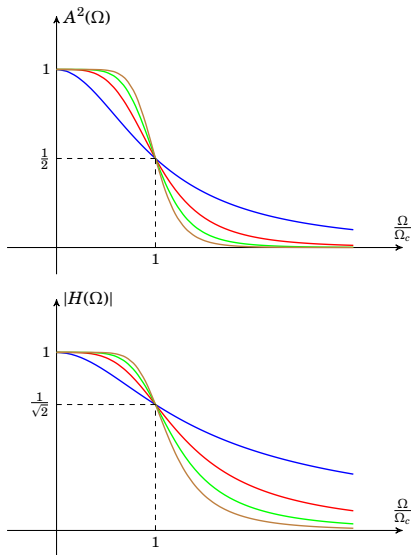
Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- $A^2(\Omega)$ và $|H(\Omega)|$ tương ứng, cho họ bộ lọc Butterworth với các bậc khác nhau và cùng $\Omega_r = 1$ rad/s.



Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- ▶ Đáp ứng tần số là một hàm suy giảm đều, có giá trị cực đại tại $\Omega = 0$ và lúc số bậc càng tăng thì đáp ứng tần số càng trở nên phẳng. Đồng thời độ suy giảm ở trong miền tần số lớn hơn tần số cắt là $6n$ dB/octave ($20n$ dB/decade)

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng
bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi
song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số
thông dảiThiết kế bộ lọc số triệt
dảiThiết kế bộ lọc số
thông cao

Xác định hàm truyền của bộ lọc Butterworth bậc 3 có tần số cắt $\Omega_c = 1$ rad/s.

- Áp dụng biểu thức (14) với bậc $n = 3$ và tần số cắt $\Omega_c = 1$, ta có

$$\begin{aligned} A^2(\Omega) &= \frac{1}{1 + (\Omega)^6} \\ &= \frac{1}{1 + (\Omega^2)^3} \end{aligned}$$

và như thế

$$\begin{aligned} A^2(\Omega)|_{\Omega^2=-s^2} &= H(s)H(-s) \\ &= \frac{1}{1 + (-s^2)^3} \\ &= \frac{1}{1 - s^6}. \end{aligned}$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

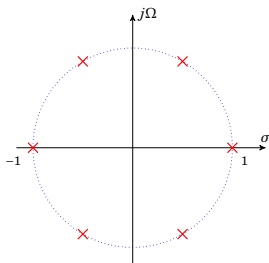
Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- Biểu thức trên đây là một hàm hữu tỷ chứa 6 nghiệm cực $s = e^{\frac{-j2\pi k}{6}}$ với $k = 0, 1, \dots, 5$.



- Ta chọn các nghiệm cực ở nửa trái mặt phẳng s cho $H(s)$, tức là các nghiệm

$$z_1 = e^{j\frac{2\pi 2}{6}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}; z_2 = e^{j\frac{2\pi 3}{6}} = -1; z_3 = e^{j\frac{2\pi 4}{6}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

- Do đó, ta có

$$H(s) = \frac{1}{(s+1)(s^2+s+1)} = \frac{1}{s^3+2s^2+2s+1}$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Đa thức Butterworth chuẩn hóa

Bảng sau cho các đa thức Butterworth chuẩn hóa cho các bậc từ 1 đến 6.

Bảng: Đa thức Butterworth

n	$1/H(s)$
1	$s + 1$
2	$s^2 + 1.4142s + 1$
3	$(s + 1)(s^2 + s + 1)$
4	$(s^2 + 0.7654s + 1)(s^2 + 1.8478s + 1)$
5	$(s + 1)(s^2 + 0.6180s + 1)(s^2 + 1.6180s + 1)$
6	$(s^2 + 0.5176s + 1)(s^2 + 1.4142s + 1)(s^2 + 1.9319s + 1)$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Content

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Phép biến đổi lọc thông thấp thành lọc thông dải

Phép biến đổi lọc thông thấp thành lọc triệt dải

Phép biến đổi lọc thông thấp thành lọc thông cao

Đáp ứng tần số của bộ lọc theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Họ bộ lọc Chebychev

- ▶ Bộ lọc Chebychev là một bộ lọc mà đáp ứng tần số có độ gợn sóng đều trong dải thông. Phép xấp xỉ này được xây dựng dựa trên các đa thức Chebychev $C_n(x)$ được xác định như sau:

$$C_n(x) = \begin{cases} \cos(n \cdot \arccos(x)) & |x| < 1, \\ \cosh(n \cdot \operatorname{arccosh}(x)) & |x| > 1, \end{cases} \quad (15)$$

trong đó n là bậc của đa thức.

- ▶ Đây là một họ các đa thức trực giao trên khoảng $(-1, 1)$, trong đó nó có độ gợn sóng đều, có giá trị cực đại là 1 và giá trị cực tiểu là -1 . $C_n(x)$ biến thiên cực nhanh lúc $x > 1$.

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- Bảng sau cho ta các đa thức Chebychev. $C_n(x)$ là một hàm chẵn lúc n chẵn và lẻ lúc n lẻ.

Bảng: Đa thức Chebychev

n	$C_n(x)$
1	x
2	$2x^2 - 1$
3	$4x^3 - 3x$
4	$8x^4 - 8x^2 + 1$
5	$15x^5 - 20x^3 + 5x$
6	$32x^6 - 48x^4 + 18x^2 - 1$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

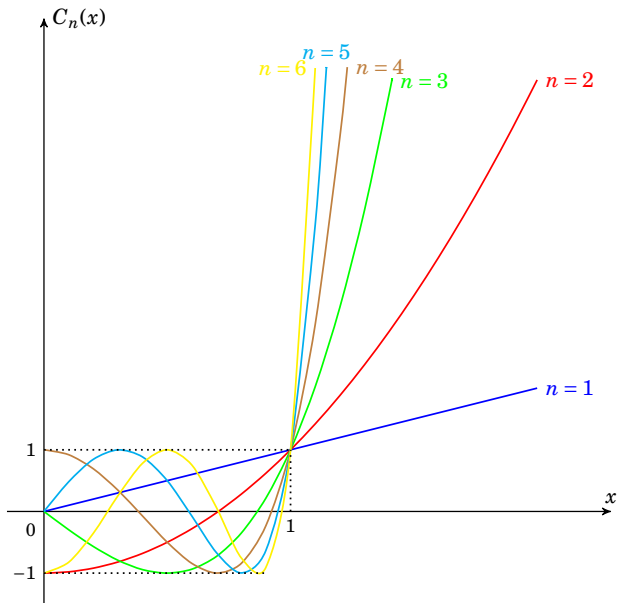
Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao



Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Thông thấp → thông dải

Thông thấp → Triệt dải

Thông thấp → thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- **Bộ lọc thông thấp Chebychev** bậc n có bình phương của đáp ứng tần số biên độ có dạng:

$$A^2(\Omega) = \frac{\alpha}{1 + \epsilon^2 C_n^2\left(\frac{\Omega}{\Omega_c}\right)} \quad (16)$$

trong đó ϵ^2 là một thông số được chọn để có độ gợn sóng thích hợp, α là một hằng số được chọn để thỏa mãn độ khuếch đại cho tín hiệu d.c. và Ω_c là tần số cắt.

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Thông thấp → thông dải

Thông thấp → Triệt dải

Thông thấp → thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

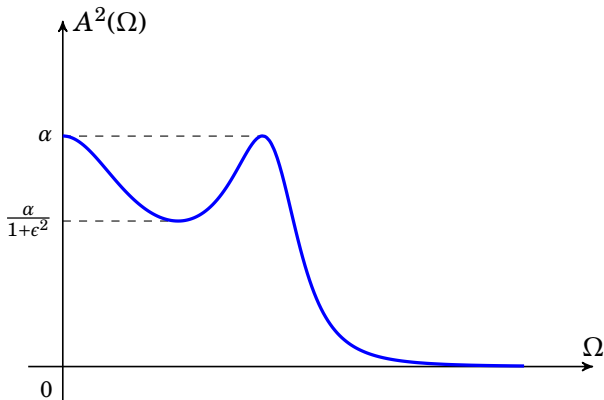
Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- ▶ Đáp ứng tần số biên độ cho $n = 3$ (n lẻ) và có độ gợn sóng 2 dB.



Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- ▶ Đáp ứng tần số biên độ của bộ lọc Chebychev có một số tính chất quan trọng như sau. Dải thông được định nghĩa là khoảng tần số trong đó độ gợn sóng dao động giữa hai giới hạn tức là từ 0 đến Ω_c . Tần số cắt Ω_c là tần số cao nhất của đáp ứng tần số mà giới hạn của độ gợn sóng được thỏa mãn. Vượt qua Ω_c , ta có dải chuyển tiếp.
- ▶ **Độ gợn sóng dải thông** (Passband ripple), ký hiệu là r và có đơn vị là dB, được định nghĩa như sau:

$$r = 10 \log_{10} \frac{A_{\max}^2}{A_{\min}^2} = 20 \log_{10} \frac{A_{\max}}{A_{\min}}$$

trong đó A_{\max} và A_{\min} là giới hạn cực đại và cực tiểu của độ gợn sóng trong dải thông.

- ▶ Phương trình (16) cho ta

$$A_{\max}^2 = \alpha,$$

$$A_{\min}^2 = \frac{\alpha}{1 + \epsilon^2}.$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- ▶ Từ đó ta suy ra

$$r = 10 \log_{10}(1 + \epsilon^2)$$

và

$$\epsilon^2 = 10^{r/10} - 1$$

- ▶ Độ triệt tại một tần số trong dải triệt sẽ tăng nếu ta tăng độ gợn sóng. Như thế, khi chọn bộ lọc Chebychev thì hiện tượng này là điều kiện trao đổi giữa chất lượng lọc trong dải triệt và độ méo trong dải thông.
- ▶ Số cực trị (cực đại hoặc cực tiểu) trong dải thông bằng bậc của bộ lọc. Tại $\Omega = 0$, $A^2(\Omega)$ đạt cực đại nếu n lẻ và cực tiểu nếu n chẵn. Nếu ta muốn có độ khuếch đại d.c. là đơn vị thì đối với bộ lọc bậc lẻ chọn $\alpha = 1$ và đối với bộ lọc bậc chẵn chọn $\alpha = 1 + \epsilon^2$. Nếu ta muốn chọn $A_{\max} = 1$ thì chọn $\alpha = 1$.

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- ▶ Tần số cắt Ω_c của bộ lọc Chebychev không có cùng tính chất như đối với bộ lọc Butterworth. Trong trường hợp bộ lọc Butterworth Ω_c là tần số cắt ở 3 dB, còn trong trường hợp Chebychev Ω_c là tần số lớn nhất thỏa mãn điều kiện gợn sóng của dải thông. Đặc tính này rất quan trọng lúc thiết kế bộ lọc Chebychev.

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc ChebychevThông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng
bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi
song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số
thông dảiThiết kế bộ lọc số triệt
dảiThiết kế bộ lọc số
thông cao

Ví dụ

Xác định hàm truyền của bộ lọc Chebychev bậc 2 có độ gợn sóng trong dải thông là 1 dB, tần số cắt là $\Omega_c = 1$ rad/s và độ khuếch đại tại d.c. là đơn vị.

- Ta có

$$\epsilon^2 = 10^{r/10} - 1 = 0,25892541.$$

- Từ bảng (Đa thức Chebyshev) và phương trình (16) ta có

$$A^2(\Omega) = \frac{1,2589254}{1,0357016\Omega^4 - 1,0357016\Omega^2 + 1,2589254}.$$

và viết theo s là

$$A^2(s) = \frac{1,2589254}{1,0357016s^4 + 1,0357016s^2 + 1,2589254}$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- Như vậy, $H(s)H(-s)$ có 4 nghiệm cực sau:

$$s_1 = -0,54886717336682 + 0,89512857959049i,$$

$$s_2 = -0,54886717336682 - 0,89512857959049i,$$

$$s_3 = 0,54886717336682 + 0,89512857959049i,$$

$$s_4 = 0,54886717336682 - 0,89512857959049i.$$

- Ta chọn 2 cực ổn định là s_1 và s_2 để xây dựng $H(s)$. Cuối cùng, ta tìm được

$$H(s) = \frac{1,1025103}{s^2 + 1,0977343s + 1,1025103}.$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng
bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi
song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số
thông dảiThiết kế bộ lọc số triệt
dảiThiết kế bộ lọc số
thông cao

Content

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Phép biến đổi lọc thông thấp thành lọc thông dải

Phép biến đổi lọc thông thấp thành lọc triệt dải

Phép biến đổi lọc thông thấp thành lọc thông cao

Đáp ứng tần số của bộ lọc theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Biến đổi lọc thông thấp thành lọc thông dải

- ▶ Sử dụng các định nghĩa sau đây:
 - ▶ p : Biến Laplace cho bộ lọc thông thấp.
 - ▶ s : Biến Laplace cho bộ lọc thông dải.
 - ▶ λ : Biến tần số tương ứng với p ($p = j\lambda$).
 - ▶ Ω : Biến tần số tương ứng với s ($s = j\Omega$).
 - ▶ $H_{lp}(p)$: Hàm truyền thông thấp.
 - ▶ $H_{bp}(s)$: Hàm truyền của bộ lọc thông dải.
 - ▶ λ_r (rads/s): Một tần số đặc biệt nào đó của bộ lọc thông thấp (thường là tần số cắt λ_c).
 - ▶ F_r (Hz): Tần số tương ứng với λ_r ($F_r = \lambda_r/2\pi$).
 - ▶ Ω_1 : Tần số cắt dưới của bộ lọc thông dải tương ứng với $-\lambda_r$ của bộ lọc thông thấp.
 - ▶ Ω_3 : Tần số cắt trên của bộ lọc thông dải tương ứng với λ_r của bộ lọc thông thấp.
 - ▶ Ω_2 : Tần số góc trung bình hình học của dải thông.
 - ▶ F_1, F_2, F_3 (Hz): Tần số của dải thông tương ứng với $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$.

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow **thông dải**

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

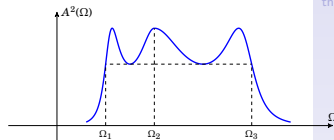
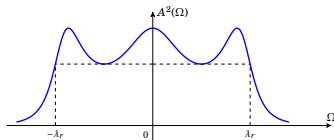
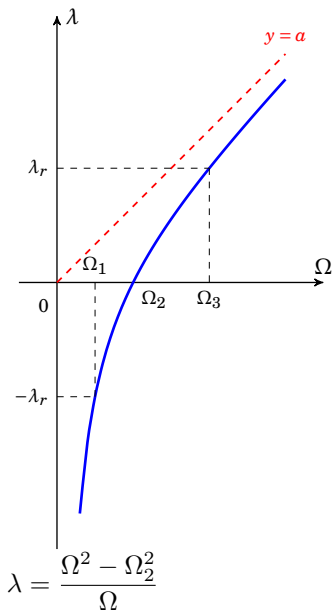
Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao



Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow **thông dải**

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- Mối liên hệ giữa các thông số

$$F_r = \frac{F_3^2 - F_2^2}{F_3}, \quad -F_r = \frac{F_1^2 - F_2^2}{F_1}$$

- Do đó

$$F_2 = \sqrt{F_1 F_3} \quad (20)$$

và

$$B = F_3 - F_1 = F_r \quad (21)$$

- Thông số B là dải thông của bộ lọc thông dải, là một thông số quan trọng trong quá trình thiết kế. Như vậy, muốn thiết kế một bộ lọc thông dải thông qua một bộ lọc thông thấp, phải chọn các thông số của bộ lọc thông thấp tương ứng với các thông số của bộ lọc thông dải cần phải thiết kế.

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp → thông dải

Thông thấp → Triệt dải

Thông thấp → thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Algorithm 1 Thiết kế bộ lọc thông dải

- 1: Các thông số đặc trưng của dải thông là các tần số cắt F_1 và F_3 . Từ đó ta suy ra dải thông $B = F_3 - F_1$ và tần số trung bình hình học $F_2 = \sqrt{F_1 F_3}$.
 - 2: Chọn bộ lọc thông thấp có những đặc tả mong muốn và đặc biệt là có tần số cắt $F_r = B$.
 - 3: Từ hàm truyền $H_{lp}(p)$ của bộ lọc thông thấp, thế p theo (17), ta suy ra hàm truyền của bộ lọc thông dải tương ứng $H_{bp}(s)$.
-

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Thiết kế một bộ lọc thông dải loại Butterworth có 4 nghiệm cực với tần số trung bình hình học là 1 KHz và dải thông 3 dB là 200 Hz.

- Bởi vì bộ lọc thông dải là bậc 4, bộ lọc thông thấp sẽ có bậc là 2 và hàm truyền chuẩn hóa ($\lambda_r = 1$) là

$$H_{lp}(p) = \frac{1}{p^2 + 1,4142136p + 1}.$$

- Biết bộ lọc thông thấp có tần số cắt là 200 Hz, hàm truyền của nó có thể suy ra từ $H_{lp}(p)$ bằng cách thế p bởi $\frac{p}{2\pi \times 200}$ để có

$$H_{lp}(p) = \frac{1,5791367 \times 10^6}{p^2 + 1,7771532 \times 10^3 p + 1,5791367 \times 10^6}.$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp → thông dải

Thông thấp → Trật dải

Thông thấp → thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số trật dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- Biết rằng $\Omega_2 = 2\pi \times 10^3$, phép biến đổi thông thấp thành thông dải là

$$p = \frac{s^2 + 3,9478418 \times 10^7}{s}$$

và hàm truyền của bộ lọc thông dải là

$$H_{bp}(s) = \frac{1,5791367 \times 10^6 s^2}{B(s)},$$

với

$$B(s) = s^4 + 1,7771532s^3 + 8,535973 \times 10^7 s^2 + 7,0159197 \times 10^{10} s + 1,5585455 \times 10^{15}.$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp → thông dải

Thông thấp → Triệt dải

Thông thấp → thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Content

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Phép biến đổi lọc thông thấp thành lọc thông dải

Phép biến đổi lọc thông thấp thành lọc triệt dải

Phép biến đổi lọc thông thấp thành lọc thông cao

Đáp ứng tần số của bộ lọc theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Biến đổi lọc thông thấp thành lọc triệt dải

- ▶ Phép biến đổi từ thông thấp sang triệt dải

$$p = \frac{\Omega_2^2 s}{s^2 + \Omega_2^2} \quad (22)$$

- ▶ Thế $s = j\Omega$ và $p = j\lambda$ cho

$$\lambda = \frac{\Omega_2^2 \Omega}{\Omega_2^2 - \Omega^2} \quad (23)$$

hoặc

$$\frac{\lambda}{2\pi} = \frac{F_2^2 F}{F_2^2 - F^2} \quad (24)$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp → thông dải

Thông thấp → Triệt dải

Thông thấp → thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

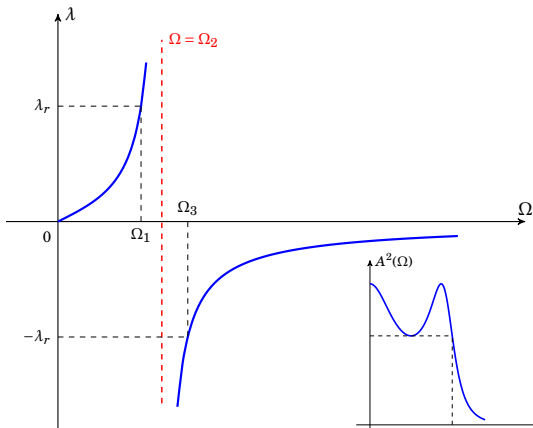
Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao



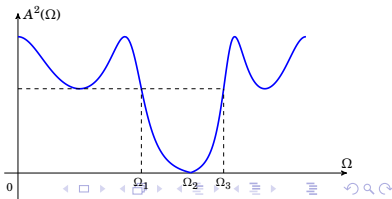
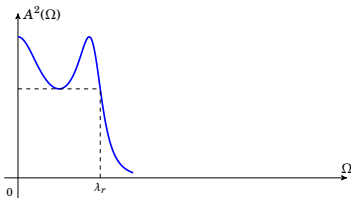
$$\lambda = \frac{\Omega_2^2 \Omega}{\Omega_2^2 - \Omega^2}$$

$$\lambda = 0 \rightarrow \Omega = \{0, \infty\}$$

$$\lambda = \pm \infty \rightarrow \Omega = \Omega_2$$

$$\lambda = \lambda_r \rightarrow \Omega = \Omega_1$$

$$\lambda = -\lambda_r \rightarrow \Omega = \Omega_3$$



- Ta có thể suy ra

$$F_2 = \sqrt{F_1 F_3} \quad (25)$$

và

$$B = F_3 - F_1 = \frac{F_2^2}{F_r} = \frac{F_1 F_3}{F_r} \quad (26)$$

Ta thấy, biểu thức (25) hoàn toàn giống như phép biến đổi từ thông thấp sang thông dải, nhưng khác ở chỗ dải triệt B lại tỷ lệ nghịch với F_r .

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Algorithm 2 Thiết kế bộ lọc triệt dải

- 1: Xác định hàm truyền của bộ lọc thông thấp $H_{lp}(p)$ trong đó dải thông F_r là tỉ lệ nghịch với dải thông B của bộ lọc triệt dải ta muốn thiết kế (xem (26)).
 - 2: Xây dựng hàm truyền của bộ lọc triệt dải $H_{bl}(s)$ bằng cách thế p của bộ lọc thông thấp bởi (22). Thông thường, nếu bộ lọc thông thấp có bậc k thì bộ lọc triệt dải sẽ có bậc là $2k$. Nếu những nghiệm không của bộ lọc thông thấp đều nằm ở ∞ thì bộ lọc triệt dải sẽ có $2k$ nghiệm không trên trục $j\Omega$ tương ứng với k cặp nghiệm thuần ảo liên hợp.
-

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Ví dụ

- ▶ Xác định hàm truyền của một bộ lọc triệt dải có các đặc tả sau đây: 4 nghiệm cực, dạng Butterworth, tần số trung tâm hình học của dải triệt là 1 KHz và dải triệt 3 dB là 200 Hz.

-
- ▶ Bộ lọc thông thấp tương ứng là bộ lọc Butterworth bậc 2 của ví dụ trước. Phương trình (25) và(26) cho ta

$$F_r = \frac{F_1 F_3}{B} = \frac{(10^3)^2}{200} = 5 \times 10^3.$$

- ▶ Như vậy, hàm truyền của bộ lọc thông thấp phải được điều chỉnh thông số thế nào để tần số cắt 3 dB là 5×10^3 Hz.
- ▶ Để thực hiện điều kiện này, ta chỉ cần thế p bởi $\frac{p}{2\pi \times 5 \times 10^3}$.
- ▶ Hàm truyền của bộ lọc thông thấp sẽ là

$$H_{lp}(p) = \frac{9,8696044 \times 10^8}{p^2 + 4,4428829 \times 10^4 p + 9,8696044 \times 10^8}$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải**Thông thấp \rightarrow Triệt dải**Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

▶ Với phép biến đổi

$$p = \frac{3,9478418 \times 10^7 s}{s^2 + 3,9478418 \times 10^7},$$

ta suy ra hàm truyền của bộ lọc triệt dải là

$$H_{bs}(s) = \frac{(s^2 + 3,9478418 \times 10^7)^2}{B(s)}$$

trong đó

$$B(s) = s^4 + 1,7771532 \times 10^3 s^3 + 8,0535973 \times 10^7 s^2 + 7,0159196 \times 10^{10} s + 1,5585455 \times 10^{15}.$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp → thông dải

Thông thấp → **Triệt dải**

Thông thấp → thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng
bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi
song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số
thông dảiThiết kế bộ lọc số triệt
dảiThiết kế bộ lọc số
thông cao

Content

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Phép biến đổi lọc thông thấp thành lọc thông dải

Phép biến đổi lọc thông thấp thành lọc triệt dải

Phép biến đổi lọc thông thấp thành lọc thông cao

Đáp ứng tần số của bộ lọc theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Biến đổi lọc thông thấp thành lọc thông cao

- ▶ Phép biến đổi

$$p = \frac{\lambda_r \Omega_r}{s} \quad (27)$$

- ▶ Trong miền tần số

$$\lambda = -\frac{\lambda_r \Omega_r}{\Omega} \quad (28)$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Thông thấp → thông dải

Thông thấp → Triệt dải

Thông thấp → thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

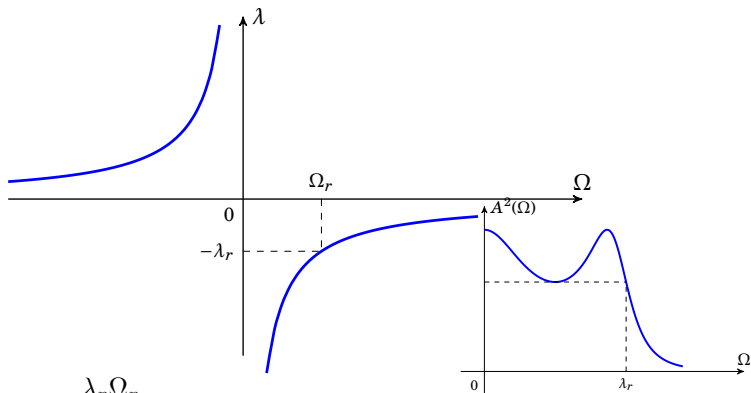
Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

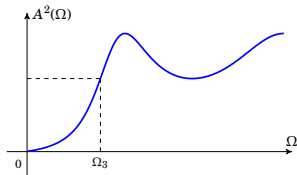


$$\lambda = -\frac{\lambda_r \Omega_r}{\Omega}$$

$$\lambda = 0 \rightarrow \Omega = \infty$$

$$\lambda = \infty \rightarrow \Omega = 0$$

$$\lambda = -\lambda_r \rightarrow \Omega = \Omega_r$$



Algorithm 3 Thiết kế bộ lọc thông cao

- 1: Xác định hàm truyền của bộ lọc thông thấp $H_{lp}(p)$ và chỉ định tần số cắt thông thấp λ_r tương ứng với tần số cắt thông cao Ω_r .
 - 2: Dùng phép biến đổi (27) để suy ra hàm truyền $H_{hp}(s)$ của bộ lọc thông cao. Thông thường, $H_{hp}(s)$ có cùng bậc với $H_{lp}(p)$ tương ứng. Nếu tất cả nghiệm 0 của $H_{lp}(p)$ đều nằm ở ∞ thì tất cả nghiệm 0 của $H_{hp}(s)$ nằm ở gốc. Như thế, ở vùng tần số thấp, độ dốc của đáp ứng tần số biên độ là vào khoảng $6n$ dB/octave.
-

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Xác định hàm truyền của một bộ lọc thông cao loại Butterworth có 3 nghiệm cực và có tần số cắt 3 dB là 100 Hz.

- ▶ Theo công thức chuyển đổi từ LPF sang HPF,

$$\lambda_r = \Omega_r = 2\pi \times 100$$

- ▶ Theo bảng, bộ lọc thông thấp Butterworth bậc 3 với tần số cắt chuẩn hóa $\lambda_r = 1$ rad/s có hàm truyền là

$$H_{lp}(p) = \frac{1}{p^3 + 2p^2 + 2p + 1}. \quad (29)$$

- ▶ Hàm truyền của bộ lọc thông thấp có tần số cắt

$$\lambda_r = 2\pi \times 100 \text{ rad/s là}$$

$$H_{lp}\left(\frac{p}{2\pi \times 100}\right) = \frac{1}{\left(\frac{p}{2\pi \times 100}\right)^3 + 2\left(\frac{p}{2\pi \times 100}\right)^2 + 2\left(\frac{p}{2\pi \times 100}\right) + 1} \quad (30)$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- Hàm truyền của lọc thông cao được chuyển từ hàm truyền của lọc thông thấp theo công thức chuyển đổi

$$p = \frac{\lambda_r \Omega_r}{s} = \frac{2\pi \times 100 \times 2\pi \times 100}{s} \quad (31)$$

- Thế (31) vào (30), suy ra hàm truyền của bộ lọc thông cao là

$$H_{hp}(s) = \frac{s^3}{s^3 + 1.2566371 \times 10^3 s^2 + 7.8956835 \times 10^5 s + 2.4805021 \times 10^8}$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp → thông dải

Thông thấp → Triệt dải

Thông thấp → thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng
bất biến

Thay đáp ứng xung

theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi
song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số
thông dảiThiết kế bộ lọc số triệt
dảiThiết kế bộ lọc số
thông cao

Content

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Phép biến đổi lọc thông thấp thành lọc thông dải

Phép biến đổi lọc thông thấp thành lọc triệt dải

Phép biến đổi lọc thông thấp thành lọc thông cao

Đáp ứng tần số của bộ lọc theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Đáp ứng tần số của bộ lọc theo bậc

- ▶ Trong phương pháp thiết kế bộ lọc, trong một số trường hợp độ suy giảm phải bảo đảm mục tiêu tại một tần số nào đó.
- ▶ Để thỏa mãn, cần biết cách chọn bậc của bộ lọc thích ứng để có thể xác định nhanh chóng thông số các bộ lọc là biểu diễn đáp ứng tần số biên độ trong miền triệt dải của các họ bộ lọc ta quan tâm.
- ▶ Thông thường ta quan tâm họ bộ lọc Butterworth hoặc họ bộ lọc Chebyshev với các độ gợn sóng 0.1, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5 và 3 dB.

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp → thông dải

Thông thấp → Triệt dải

Thông thấp → thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

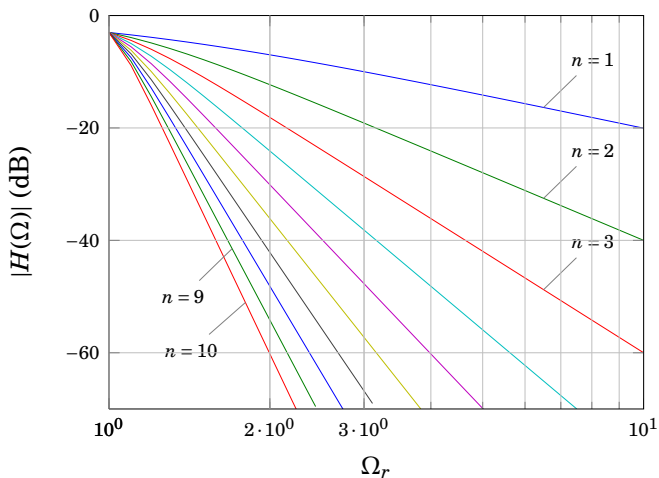
Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Bộ lọc Butterworth với n nghiệm cực



Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

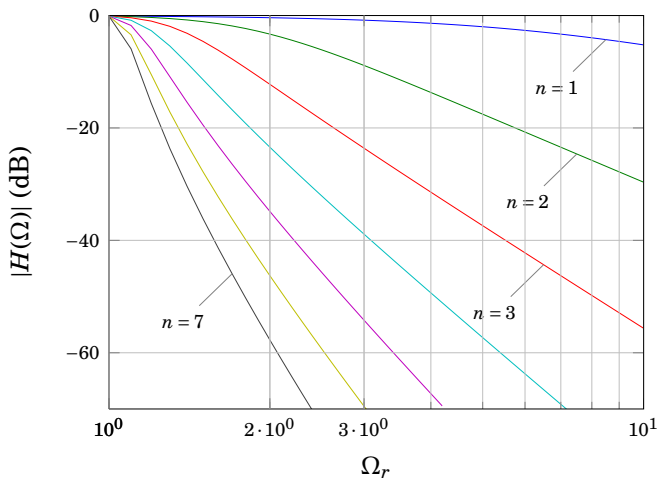
Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Bộ lọc Chebyshev với gợn sóng 0.1 dB



Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

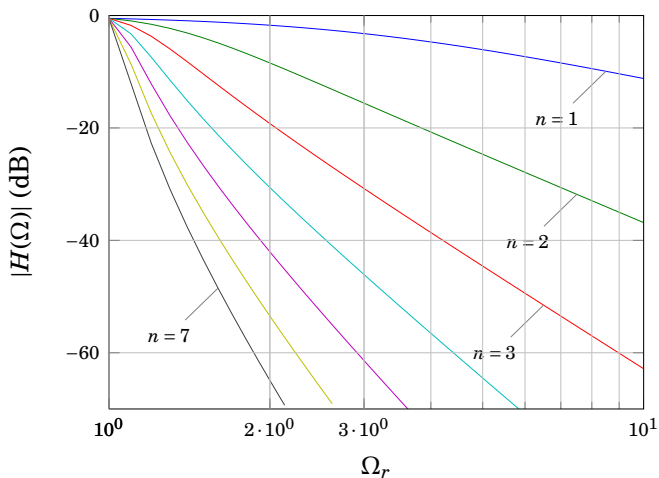
Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Bộ lọc Chebyshev với gợn sóng 0.5 dB



Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

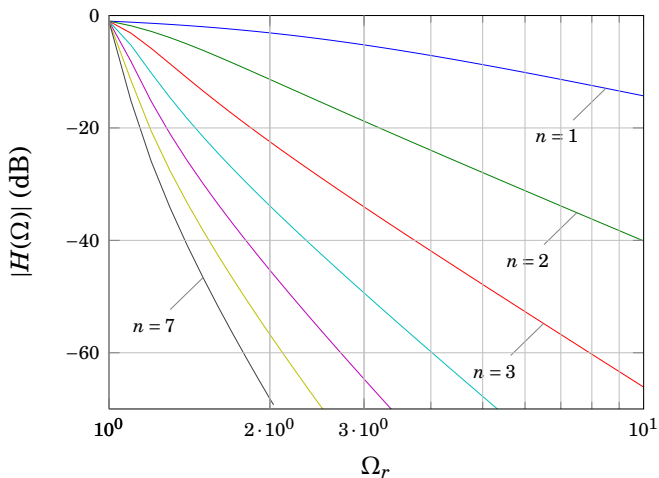
Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Bộ lọc Chebyshev với gợn sóng 1 dB



Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

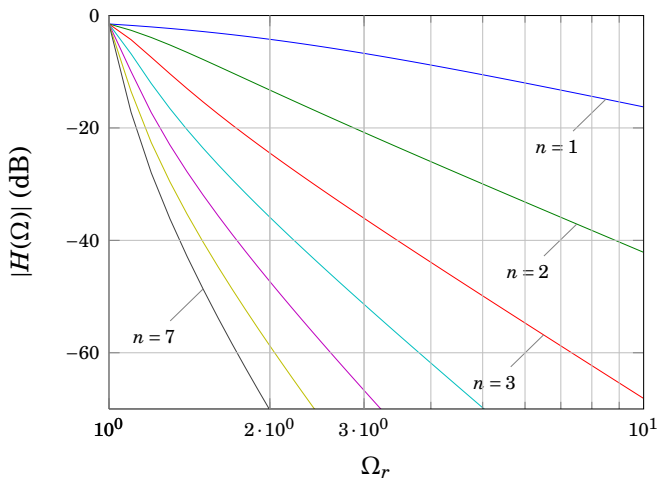
Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Bộ lọc Chebyshev với gợn sóng 1.5 dB



Lọc tương tự

- Họ bộ lọc Butterworth
- Họ bộ lọc Chebyshev
- Thông thấp \rightarrow thông dải
- Thông thấp \rightarrow Triệt dải
- Thông thấp \rightarrow thông cao
- Đáp ứng tần số theo bậc**

Phương pháp đáp ứng bất biến

- Theo đáp ứng xung
- Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

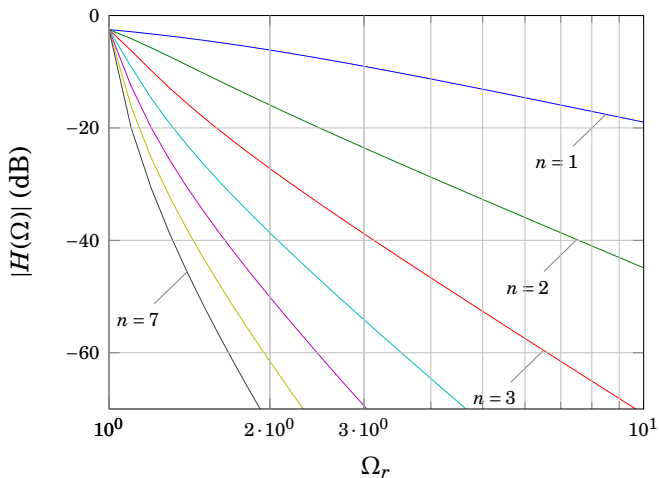
- Biến đổi song tuyến tính
- Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Bộ lọc Chebyshev với gợn sóng 2.5 dB



Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

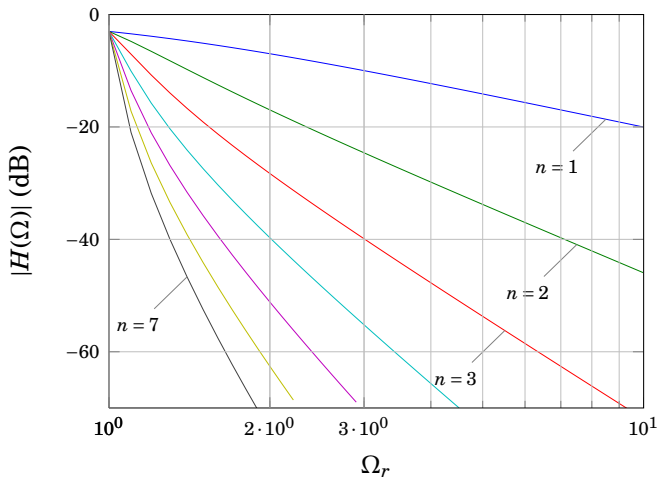
Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Bộ lọc Chebyshev với gợn sóng 3 dB



Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Đáp ứng tần số của bộ lọc theo bậc

- ▶ Những đồ thị này cho thấy độ suy giảm của đáp ứng tần số biên độ trong dải triết tức là từ tần số cắt chuẩn hóa bằng 1 trở đi.
- ▶ Số trị cực tương ứng với bậc của bộ lọc thông thấp mà ta sử dụng cho quá trình thiết kế.
- ▶ Như thế các đồ thị tương ứng với Butterworth và Chebyshev có gợn sóng 3 dB sẽ bắt đầu ở 3 dB thấp hơn trị cực đại của đáp ứng tần số ở tần số chuẩn hóa 1.
- ▶ Nếu họ Butterworth và Chebyshev có bậc lẻ, ta sẽ không gặp khó khăn gì vì trị cực đại xuất hiện ở tần số d.c. Mặt khác họ Chebyshev bậc chẵn thì trị cực đại của đáp ứng tần số biên độ không xuất hiện ở tần số d.c. Và trong trường hợp này thì đơn vị dB là so sánh với trị ở tần số cực đại chứ không phải trị ở tần số d.c. Vì vậy ta cần chú ý lúc thiết kế nếu ta chọn đáp ứng tần số ở d.c. là 0 dB thì trong một số tình huống ngay trong dải thông đáp ứng tần số cao hơn 0 dB.

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp → thông dải

Thông thấp → Triệt dải

Thông thấp → thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

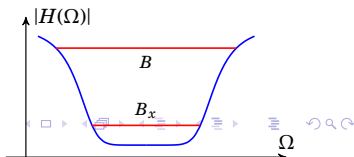
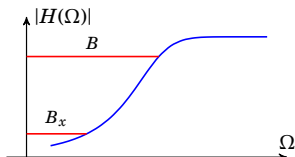
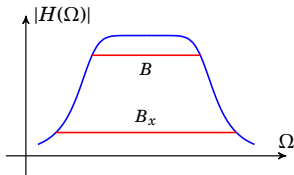
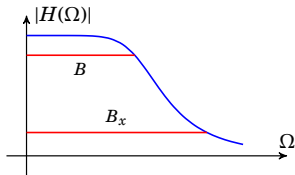
Thiết kế bộ lọc số triết dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- ▶ Trục hoành của các đồ thị có tên là tần số chuẩn hóa có thể được cắt nghĩa theo các cách khác nhau phụ thuộc vào bộ lọc ta chọn lựa.
- ▶ B là thông số của độ thông dải được định nghĩa cho từng loại bộ lọc, B_x là một dải thông nào đó mà ta muốn có độ suy giảm chọn trước. Tần số chuẩn hóa là

$$NF = \frac{B_x}{B}, \quad \text{đối với thông thấp và thông dải} \quad (32)$$

$$NF = \frac{B}{B_x}, \quad \text{đối với thông cao và triệt dải} \quad (33)$$



Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp → thông dải

Thông thấp → Triệt dải

Thông thấp → thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Một bộ lọc thông thấp có các đặc trưng sau

a) Đáp ứng tần số biên độ không được biến thiên quá 3 dB từ 0 đến 5 kHz.

b) Độ suy giảm lớn hơn 23 dB với những tần số lớn hơn 10 kHz.

Chúng ta xác định số nghiệm cực tối thiểu nếu ta chọn bộ lọc Butterworth hoặc chọn bộ lọc Chebyshev.

-
- Ta có thể trực tiếp dùng công thức để tính, nhưng thuận tiện nhất là sử dụng các đồ thị đã vẽ trước (xem các slide từ 64 đến slide 70).

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp → thông dải

Thông thấp → Triệt dải

Thông thấp → thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

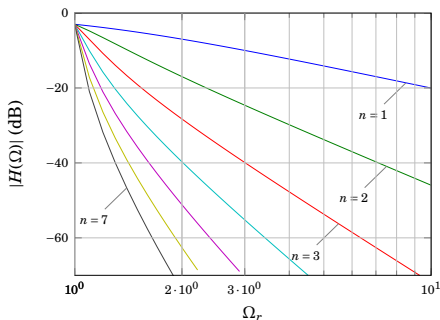
Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- ▶ Với bộ lọc Chebyshev: chọn loại bộ lọc có độ gợn sóng 3 dB.



Từ đồ thị, ta thấy tại tần số chuẩn hóa $NF = 2$ thì bộ lọc bậc 3 có độ suy giảm lớn hơn 28 dB, tức 5 dB lớn hơn cần thiết.

Lọc tương tự

- Họ bộ lọc Butterworth
- Họ bộ lọc Chebyshev
- Thông thấp → thông dải
- Thông thấp → Triệt dải
- Thông thấp → thông cao
- Đáp ứng tần số theo bậc**

Phương pháp đáp ứng bất biến

- Theo đáp ứng xung
- Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

- Biến đổi song tuyến tính
- Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- ▶ Đối với ví dụ này, ta thấy có thể một bộ lọc Butterworth bậc 4 hoặc một bộ lọc Chebyshev bậc 3 có gợn sóng 3 dB sẽ thỏa mãn điều kiện thiết kế. Trong cả hai trường hợp thì độ suy giảm trong dải triệt đều lớn hơn cần thiết nếu tần số cắt 3 dB là 10 kHz. Chú ý là độ suy giảm của bộ lọc Chebyshev ở đây vượt qua khá nhiều yêu cầu thiết kế. Có thể sử dụng Chebyshev bậc 3 với độ gợn sóng nhỏ hơn 3 dB mà vẫn có thể thỏa các đặc tả.

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp → thông dải

Thông thấp → Triệt dải

Thông thấp → thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

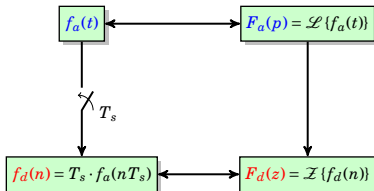
Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Phương pháp đáp ứng bất biến

- ▶ Dựa trên mối liên hệ giữa biến đổi Laplace của một tín hiệu tương tự và biến đổi Z của tín hiệu rời rạc tương ứng.
- ▶ Cho tín hiệu tương tự $f_a(t)$. Rời rạc hóa với chu kỳ lấy mẫu T_s để được tín hiệu rời rạc $f_d(n) = T_s f_a(nT_s)$. Hệ số nhân T_s nhằm bảo đảm các phổ của tín hiệu liên tục và rời rạc là giống nhau trong dải tần ta quan tâm (xem lại trong Chương 2).
- ▶ Mô tả lấy mẫu $f_a(t)$



$$\mathcal{Z}\{f_d(n)\} = \mathcal{Z}_{T_s}\{\mathcal{L}^{-1}[F_a(p)]\} \quad (34)$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

$F_a(p)$ có nghiệm cực đơn

- ▶ Giả sử $f_a(t)$ là một tín hiệu hàm mũ, được cho bởi

$$f_a(t) = e^{\alpha t} u(t). \quad (35)$$

- ▶ Biến đổi Laplace của $f_a(t)$ cho ta

$$F_a(p) = \frac{1}{p - \alpha}. \quad (36)$$

- ▶ Như vậy, $F_a(p)$ có bậc 1 và có một nghiệm cực đơn là α .
- ▶ Ta lấy mẫu $f_a(t)$ để có tín hiệu rời rạc

$$f_d(n) = T_s e^{\alpha n T_s} u(n), \quad (37)$$

- ▶ từ đó có biến đổi \mathcal{Z} của $f_d(n)$ là

$$F_d(z) = \frac{T_s}{1 - e^{\alpha T_s} z^{-1}}. \quad (38)$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

$F_a(p)$ có cặp nghiệm cực phức liên hợp

- ▶ Thông thường, các tín hiệu $f_a(t)$ mà ta quan tâm ở đây đều là tín hiệu thực. Vì thế trong trường hợp $F_a(p)$ có một nghiệm cực phức là α thì nó còn có thêm một nghiệm cực phức liên hợp là α^* . Hai thành phần đơn tương ứng với α và α^* cho ta một thành phần bậc 2 với các hệ số thực.
- ▶ Do đó, $F_a(p)$ sẽ có dạng

$$F_a(p) = \frac{ap + b}{p^2 + cp + d}. \quad (39)$$

- ▶ Đặt $\sigma = c/2$ và $\Omega_0 = \sqrt{d - c^2/4}$, ta suy ra

$$F_d(z) = T_s \frac{a - e^{-\sigma T_s} \left[a \cos(\Omega_0 T_s) + \frac{a\sigma - b}{\Omega_0} \sin(\Omega_0 T_s) \right] z^{-1}}{1 - 2e^{-\sigma T_s} \cos(\Omega_0 T_s) z^{-1} + e^{-2\sigma T_s} z^{-2}} \quad (40)$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- ▶ Trong thực tiễn, dạng tổng quát nhất của $f_a(t)$ là hàm mũ hoặc hàm dao động với suy hao mũ, như thế $F_a(p)$ có thể phân tích thành các phần tử đơn bậc 1 hoặc bậc 2.
- ▶ Các công thức (36) và (39) trong lĩnh vực tương tự trở thành các công thức (38) và (40) trong lĩnh vực rời rạc. Các công thức này là công cụ chính cho phương pháp thiết kế bất biến trong miền thời gian.

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Content

Lọc tương tự

Phương pháp đáp ứng bất biến

Thiết kế theo đáp ứng xung bất biến

Thiết kế theo đáp ứng bậc thang bất biến

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Thiết kế theo đáp ứng xung bất biến

- ▶ $G(p)$: hàm truyền của bộ lọc tương tự đã được lựa chọn;
 $H(z)$: hàm truyền của bộ lọc số ta phải thiết kế;
 $g(t)$, $h(n)$: đáp ứng **xung** của bộ lọc tương tự và số.
- ▶ Xét hàm truyền $G(p)$ bậc 1

$$G(p) = \frac{1}{p - \alpha} \quad (41)$$

- ▶ Đáp ứng xung tương ứng với $G(p)$

$$g(t) = e^{\alpha t} u(t) = \begin{cases} e^{\alpha t}, & \text{với } t \geq 0 \\ 0, & \text{với } t < 0 \end{cases} \quad (42)$$

- ▶ Lấy mẫu $g(t)$ với chu kỳ T_s , ta có đáp ứng xung của bộ lọc số tương ứng

$$h(n) = T_s e^{\alpha n T_s} \cdot u(n) \quad (43)$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- ▶ Hàm truyền $H(z)$ của bộ lọc số là

$$H(z) = \frac{T_s}{1 - e^{\alpha T_s} z^{-1}} \quad (44)$$

- ▶ Tính nhân quả của $G(p)$ sẽ dẫn đến tính nhân quả của $H(z)$. Điều này là hiển nhiên vì đáp ứng xung của bộ lọc số chính là đáp ứng xung của bộ lọc tương tự sau khi được lấy mẫu.
- ▶ Tính ổn định của $G(p)$, có nghĩa là $\Re\{p\} < 0$, sẽ dẫn đến tính ổn định của $H(z)$, có nghĩa là $|e^{\alpha T_s}| < 1$.
- ▶ Trong trường hợp hàm truyền $G(p)$ có cặp nghiệm cực phức liên hợp α và α^* thì chúng tạo nên một thành phần đơn bậc 2 của $G(p)$ có dạng như sau

$$G(p) = \frac{ap + b}{p^2 + cp + d}. \quad (45)$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng
bất biến**Theo đáp ứng xung**

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi
song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số
thông dảiThiết kế bộ lọc số
triệt dảiThiết kế bộ lọc số
thông cao

- Sử dụng công thức (40) để suy ra $H(z)$ là

$$H(z) = T_s \frac{a - e^{-\sigma T_s} \left[a \cos(\Omega_0 T_s) + \frac{a\sigma - b}{\Omega_0} \sin(\Omega_0 T_s) \right] z^{-1}}{1 - 2e^{-\sigma T_s} \cos(\Omega_0 T_s) z^{-1} + e^{-2\sigma T_s} z^{-2}}. \quad (46)$$

- Từ các phân tích trên, có thể thấy rằng sau khi đã chọn $G(p)$ bất kỳ ta có thể sử dụng các biểu diễn (44) và (46) để thiết kế $H(z)$.

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Algorithm 4 Thiết kế bộ lọc IIR theo đáp ứng xung bất biến

- 1: Chọn hàm truyền tương tự $G(p)$ và phân tích nó thành tổng các phần đơn bậc 1 (nghiệm thực) và bậc 2 (cặp nghiệm phức liên hợp).
 - 2: Xác định hàm truyền rời rạc $H(z)$ tương ứng:
 - a) Đối với nghiệm thực, thế $\frac{1}{p - \alpha}$ bằng vế phải của (44);
 - b) Đối với cặp nghiệm phức liên hợp, thế $\frac{ap + b}{p^2 + cp + d}$ bằng vế phải của (46).
-

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng
bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi
song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số
thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt
dải

Thiết kế bộ lọc số
thông cao

Xác định một hàm truyền nhân quả $H(z)$ có đáp ứng xung giống như đáp ứng xung của một hệ thống tương tự có hàm truyền $G(p)$ được cho bởi

$$G(p) = \frac{1}{(p+5)(p+12)}.$$

với chu kỳ lấy mẫu là $T_s = 0,05$ giây.

-
- ▶ Thấy rằng $G(p)$ có hai nghiệm đơn là $a_1 = -5$ và $a_2 = -12$.
 - ▶ Theo Bước 1 của phương pháp thiết kế, ta phân tích hàm truyền $G(p)$

$$G(p) = \frac{1/7}{p+5} - \frac{1/7}{p+12}.$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- Theo Bước 2 của phương pháp thiết kế, ta áp dụng công thức (44) và suy ra

$$H(z) = \frac{0,05}{7} \left[\frac{1}{1 - e^{(-5)(0,05)} z^{-1}} - \frac{1}{1 - e^{(-12)(0,05)} z^{-1}} \right]$$

$$= \frac{0,0164}{1 - 1,3276z^{-1} + 0,4274z^{-2}}.$$

Từ kết quả hàm truyền $H(z)$, ta thấy ngay bộ lọc số này là IIR.

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Ví dụ

- ▶ Thiết kế một bộ lọc số thông thấp tương ứng với một bộ lọc tương tự Butterworth bậc 2 có tần số cắt 3 dB là 50 Hz và vận tốc lấy mẫu là 500 Hz.

-
- ▶ Theo bảng, ta có hàm truyền Butterworth bậc 2 có tần số cắt được chuẩn hóa ($\lambda_r = 1$ rad/s) là

$$G_1(p) = \frac{1}{1 + \sqrt{2}p + p^2}. \quad (47)$$

- ▶ Tần số cắt chuẩn hóa $\lambda_r = 1$ rad/s của $G_1(p)$ chính là tần số cắt $F_r = 50$ Hz của bộ lọc tương tự $G(p)$ cần dùng để chuyển đổi thành bộ lọc số.
- ▶ Suy ra hàm truyền của $G(p)$ như sau:

$$G(p) = G_1\left(\frac{p}{2\pi \times 50}\right) = \frac{9,8696044 \times 10^4}{p^2 + 444,28829p + 9,8696044 \times 10^4}. \quad (48)$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- ▶ Lấy biến đổi Laplace ngược của $G(p)$ cho ta đáp ứng xung của bộ lọc tương tự là

$$g(t) = 444,28829e^{-222,14415t} \sin(222,14415t).$$

- ▶ Lấy mẫu đáp ứng xung $g(t)$ với vận tốc lấy mẫu $F_s = 500$ Hz, tức với chu kỳ lấy mẫu

$$T_s = \frac{1}{500} = 0.002,$$

ta sẽ có đáp ứng xung của bộ lọc số tương ứng

$$h(n) = T_s g(nT_s).$$

- ▶ Biến đổi \mathcal{Z} của $h(n)$ cho ta hàm truyền $H(z)$ như sau:

$$H(z) = \frac{0,2449203z^{-1}}{1 - 1,1580459z^{-1} + 0,41124070z^{-2}}. \quad (49)$$

- ▶ Chú ý rằng, ta có thể có kết quả (49) trực tiếp bằng cách sử dụng Bước 2 của phương pháp thiết kế và hàm truyền trong công thức (48).

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng
bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi
song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

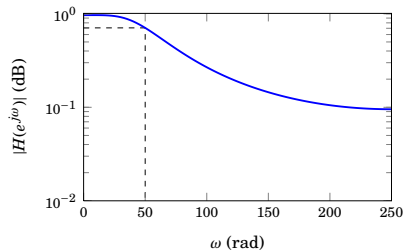
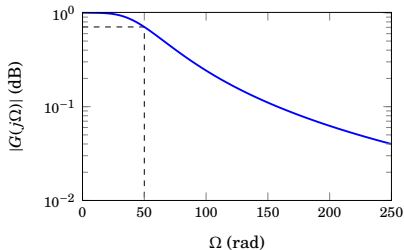
Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số
thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt
dải

Thiết kế bộ lọc số
thông cao

► Đáp ứng tần số biên độ của bộ lọc tương tự $G(p)$ và số $H(z)$:



Lọc tương tự

- Họ bộ lọc Butterworth
- Họ bộ lọc Chebychev
- Thông thấp \rightarrow thông dải
- Thông thấp \rightarrow triết dải
- Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triết dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Content

Lọc tương tự

Phương pháp đáp ứng bất biến

Thiết kế theo đáp ứng xung bất biến

Thiết kế theo đáp ứng bậc thang bất biến

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- ▶ Để có $h_{\text{st}}(n)$ tương tự như $g_{\text{st}}(t)$ ta làm tương tự như phương pháp đáp ứng xung bất biến, bằng cách lấy mẫu $g_{\text{st}}(t)$ với chu kỳ lấy mẫu T_s để được:

$$h_{\text{st}}(n) = g_{\text{st}}(t)|_{t=nT_s}. \quad (50)$$

- ▶ Do đó, mối liên hệ giữa hàm truyền của $h_{\text{st}}(n)$ trong miền biến đổi \mathcal{Z} và hàm truyền của $g_{\text{st}}(t)$ trong miền Laplace là

$$H_{\text{st}}(z) = \mathcal{Z}_{T_s} \{ \mathcal{L}^{-1} [G_{\text{st}}(p)] \}. \quad (51)$$

- ▶ Gọi $H(z)$ là hàm truyền của bộ lọc số, ta có

$$H_{\text{st}}(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}} H(z). \quad (52)$$

- ▶ Do vậy,

$$H(z) = (1 - z^{-1}) H_{\text{st}}(z). \quad (53)$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng
bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi
song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số
thông dảiThiết kế bộ lọc số triệt
dảiThiết kế bộ lọc số
thông cao

- Các biểu thức (51), (52) và (53) có một ý nghĩa vật lý tương đối quan trọng. Cho một hệ thống có đáp ứng bậc thang là $g_{st}(t)$. Hàm truyền $G(p)$ chính là $pG_{st}(p)$. Mặt khác cho một tín hiệu rời rạc $x(n)$ kích thích một mạch lưu bậc không¹, đầu ra của hệ thống là một tín hiệu nhiều bậc thang có chiều cao tương ứng tại từng thời điểm là $x(n)$. Tín hiệu này kích thích hệ thống có hàm truyền $G(p)$ và đầu ra được lấy mẫu với chu kỳ T_s thì tín hiệu rời rạc này chính là tín hiệu có được lúc kích thích hệ thống có hàm truyền $H(z)$ với tín hiệu $x(n)$. Vì lý do này mà bộ lọc thiết kế bằng phương pháp bất biến bậc thang thường còn được gọi là **bộ lọc lưu bậc không**.

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Thông thấp → thông dải

Thông thấp → Triệt dải

Thông thấp → thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

¹Zero-order-hold circuit.

Ví dụ

Ta sử dụng phương pháp đáp ứng bậc thang bất biến để thiết kế một bộ lọc số thông thấp tương ứng với đặc tả của Ví dụ trong slide 89.

- Trong ví dụ trước, hàm truyền $G(p)$ được cho bởi công thức (48), nên hàm truyền tương ứng với đáp ứng xung $g_{st}(t)$ là

$$G_{st}(p) = \frac{G(p)}{p}.$$

- Do đó, lấy biến đổi Laplace ngược của $G_{st}(p)$ sẽ cho đáp ứng bậc thang $g_{st}(t)$ của bộ lọc

$$g_{st}(t) = 1 - e^{-222,14415t} [\sin(222,14415t) + \cos(222,14415t)], \quad t > 0.$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- Lấy mẫu $g_{st}(t)$ với chu kỳ $T_s = 0,002$ s để có $h_{st}(n)$ và lấy biến đổi Z của nó để được

$$H_{st}(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}} - \frac{1 - 0,30339071z^{-1}}{1 - 1,1580459z^{-1} + 0,41124070z^{-2}}.$$

- Cuối cùng, hàm truyền của bộ lọc số tương ứng là

$$H(z) = (1 - z^{-1})H_{st}(z) = \frac{0,14534481z^{-1} + 0,10784999z^{-2}}{1 - 1,1580459z^{-1} + 0,41124070z^{-2}}.$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

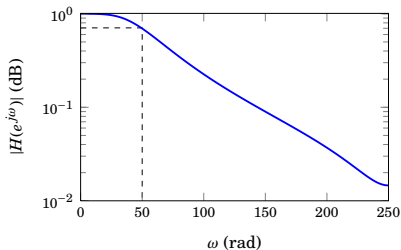
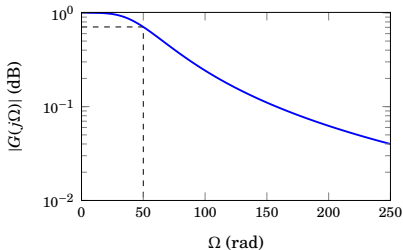
Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

► Biểu diễn đáp ứng tần số biên độ của $G(p)$ và $H(z)$:



Lọc tương tự

- Họ bộ lọc Butterworth
- Họ bộ lọc Chebychev
- Thông thấp \rightarrow thông dải
- Thông thấp \rightarrow triết dải
- Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triết dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Một hệ thống tương tự có hàm truyền

$$G(p) = \frac{2}{(p+1)(p+2)}.$$

Hệ thống này được điều khiển bởi một máy tính với vận tốc lấy mẫu là 10 Hz. Ta dùng phương pháp đáp ứng bậc thang bất biến để xác định hàm truyền $H(z)$ tương ứng.

- ▶ Đáp ứng bậc thang của hệ thống đã cho là

$$g_{st}(t) = 1 - 2e^{-t} + e^{-2t}.$$

- ▶ Với chu kỳ lấy mẫu là 0,1 s, rời rạc hóa $g_{st}(t)$ để có $h_{st}(n)$ và lấy biến đổi \mathcal{Z} của $h_{st}(n)$ ta được

$$H_{st}(z) = \frac{1}{1-z^{-1}} - \frac{1}{1-e^{-0,1}z^{-1}} + \frac{1}{1-e^{-0,2}z^{-1}}.$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

► Suy ra

$$H(z) = \frac{9,055917 \times 10^{-3} z^{-1} (1 + 0,90483747 z^{-1})}{1 - 1,7325682 z^{-1} + 0,74081822 z^{-2}}.$$

Loại tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp → thông dải

Thông thấp → Triệt dải

Thông thấp → thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng
bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thangPhương pháp biến đổi
song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số
thông dảiThiết kế bộ lọc số triệt
dảiThiết kế bộ lọc số
thông cao

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

- ▶ Ý tưởng thiết kế: dựa trên sự tương quan giữa phương trình vi phân mô hình hóa hệ thống liên tục và phương trình sai phân mô hình hóa hệ thống rời rạc.
- ▶ Cụ thể là tìm cách thay thế đạo hàm d/dt (tức là p trong miền biến đổi Laplace) trên miền liên tục bởi một biểu thức tương đương trong miền rời rạc.
- ▶ Phương pháp thiết kế được xây dựng trên cách nhìn này gọi là phương pháp **biến đổi song tuyến tính**.

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Content

Lọc tương tự

Phương pháp đáp ứng bất biến

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế theo biến đổi song tuyến tính

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Biến đổi song tuyến tính

- ▶ Trước hết, xét phương trình vi phân đơn giản sau:

$$\frac{dy(t)}{dt} = x(t). \quad (54)$$

- ▶ Lấy tích phân 2 vế của (54) cho kết quả

$$y(t) = y(t_0) + \int_{t_0}^t x(u) du. \quad (55)$$

- ▶ Rời rạc hóa $y(t)$ với chu kỳ T_s và sử dụng phương pháp tính tích phân hình thang để được

$$y(n) = y(n-1) + 0,5T_s[x(n) + x(n-1)]. \quad (56)$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

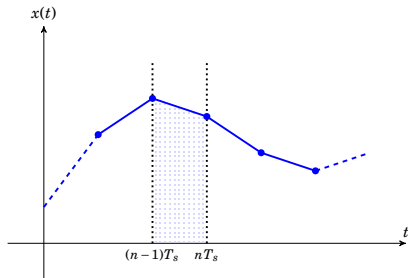
Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao



- Lấy biến đổi Z của $y(n)$, ta được

$$Y(z) = \frac{T_s}{2} \frac{1 + z^{-1}}{1 - z^{-1}} X(z). \quad (57)$$

- Kết quả (57) cho thấy toán tử tích phân trong miền biến đổi Laplace $1/p$ tương ứng với $0.5T_s(1 + z^{-1})/(1 - z^{-1})$ trong miền z .

Lọc tương tự

- Họ bộ lọc Butterworth
- Họ bộ lọc Chebychev
- Thông thấp \rightarrow thông dải
- Thông thấp \rightarrow Triệt dải
- Thông thấp \rightarrow thông cao
- Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

- Theo đáp ứng xung
- Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

- Biến đổi song tuyến tính
- Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- ▶ Như vậy, từ một hàm truyền tương tự $G(p)$, ta xác định được hàm truyền rời rạc $H(z)$ bởi

$$H(z) = G(p) \Big|_{p = \frac{2}{T_s} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}$$

- ▶ Chú ý rằng có thể thế $2/T_s$ bằng bất cứ hệ số nào khác thì kết quả vẫn tương ứng với phương pháp tính tích phân hình thang, tất nhiên với các trọng số khác. Đây là cơ sở của phương pháp biến đổi song tuyến tính.
- ▶ Về cơ bản phương pháp thiết kế bộ lọc số bằng phép biến đổi song tuyến tính giống như các phương pháp thiết kế bất biến trong miền thời gian. Điểm chính yếu là xác định cho được hàm truyền $G(p)$ trong miền tương tự có các tính chất đáp ứng các đặc tả của bài toán thiết kế. Từ đó chỉ cần thế p bằng một biểu thức tương đương theo z để suy ra hàm truyền của bộ lọc số mà ta muốn thiết kế.
- ▶ Như đã nói trên, biểu thức toán học tương đương giữa p và z là

$$p = C \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}. \quad (58)$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- ▶ Phép biến đổi này nhằm chuyển hóa những gì xảy ra trong mặt phẳng p thành những chuyển động tương đương trong mặt phẳng z .
- ▶ Đặt

$$p = \sigma + j\Omega \quad (59)$$

$$z = re^{j\omega} \quad (60)$$

- ▶ Thế các biểu thức này vào trong phương trình (58), suy ra

$$\sigma = \frac{r^2 - 1}{r^2 + 2r \cos \omega + 1} \quad (61)$$

$$\Omega = C \frac{2r \sin \omega}{r^2 + 2r \cos \omega + 1}. \quad (62)$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

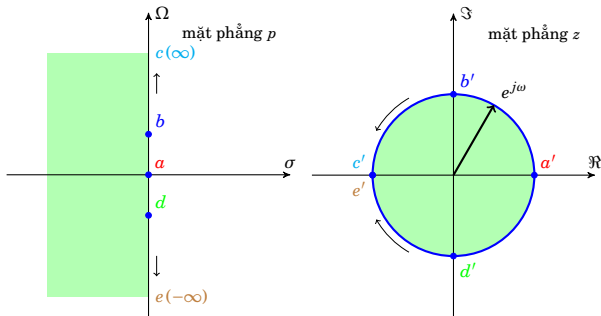
Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- Mô tả sự tương ứng giữa mặt phẳng p và mặt phẳng z theo mối quan hệ (61) và (62). Các điểm a, b, c, d và e trong mặt phẳng p tương ứng với các điểm a', b', c', d' và e' trong mặt phẳng z . Ta thấy, $\sigma > 0$ tương ứng với $r > 1$, $\sigma = 0$ với $r = 1$ và $\sigma < 0$ với $r < 1$. Kết quả này cho thấy rằng, nếu hàm truyền $G(p)$ là ổn định và nhân quả thì phép biến đổi song tuyến tính sẽ cho ta hàm truyền $H(z)$ cũng ổn định và nhân quả.



Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Mối liên hệ giữa $G(j\Omega)$ và $H(e^{j\omega})$

- Mối liên hệ giữa các đáp ứng tần số của bộ lọc tương tự, $G(j\Omega)$, và của bộ lọc số, $H(e^{j\omega})$, được xác định bởi mối liên hệ sau giữa Ω và ω :

$$\Omega = C \frac{\sin \omega}{1 + \cos \omega} = C \tan \frac{\omega}{2}. \quad (63)$$

- Như vậy, ta có

$$|G(j\Omega)|_{\Omega=C \tan \frac{\omega}{2}} = |H(e^{j\omega})| \quad (64)$$

Lọc tương tự

- Họ bộ lọc Butterworth
- Họ bộ lọc Chebyshev
- Thông thấp \rightarrow thông dải
- Thông thấp \rightarrow Triệt dải
- Thông thấp \rightarrow thông cao
- Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

- Theo đáp ứng xung
- Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

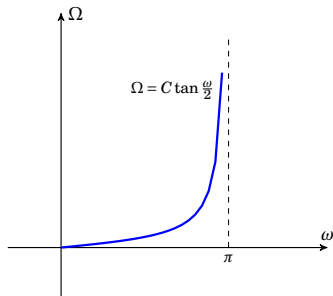
- Biến đổi song tuyến tính
- Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- Biểu diễn mối liên hệ giữa Ω và ω :



- $H(e^{j\omega})$ có chu kỳ là 2π và $|H(e^{j\omega})|$ đối xứng qua trục tung, nên chỉ xét biến thiên theo ω trên khoảng $[0; \pi]$.
- Với ω nhỏ, ta có $\Omega \approx \frac{C}{2}\omega$, tức có quan hệ gần như tuyến tính. Do đó, trong dải thông thấp, những đặc tính ở dải thông thấp của bộ lọc tương tự $G(j\Omega)$ cũng là những đặc tính của bộ lọc số tương ứng $H(e^{j\omega})$.
- Tuy nhiên, trong dải thông cao, thì mối liên hệ giữa Ω và ω là phi tuyến, nên sẽ tạo ra những độ méo mà ta cần chú ý lúc thiết kế.

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dải

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

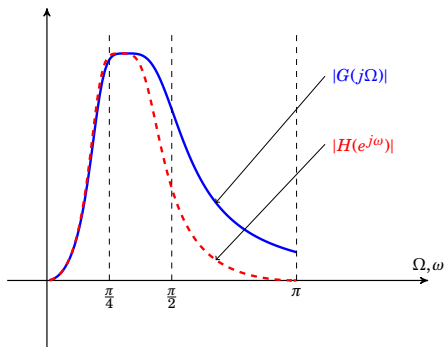
Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- So sánh sự khác nhau giữa $G(j\Omega)$ và $H(e^{j\omega})$, tức mối liên hệ tuyến tính hay phi tuyến giữa $G(j\Omega)$ và $H(e^{j\omega})$ theo từng dải tần khác nhau.



- Miền xác định của Ω là $[0; \infty]$, tuy nhiên để tiện so sánh với ω , ta chỉ xem xét trong khoảng $[0; \pi]$.

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow triết dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triết dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Content

Lọc tương tự

Phương pháp đáp ứng bất biến

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế theo biến đổi song tuyến tính

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Thiết kế theo biến đổi song tuyến tính

- ▶ Thiết kế $H(z)$ bằng phương pháp biến đổi song tuyến tính tức là chọn các thông số C và T_s thế nào để chuyển được những tính chất của hàm đáp ứng tần số tương tự $G(j\Omega)$ vào hàm đáp ứng tần số số $H(e^{j\omega})$.
- ▶ Phương pháp thứ nhất là áp đặt giá trị của đáp ứng tần số của bộ lọc số tại một tần số cho trước. Thông thường, đối với các bộ lọc thông thấp và thông cao, tần số đặc biệt này thường được chọn là tần số cắt. Giả sử ta muốn có đáp ứng tần số tương tự và đáp ứng tần số số bằng nhau tại Ω_r và ω_r . Thông số C sẽ được xác định bởi:

$$C = \Omega_r \cot \left[\frac{\omega_r}{2} \right] = \Omega_r \cot \left[\pi \frac{F_r}{F_s} \right] = \Omega_r \cot \left[\frac{\pi}{2} \frac{F_r}{F_N} \right], \quad (65)$$

trong đó F_r (Hz) là tần số vật lý của bộ lọc tương tự ($F_r = \Omega_r/2\pi$) và F_N là tần số Nyquist ($F_N = F_s/2$). Phương pháp này không đòi hỏi phải thay đổi thang tần số để có khoảng tần số tương ứng bởi vì thang tần số đã được tự

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

thay đổi bởi giá trị của C vừa được tính xong. Phương pháp này tương đối thuận lợi vì không cần phải điều chỉnh nhiều.

- ▶ Phương pháp thứ hai là thế C bằng $T_s/2$ trong (63), trong khi vẫn bảo toàn được những tính chất trong dải thông thấp nhưng không thể chọn một ràng buộc như được mô tả trong phương pháp thứ nhất. Phương pháp này hơi bất tiện về mặt định lượng vì ta không có mối liên hệ chặt chẽ giữa tần số tương tự và tần số số.
- ▶ Sau đây là một số ví dụ về phương pháp thiết kế song tuyến tính. Cần nhớ rằng thiết kế bộ lọc số nhằm sử dụng vào những áp dụng cụ thể, tức là bộ lọc hoạt động trong một môi trường mà phần lớn các tín hiệu là tương tự. Vì vậy, khái niệm tần số tương tự $F = \Omega/2\pi$, khái niệm tần số lấy mẫu $F_s = 1/T_s$, tần số Nyquist $F_N = F_s/2$ (còn gọi là tần số gấp phẩy), góc số $\omega = \Omega T_s$ và tần số số $\nu = F/F_N = \omega/\pi$.

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- Lưu ý rằng, về mặt lý thuyết, tần số số được định nghĩa là F/F_s , có nghĩa là, chỉ quan sát biến thiên tần số số trong khoảng $[0; 0,5]$. Tuy nhiên, trong thực tiễn tính toán (như khi sử dụng MATLAB), người ta đổi thang quan sát thành $[0; 1]$. Vì vậy, trong giáo trình này, tần số số ν được định nghĩa là tần số vật lý được chuẩn hóa theo F_N , tức là
- $$\nu = F/F_N = \omega/\pi.$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Ví dụ

- ▶ Dùng phương pháp biến đổi song tuyến tính để thiết kế một bộ lọc số thông thấp dựa trên một bộ lọc Butterworth tương tự bậc 2 có tần số cắt 3 dB là 50 Hz, biết rằng tần số lấy mẫu là 500 Hz.

- ▶ Bộ lọc tương tự Butterworth bậc 2 chuẩn hóa có hàm truyền là

$$G(p) = \frac{1}{1 + \sqrt{2}p + p^2}.$$

- ▶ Tần số chuẩn hóa là $\Omega_r = 1$ rad/s, tương ứng với tần số $F_r = 50$ Hz của bộ lọc số. Lúc thiết kế ta phải chú ý đến điểm này.
- ▶ Tần số gấp phở là

$$F_N = \frac{500}{2} = 250 \text{ Hz}.$$

Lọc tương tự

- Họ bộ lọc Butterworth
- Họ bộ lọc Chebyshev
- Thông thấp \rightarrow thông dải
- Thông thấp \rightarrow Triệt dải
- Thông thấp \rightarrow thông cao
- Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

- Theo đáp ứng xung
- Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

- Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- Công thức (65) cho kết quả

$$C = 1 \times \cot \left[\frac{\pi}{2} \frac{50}{250} \right] = 3,0776835.$$

- Biến đổi song tuyến tính tương ứng sẽ là

$$p = 3,0776835 \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}.$$

- Sử dụng kết quả trên để biến đổi hàm $G(p)$, ta có hàm truyền của bộ lọc số tương ứng như sau

$$H(z) = \frac{0,0674553(1 + 2z^{-1} + z^{-2})}{1 - 1,14298z^{-1} + 0,412802z^{-2}}.$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

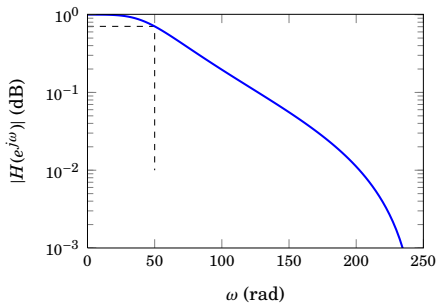
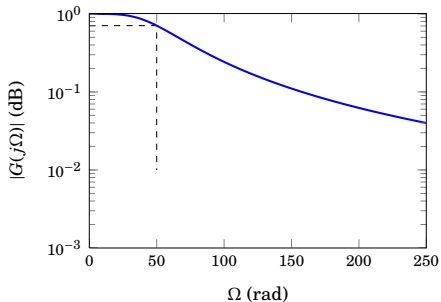
Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao



Lọc tương tự

- Họ bộ lọc Butterworth
- Họ bộ lọc Chebychev
- Thông thấp → thông dải
- Thông thấp → Triệt dải
- Thông thấp → thông cao
- Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

- Theo đáp ứng xung
- Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

- Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

- Thiết kế bộ lọc số thông dải
- Thiết kế bộ lọc số triệt dải
- Thiết kế bộ lọc số thông cao

Ví dụ

- ▶ Một hệ thống xử lý tín hiệu số hoạt động với tần số lấy mẫu là 2000 Hz. Ta muốn thiết kế một bộ lọc số là một bộ phận của hệ thống này, có hoạt động giống như một bộ lọc thông thấp bậc 1 có tần số cắt 3 dB nằm chung quanh 400 Hz. Tiêu chí quan trọng nhất là đáp ứng tần số ở dải thông thấp trông giống như đáp ứng tần số của bộ lọc tương tự tương ứng.

- ▶ Để giải quyết bài toán này, ta nên sử dụng phương pháp biến đổi song tuyến tính mà trong đó hằng số C đã được xác định là $2/T_s$.
- ▶ Hàm truyền của bộ lọc bậc 1 thông thấp là

$$G_1(p) = \frac{1}{p + 1}.$$

Lọc tương tự

- Họ bộ lọc Butterworth
- Họ bộ lọc Chebyshev
- Thông thấp \rightarrow thông dải
- Thông thấp \rightarrow Triệt dải
- Thông thấp \rightarrow thông cao
- Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

- Theo đáp ứng xung
- Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

- Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- ▶ Tần số cắt 3 dB của bộ lọc này là 400 Hz, do đó bộ lọc tương ứng có hàm truyền là

$$G(p) = G_1 \left(\frac{p}{800\pi} \right) = \frac{800\pi}{p + 800\pi}.$$

- ▶ Với

$$C = 2 \times 2000 = 4000,$$

phép biến đổi song tuyến tính được xác định bởi

$$p = 4000 \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}.$$

- ▶ Suy ra hàm truyền của bộ lọc số là

$$H(z) = \frac{0,385870(1 + z^{-1})}{1 - 0,228261z^{-1}}.$$

- ▶ Có thể kiểm chứng là bộ lọc số này có tần số cắt 3 dB tương ứng vào khoảng 357 Hz bằng cách sử dụng mối liên hệ của Ω_r và F_r theo công thức (65).

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

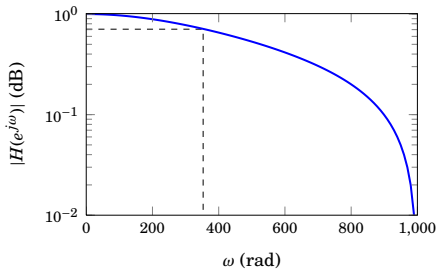
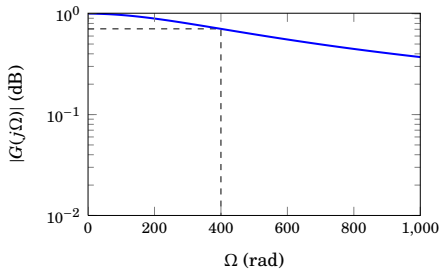
Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao



Lọc tương tự

- Họ bộ lọc Butterworth
- Họ bộ lọc Chebyshev
- Thông thấp \rightarrow thông dải
- Thông thấp \rightarrow Triệt dải
- Thông thấp \rightarrow thông cao
- Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

- Theo đáp ứng xung
- Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

- Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

- Thiết kế bộ lọc số thông dải
- Thiết kế bộ lọc số triệt dải
- Thiết kế bộ lọc số thông cao

Ví dụ

- ▶ Hàm truyền của một thiết bị phục vụ một hệ thống điều khiển tương tự có dạng như sau

$$G(p) = \frac{2}{(p+1)(p+2)}.$$

Ta sẽ xác định hàm truyền $H(z)$ của hệ thống biết rằng vận tốc lấy mẫu là 10 Hz.

-
- ▶ Ta thấy hệ thống này là một hệ thống thông thấp, vậy ta có thể sử dụng phương pháp biến đổi song tuyến tính để có hàm truyền số tương ứng, với

$$C = \frac{2}{T_s} = 20 \text{ Hz}.$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- ▶ Phép biến đổi song tuyến tính là

$$p = 20 \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}.$$

- ▶ Suy ra hàm truyền hệ thống số là

$$H(z) = 0,0043290043 \frac{(1 + z^{-1})^2}{1 - 1,7229437z^{-1} + 0,74025974z^{-2}}.$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng
bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi
song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kếThiết kế bộ lọc số
thông dảiThiết kế bộ lọc số triệt
dảiThiết kế bộ lọc số
thông cao

Lọc tương tự

- Họ bộ lọc Butterworth
- Họ bộ lọc Chebyshev
- Thông thấp \rightarrow thông dải
- Thông thấp \rightarrow Triệt dải
- Thông thấp \rightarrow thông cao
- Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

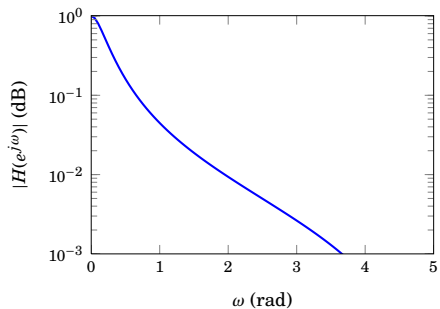
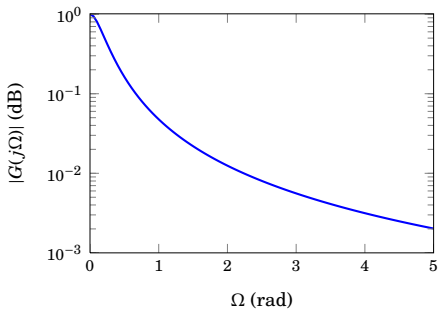
- Theo đáp ứng xung
- Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

- Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

- Thiết kế bộ lọc số thông dải
- Thiết kế bộ lọc số triệt dải
- Thiết kế bộ lọc số thông cao



Ví dụ

- ▶ Thiết kế một bộ lọc thông thấp và có cấu trúc nối tiếp với các thành phần có bậc không vượt quá hai, thỏa các thông số đặc tả sau đây:
 - a) Sử dụng phương pháp thiết kế biến đổi song tuyến tính áp dụng vào bộ lọc Butterworth.
 - b) Độ suy giảm nhỏ hơn hoặc bằng 3 dB trong khoảng tần số $0 < F < 25$ Hz. Độ suy giảm lớn hơn 38 dB cho $F \geq 50$ Hz.
 - c) Tần số lấy mẫu là 200 Hz.

-
- ▶ Trước tiên phải xác định bậc của bộ lọc Butterworth tương tự ta cần sử dụng. Tần số Nyquist là

$$F_N = \frac{200}{2} = 100 \text{ Hz}$$

và tần số số chuẩn hóa là

$$\nu_r = \frac{F_r}{F_N} = \frac{25}{100} = 0,25.$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- ▶ Hằng số C của phép biến đổi song tuyến sẽ được chọn thế nào để ν_r ứng với tần số cắt chuẩn hóa $\Omega_r = 1$ rad/s. Như thế, ta có

$$C = \Omega_r \cot\left(\frac{\pi}{2}\nu_r\right) = \cot\left(\frac{\pi}{8}\right) = 2,4142436.$$

- ▶ Đặt

$$\nu_a = \frac{50}{100} = 0,5$$

là tần số số thấp nhất của dải triệt, tức là tần số mà độ suy giảm bắt đầu lớn hơn 38 dB.

- ▶ Tần số tương tự Ω_a tương ứng sẽ được xác định bởi

$$\Omega_a = C \tan\left(\frac{\pi}{2}\nu_a\right) = 2,4142136 \times \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2,4124136.$$

- ▶ Kết quả trong phần lọc tương tự cho thấy một bộ lọc Butterworth bậc 5 sẽ có độ suy giảm 38 dB từ tần số 2,41 rad/s. Hàm truyền của bộ lọc Butterworth tương ứng là

$$G(p) = \frac{1}{1 + 3,2360680p + 5,2360680p^2 + 5,2360680p^3 + 3,2360680p^4 + p^5}.$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- Với phép biến đổi song tuyến tính

$$p = 2,4142132 \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}},$$

ta suy ra hàm truyền của bộ lọc số là

$$H(z) = \frac{1 + 5z^{-1} + 10z^{-2} + 10z^{-3} + 5z^{-4} + z^{-5}}{B(z)}$$

với

$$B(z) = 1 - 2,4744163z^{-1} + 2,8110065z^{-2} - 1,7037724z^{-3} + 0,5444328z^{-4} - 0,07231569z^{-5}.$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Thông thấp → thông dải

Thông thấp → Triệt dải

Thông thấp → thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng
bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi
song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số
thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt
dải

Thiết kế bộ lọc số
thông cao

- Tiếp theo, ta xác định cấu trúc của bộ lọc theo yêu cầu sử dụng các thành phần có bậc không vượt quá hai. Trong phần lọc tương tự ta thấy hàm $G(p)$ có thể phân tích thành ba thành phần đơn như sau

$$G(p) = G_1(p)G_2(p)G_3(p),$$

trong đó

$$G_1(p) = \frac{1}{1+p},$$

$$G_2(p) = \frac{1}{1 + 0,6180340p + p^2},$$

$$G_3(p) = \frac{1}{1 + 1,6180340p + p^2}.$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- Áp dụng phép biến đổi song tuyến tính cho từng thành phần ta sẽ có

$$H(z) = a_0 H_1(z) H_2(z) H_3(z),$$

trong đó

$$a_0 = 3,279216 \times 10^{-3},$$

$$H_1(z) = \frac{1 + z^{-1}}{1 - 0,4142136z^{-1}},$$

$$H_2(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1,1606108z^{-1} + 0,6413515z^{-2}},$$

$$H_3(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{1 - 0,8995918z^{-1} + 0,2722149z^{-2}}.$$

- Nhận thấy dạng nối tiếp này đơn giản hơn rất nhiều so với dạng tổng hợp, cũng gọi là dạng trực tiếp. Như thế, lúc thiết kế dùng dạng nối tiếp sẽ đơn giản hơn rất nhiều và có chất lượng bảo đảm hơn.

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Thông thấp → thông dải

Thông thấp → Triệt dải

Thông thấp → thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Ví dụ

- ▶ Thiết kế một bộ lọc thông thấp thỏa các điều kiện sau đây:
 - độ suy giảm nhỏ hơn 1 dB trong dải tần $0 \leq F \leq 0,5$ Hz,
 - độ suy giảm lớn hơn 40 dB trong dải tần $F > 10$ Hz,
 biết rằng vận tốc lấy mẫu 100 Hz. Xác định loại và bậc của bộ lọc đáp ứng đặc tả này.

- ▶ Tần số Nyquist là

$$F_N = \frac{100}{2} = 50.$$

- ▶ Với những đặc tả nêu ra ta có thể dùng bộ lọc Chebychev có độ gợn sóng 1 dB và sẽ sử dụng biến đổi song tuyến tính để thiết kế.
- ▶ Tần số số

$$\nu_r = \frac{5}{50} = 0,1$$

là tần số tương ứng với $\Omega_r = 1$ rad/s của bộ lọc tương tự.

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

▶ Đặt

$$\nu_a = \frac{10}{50} = 0,2$$

là tần số tương ứng với độ suy giảm 40 dB và gọi Ω_a là tần số tương ứng của bộ lọc tương tự.

▶ Hằng số C của phép biến đổi song tuyến tính là

$$C = \cot\left(\frac{\pi}{2} \times 0,1\right) = 6,3137515.$$

▶ Sử dụng công thức (63) ta có tần số Ω_a tương ứng với ν_a là

$$\Omega_a = 6,3137515 \times \tan\left(\frac{\pi}{2} \times 0,2\right) = 2,0514622 \text{ Hz.}$$

▶ Theo kết quả của phần lọc tương tự, bậc thấp nhất có độ suy giảm vượt 40 dB từ tần số 2,05 Hz là 5.

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng
bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi
song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số
thông dảiThiết kế bộ lọc số triệt
dảiThiết kế bộ lọc số
thông cao

- ▶ Thật ra độ suy giảm tại tần số này với một bộ lọc Chebyshev bậc 5 vượt 46 dB, và như thế những yêu cầu của đặc tả là hoàn toàn được thỏa mãn. Đào sâu hơn một chút, ta thấy có thể cho độ gợn sóng nhỏ hơn 1 dB mà vẫn thỏa mãn các đặc tả với một bộ lọc Chebyshev bậc 5.
- ▶ Đúng vậy, kết quả trong lọc tương tự cho thấy với độ gợn sóng 0,5 dB của một bộ lọc Chebyshev bậc 5 có độ suy giảm 43 dB ở tần số $\nu_a = 0,2$. Ta có thể chọn một trong hai bộ lọc này tùy theo tình huống và những tiêu chí khác.

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Thiết kế bộ lọc số thông dải

- ▶ Xây dựng một phương pháp thiết kế một bộ lọc IIR thông dải dựa trên một bộ lọc thông thấp tương tự với phép biến đổi song tuyến tính.

Algorithm 5 Thiết kế bộ lọc số IIR thông dải

- 1: Chọn một bộ lọc thông thấp và dùng một phép biến đổi từ thông thấp sang thông dải để có một bộ lọc tương tự thông dải đáp ứng những đặc tả mong muốn.
 - 2: Từ hàm truyền của bộ lọc tương tự thông dải này ta sử dụng phép biến đổi song tuyến tính để suy ra hàm truyền của bộ lọc số tương ứng.
-

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- ▶ Quá trình thiết kế trên gồm hai bước, vì vậy cần chú ý sử dụng các biến và các thông số cần thiết. Để phân biệt rạch ròi hai phép biến đổi tương ứng với hai bước thiết kế này, các thông số được định nghĩa như sau.

- ▶ F_s (Hz): tần số lấy mẫu ($F_s = \Omega_s/2\pi$);
- ▶ F_N (Hz): tần số Nyquist ($F_N = F_s/2$);
- ▶ p : biến Laplace của bộ lọc tương tự thông thấp;
- ▶ λ (rads/s): tần số góc của bộ lọc thông thấp ($p = j\lambda$);
- ▶ s : biến Laplace của bộ lọc tương tự thông dải;
- ▶ Ω (rads/s): tần số góc của bộ lọc tương tự thông dải ($s = j\Omega$);
- ▶ $F = \Omega/2\pi$ (Hz): tần số vật lý của bộ lọc tương tự thông dải;
- ▶ λ_r (Hz): một tần số được chọn trước, dựa trên đặc tả thiết kế, của bộ lọc tương tự thông thấp (thông thường là tần số cắt);
- ▶ Ω_3 và Ω_1 (rad/s): hai tần số của bộ lọc tương tự thông dải tương ứng với λ_r và $-\lambda_r$ (thông thường là các tần số định nghĩa dải thông);
- ▶ Ω_2 (rad/s): tần số trung tâm hình học (geometrical mean) của dải thông ($\Omega_2 = \sqrt{\Omega_1\Omega_3}$);
- ▶ ω là tần số góc của bộ lọc số ($\omega = \Omega/F_s$);

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- ▶ ν : tần số số của bộ lọc số ($\nu = F/F_N$);
 - ▶ \bar{f} (Hz): tần số vật lý của bộ lọc số ($\bar{f} = \nu F_N$);
 - ▶ \bar{f}_1 , \bar{f}_2 và \bar{f}_3 : các tần số tương ứng với Ω_1 , Ω_2 và Ω_3 ;
 - ▶ ν_1 , ν_2 và ν_3 là các tần số tương ứng với \bar{f}_1 , \bar{f}_2 và \bar{f}_3 ;
 - ▶ $B = \bar{f}_3 - \bar{f}_1$ là dải thông vật lý của bộ lọc số;
 - ▶ b : dải thông số của bộ lọc số ($b = \nu_3 - \nu_1 = (\bar{f}_3 - \bar{f}_1)/F_N$).
- ▶ Áp dụng bước 1 trong Phương pháp 133, ta thể

$$p = s + \frac{\Omega_2^2}{s}. \quad (66)$$

- ▶ Đối với bước 2, ta sử dụng phép biến đổi song tuyến tính là

$$s = C \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \quad (67)$$

và suy ra mối liên hệ giữa p và z như sau:

$$p = \frac{C^2 + \Omega_2^2}{C} \times \frac{1 + 2 \left(\frac{\Omega_2^2 - C^2}{\Omega_2^2 + C^2} \right) z^{-1} + z^{-2}}{1 - z^{-2}}. \quad (68)$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- ▶ Trước khi suy ra một số kết quả cần thiết, nhắc lại rằng mối liên hệ của phép biến đổi song tuyến tính là

$$\Omega = C \tan \left(\frac{\omega}{2} \right) = C \tan \left\{ \frac{\pi}{2} \nu \right\}. \quad (69)$$

- ▶ Biết rằng $\Omega_2^2 = \Omega_1 \Omega_3$, ta suy ra

$$\tan^2 \left\{ \frac{\pi}{2} \nu_2 \right\} = \tan \left\{ \frac{\pi}{2} \nu_1 \right\} \times \tan \left\{ \frac{\pi}{2} \nu_3 \right\} \quad (70)$$

và

$$\tan \left\{ \frac{\nu_3}{2} \right\} - \tan \left\{ \frac{\nu_1}{2} \right\} = \frac{\lambda_r}{C}. \quad (71)$$

- ▶ Hằng số C được chọn sao cho Ω_2 của bộ lọc tương tự thông dải sẽ tương ứng với tần số \bar{f}_2 của bộ lọc số thông dải. Như vậy

$$C = \Omega_2 \cot \left\{ \frac{\pi}{4} \nu_2 \right\}. \quad (72)$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- Tổng kết lại tất cả các kết quả, để cho ta suy từ một bộ lọc thông thấp tương tự thành một bộ lọc số thông dải, thì phép biến đổi là

$$p = D \times \frac{1 - Ez^{-1} + z^{-2}}{1 - z^{-2}}, \quad (73)$$

trong đó D và E được cho bởi

$$D = \lambda_r \cot \left\{ \frac{\pi B}{2F_N} \right\} = \lambda_r \cot \left\{ \frac{\pi b}{2} \right\},$$

$$E = 2 \cos \left\{ \frac{\pi F_2}{F_N} \right\} = 2 \cos(\pi \nu_2),$$

hay biểu diễn theo các tần số định nghĩa dải thông là

$$D = \lambda_r \cot \left\{ \frac{\pi}{2} (\nu_3 - \nu_1) \right\}, \quad (74)$$

$$E = \frac{2 \cos \left\{ \frac{\pi}{2} (\nu_3 + \nu_1) \right\}}{\cos \left\{ \frac{\pi}{2} (\nu_3 - \nu_1) \right\}}. \quad (75)$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- ▶ Kết quả (73) có nghĩa là từ hàm truyền $G(p)$ của bộ lọc thông thấp tương tự ta suy ra hàm truyền $H(z)$ của bộ lọc thông dải bằng phép biến đổi sau đây:

$$H(z) = G(p) \Big|_{p=D \times \frac{1-Ez^{-1}+z^{-2}}{1-z^{-2}}} \quad (76)$$

- ▶ Biểu thức (76) cho thấy rằng bậc của hệ thống rời rạc gấp đôi bậc của hệ thống tương tự. Hơn thế, mối liên hệ giữa thang tần số tương tự ($p = j\lambda$) và thang tần số số ($z = e^{j\Omega T_s}$) được xác định bởi biểu thức sau đây

$$\frac{\lambda}{D} = \frac{\cos(\pi\nu_2) - \cos(\pi\nu)}{\sin(\pi\nu)} \quad (77)$$

- ▶ Biểu thức (77) là một công cụ được sử dụng thường xuyên trong bài toán thiết kế bộ lọc số thông dải.

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Ví dụ

- ▶ Sử dụng loại bộ lọc Butterworth, ta muốn thiết kế một bộ lọc số thông dải có tần số lấy mẫu 2 kHz với những đặc tả như sau:
 - a) Bộ lọc có dải thông từ 300 đến 400 Hz và tại hai tần số đầu và cuối của dải thông thì độ suy giảm không được lớn hơn 3 dB.
 - b) Độ suy giảm tối thiểu phải là 18 dB tại hai tần số 200 Hz và 500 Hz.
-

Lọc tương tự

- Họ bộ lọc Butterworth
- Họ bộ lọc Chebyshev
- Thông thấp \rightarrow thông dải
- Thông thấp \rightarrow Triệt dải
- Thông thấp \rightarrow thông cao
- Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

- Theo đáp ứng xung
- Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

- Biến đổi song tuyến tính
- Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- Trước hết, ta xác định tần số Nyquist

$$F_N = \frac{F_s}{2} = 1000 \text{ Hz.}$$

Tiếp đến ta tính các tần số ν_1 , ν_2 và ν_3 . Theo đặc tả (a) của yêu cầu thiết kế, ta chọn được hai tần số vật lý của bộ lọc số là \bar{f}_1 và \bar{f}_3 tương ứng với 300 Hz và 400 Hz. Từ đó, suy ra các tần số số tương ứng

$$\nu_1 = \frac{\bar{f}_1}{F_N} = 0,3,$$

$$\nu_3 = \frac{\bar{f}_3}{F_N} = 0,4.$$

Do đó ta có dải thông số

$$b = \nu_3 - \nu_1 = 0,1.$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Dùng phương trình (70), ta xác định được tần số trung tâm hình học

$$\nu_2 = 0,34797502.$$

Các thông số D và E của phép biến đổi song tuyến tính được xác định bởi hai phương trình (74) và (75). Với tần số cắt chuẩn hóa $\lambda_r = 1$ rad/s, ta suy ra

$$D = \lambda_r = \cot(0,05\pi) = 6,31375152,$$

$$E = \frac{2 \cos(0,35\pi)}{\cos(0,05\pi)} = 0,91929910.$$

Thông số cuối cùng ta phải xác định là bậc của bộ lọc Butterworth, tức là số nghiệm cực cần có. Dải thông số $b = 0,1$ liên hệ với hàm truyền Butterworth chuẩn hóa có $\lambda_r = 1$. Để xác định bậc của bộ lọc, trước tiên ta phải xác định các tần số số tương ứng với dải triết ν_a và ν_b . Theo đặc tả (b) của yêu cầu thiết kế, ta có các tần số vật lý của bộ lọc

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng
bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi
song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số
thông dảiThiết kế bộ lọc số triết
dảiThiết kế bộ lọc số
thông cao

số tương ứng với dải triệt là $\bar{f}_a = 200$ Hz và $\bar{f}_b = 500$ Hz. Do đó, ta có

$$\nu_a = \frac{200}{1000} = 0,2,$$

$$\nu_b = \frac{500}{1000} = 0,5.$$

Như vậy, áp dụng công thức (77) với ν lấy các giá trị ν_a và ν_b

$$\frac{\lambda_a}{D} = \frac{\cos(0,34797502\pi) - \cos(0,2\pi)}{\sin(0,2\pi)},$$

$$\frac{\lambda_b}{D} = \frac{\cos(0,34797502\pi) - \cos(0,5\pi)}{\sin(0,5\pi)}.$$

Từ đó tính ra được các tần số dải triệt chuẩn hoá của bộ lọc tương tự tương ứng là $\lambda_a = -3,7527638$ và $\lambda_b = 2,9021131$. Ta biết rằng, đáp ứng tần số biên độ của bộ lọc tương tự có tính đối xứng qua trục tung. Cho nên, giá trị biên độ tại λ_a và $-\lambda_a$ đều giống nhau, dẫn đến ta có thể đổi dấu của kết quả của λ_a thành $\lambda_a = 3,7527638$. Bây giờ, đối với bộ lọc

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Butterworth, bởi vì $\lambda_b < \lambda_a$ nên nếu chọn biên độ tại λ_b thỏa điều kiện thiết kế (b) thì mặc nhiên thỏa điều kiện tại λ_a .

Như thế ta phải chọn bậc bộ lọc Butterworth thế nào để tại tần số chuẩn hóa λ_b độ suy thoái tối thiểu phải là 18 dB. Kết quả trong lọc tương tự cho thấy bộ lọc Butterworth thông thấp tương tự bậc 2 là thích ứng với ràng buộc này tại vì đáp ứng tần số tại $\lambda_a = 3,7527638$ là nhỏ hơn 23 dB.

Cuối cùng, với bộ lọc Chebyshev bậc 2 thỏa mãn đặc tả thiết kế, ta có bậc của bộ lọc số tương ứng là 4, và áp dụng phương trình (76) cho ta hàm truyền của bộ lọc số thông dải như sau:

$$H(z) = \frac{0,020083366(1 - z^{-2})^2}{B(z)}$$

với

$$B(z) = 1 - 1,63682036z^{-1} + 2,2376739z^{-2} - 1,3071151z^{-3} + 0,64135154z^{-4}.$$

Lọc tương tự

- Họ bộ lọc Butterworth
- Họ bộ lọc Chebyshev
- Thông thấp \rightarrow thông dải
- Thông thấp \rightarrow Triệt dải
- Thông thấp \rightarrow thông cao
- Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

- Theo đáp ứng xung
- Theo đáp ứng bậc thang

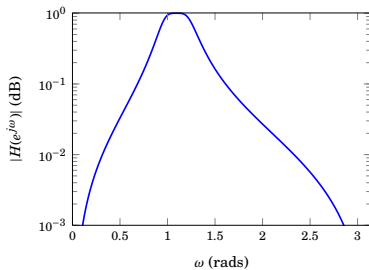
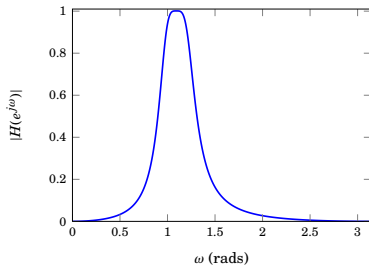
Phương pháp biến đổi song tuyến tính

- Biến đổi song tuyến tính
- Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao



Lọc tương tự

- Họ bộ lọc Butterworth
- Họ bộ lọc Chebyshev
- Thông thấp \rightarrow thông dải
- Thông thấp \rightarrow Triệt dải
- Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

- Theo đáp ứng xung
- Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

- Biến đổi song tuyến tính
- Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- ▶ Xác định loại và bậc của một bộ lọc số thông dải hoạt động ở tần số 200 Hz với các thông số đặc tả sau đây:
 - a) Độ suy giảm phải nhỏ hơn 1 dB trong khoảng từ 19 Hz tới 21 Hz,
 - b) Độ suy giảm phải lớn hơn 30 dB với những tần số thấp hơn 18 Hz và cao hơn 22 Hz.

-
- ▶ Ta có, tần số Nyquist là

$$F_N = \frac{F_s}{2} = 100.$$

Tại hai tần số của dải thông $F_1 = 19$ Hz và $F_3 = 21$ Hz, các tần số số tương ứng là

$$\nu_1 = \frac{\bar{f}_1}{F_N} = 0,19,$$

$$\nu_3 = \frac{\bar{f}_3}{F_N} = 0,21.$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp → thông dải

Thông thấp → Triệt dải

Thông thấp → thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Dải thông số là

$$b = \nu_3 - \nu_1 = 0,02.$$

Tần số trung tâm hình học, được xác định bởi phương trình (70), là $\nu_2 = 0,19978361$. Với $\lambda_r = 1$ rad/s, và sử dụng phương trình (74), ta tính được

$$D = \lambda_r = \cot\left(\frac{0,02\pi}{2}\right) = 31,820516.$$

Tại các tần số cắt 18 Hz và 22 Hz, theo công thức (77) ta có

$$\frac{\lambda_a}{D} = \frac{\cos(0,19978361\pi) - \cos(0,18\pi)}{\sin(0,18\pi)},$$

$$\frac{\lambda_b}{D} = \frac{\cos(0,19978361\pi) - \cos(0,22\pi)}{\sin(0,22\pi)}.$$

và suy ra $\lambda_a = -2,0732504$ và $\lambda_b = 1,9420640$.

Cần phải bảo đảm độ suy giảm phải được thỏa tại λ_b . Chọn hàm Chebyshev có độ gợn sóng 1 dB và ta phải xác định bậc thấp nhất thế nào để có độ suy giảm 30 dB tại tần số

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

1,9420640. Kết quả trong phần lọc tương tự cho thấy bộ lọc Chebyshev bậc 4 hoàn toàn thỏa điều kiện suy giảm (còn thừa thêm 2 dB nữa). Tại tần số $\lambda_a = 2,0732504$, cũng với lập luận như Ví dụ ?? tương ứng với tần số cắt của dải triệt, đáp ứng tần số có độ suy giảm lớn hơn 35 dB. Như thế bộ lọc số thông dải có bậc là 8. Hàm truyền $H(z)$ có thể suy ra dễ dàng như trong Ví dụ ??.

Lọc tương tự

- Họ bộ lọc Butterworth
- Họ bộ lọc Chebyshev
- Thông thấp \rightarrow thông dải
- Thông thấp \rightarrow Triệt dải
- Thông thấp \rightarrow thông cao
- Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

- Theo đáp ứng xung
- Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

- Biến đổi song tuyến tính
- Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

- ▶ Phần này sẽ triển khai phép biến đổi dựa trên các kết quả của phần trước nhằm thiết kế một bộ lọc số IIR triệt dải dựa trên hàm truyền của bộ lọc tương tự thông thấp. Tất cả các thông số được định nghĩa trong Mục ?? sẽ được sử dụng ở đây ngoại trừ một số điều chỉnh nhỏ như sau:
 - ▶ Ω_1 , Ω_2 và Ω_3 (rad/s) tương ứng với dải triệt.
 - ▶ s là biến Laplace của hàm truyền tương tự triệt dải.

Chi tiết triển khai phép biến đổi là tương tự như phần trước ngoại trừ phép biến đổi thành hàm truyền triệt dải được kết hợp trực tiếp với phép biến đổi song tuyến tính. Kết quả có được cho ra dạng tổng quát của phép biến đổi như sau:

$$p = \frac{D_1(1 - z^{-2})}{1 - E_1 z^{-1} + z^{-2}}. \quad (78)$$

Lọc tương tự

- Họ bộ lọc Butterworth
- Họ bộ lọc Chebyshev
- Thông thấp \rightarrow thông dải
- Thông thấp \rightarrow Triệt dải
- Thông thấp \rightarrow thông cao
- Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

- Theo đáp ứng xung
- Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

- Biến đổi song tuyến tính
- Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Các hằng số D_1 và E_1 trong (78) được tính theo dải triết b và tần số trung bình hình học ν_2 như sau:

$$D_1 = \lambda_r \tan \left(\frac{\pi}{2} \frac{B}{F_N} \right) = \lambda_r \tan \left(\frac{\pi}{2} b \right), \quad (79)$$

$$E_1 = 2 \cos \left(\pi \frac{F_2}{F_N} \right) = 2 \cos (\pi \nu_2). \quad (80)$$

Cũng có thể biểu diễn D_1 và E_1 theo các tần số cắt của dải triết như sau:

$$D_1 = \lambda_r \tan \left(\frac{\pi}{2} (\nu_3 - \nu_1) \right), \quad (81)$$

$$E_1 = \frac{2 \cos \left(\frac{\pi}{2} (\nu_3 + \nu_1) \right)}{\cos \left(\frac{\pi}{2} (\nu_3 - \nu_1) \right)}. \quad (82)$$

Các tần số ν_1 , ν_2 và ν_3 được nối kết với nhau thông qua biểu thức sau đây:

$$\tan^2 \left(\frac{\pi}{2} \nu_2 \right) = \tan \left(\frac{\pi}{2} \nu_1 \right) \tan \left(\frac{\pi}{2} \nu_3 \right). \quad (83)$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow triết dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng
bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi
song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số
thông dảiThiết kế bộ lọc số
đàiThiết kế bộ lọc số
thông cao

Như vậy bậc của bộ lọc số triệt dải sẽ gấp đôi bậc của bộ lọc thông thấp mà ta sử dụng để biến đổi.

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Ví dụ

- ▶ Một hệ thống xử lý tín hiệu số hoạt động với tần số lấy mẫu 1 kHz. Hệ thống này cần loại bỏ thành phần xung quanh 100 Hz. Ta muốn xây dựng một bộ lọc số để thể hiện mục tiêu này với các đặc tả sau:
 - Tại tần số 95 Hz và 105 Hz thì độ suy giảm là 3 dB;
 - Hàm truyền của bộ lọc số có bậc là 2.

-
- ▶ Bởi vì hàm truyền bộ lọc số là bậc 2 nên hàm truyền bộ lọc tương tự là bậc 1 và có dạng

$$G(p) = \frac{1}{1 + p}.$$

Lọc tương tự

- Họ bộ lọc Butterworth
- Họ bộ lọc Chebychev
- Thông thấp → thông dải
- Thông thấp → Triệt dải
- Thông thấp → thông cao
- Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

- Theo đáp ứng xung
- Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

- Biến đổi song tuyến tính
- Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

trong đó tần số cắt 3 dB là $\lambda_r = 1$ rad/s. Tần số Nyquist là $F_N = 500$ Hz. Các tần số cắt của bộ lọc số tương ứng với 95 Hz và 105 Hz là

$$\nu_1 = \frac{95}{500} = 0,19$$

$$\nu_3 = \frac{105}{500} = 0,21.$$

Từ đó tính được D_1 và E_1 như sau:

$$D_1 = \tan\left(\frac{\pi}{2}(0.21 + 0.19)\right) = 0,031426266,$$

$$E_1 = \frac{2 \cos\left(\frac{\pi}{2}(0.21 + 0.19)\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}(0.21 - 0.19)\right)} = 1,61883279.$$

Thế D_1 và E_1 vào (78) ta suy ra hàm truyền bộ lọc số triệt dải là

$$H(z) = \frac{0,96953125(1 - 1,6188328z^{-1} + z^{-2})}{1 - 1,5695090z^{-1} + 0,9390625z^{-2}},$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

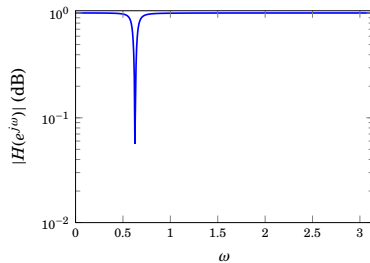
Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao



Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Thiết kế bộ lọc số thông cao

- Theo lập luận của thiết lập bộ lọc thông thấp ta thấy ngay phép biến đổi ngược lại sẽ cho ta bộ lọc thông cao. Như thế phép biến đổi song tuyến tính biến một bộ lọc tương tự thông thấp $G_{lp}(p)$ thành một bộ lọc số thông cao $H_{hp}(z)$ là

$$p = C \frac{1 + z^{-1}}{1 - z^{-1}}. \quad (84)$$

Nhắc lại rằng, λ là tần số của $G_{lp}(p)$ và ν là tần số của $H_{hp}(z)$. Mối liên hệ giữa hai biến này là

$$|\lambda| = C \cot \left(\frac{\pi}{2} \frac{F}{F_N} \right) = C \cot \left(\frac{\pi}{2} \nu \right). \quad (85)$$

Hằng số biến đổi C được xác định bởi quy tắc là $|G_{lp}(j\lambda)|$ tại tần số $\lambda = \lambda_r$ bằng $|H_{hp}(e^{j\omega})|$ tại tần số $\nu = F_r$. Lưu ý rằng,

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

λ_r là tần số cắt của dải thông thấp của $G_{lp}(p)$ và ngược lại F_r là tần số cắt của dải thông cao của $H_{hp}(z)$. Như vậy

$$C = \lambda_r \tan \left(\frac{\pi}{2} \frac{F_r}{F_N} \right) = \lambda_r \tan \left(\frac{\pi}{2} \nu_r \right). \quad (86)$$

Theo những kết quả này, bậc của bộ lọc số $H_{hp}(z)$ bằng bậc của $G_{lp}(p)$ được sử dụng trong quá trình thiết kế.

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

Ví dụ

- ▶ Thiết kế bộ lọc số thông cao dựa trên bộ lọc tương tự thông thấp Butterworth bậc 2 có tần số cắt 3 dB là 200 Hz. Tần số lấy mẫu của hệ thống là 500 Hz.

-
- ▶ Theo điều kiện thiết kế thì bộ lọc thông thấp Butterworth có hàm truyền là

$$G(p) = \frac{1}{1 + \sqrt{2}p + p^2}. \quad (87)$$

Tần số cắt tương tự $\lambda_r = 1$ rad/s. Thông qua biến đổi sẽ trở thành $F_r = 200$ Hz. Tần số Nyquist là $F_N = 250$ Hz, cho nên

$$\nu_r = \frac{200}{250} = 0,8.$$

Hằng số C là

$$C = \tan\left(\frac{\pi}{2}0,8\right) = 3,0776835$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dảiThông thấp \rightarrow Triệt dảiThông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao

và phép biến đổi (84) trở thành

$$p = 3,0776835 \frac{1 + z^{-1}}{1 - z^{-1}}. \quad (88)$$

Thế (88) vào (87), ta suy ra hàm truyền của bộ lọc thông cao tương ứng là

$$H(z) = \frac{0,0674553(1 - 2z^{-1} + z^{-2})}{1 + 1,14298z^{-1} + 0,412802z^{-2}}.$$

Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebyshev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

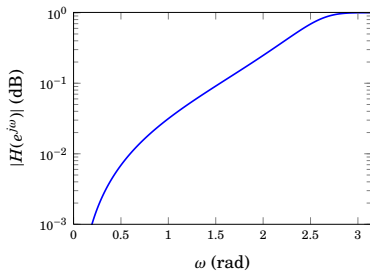
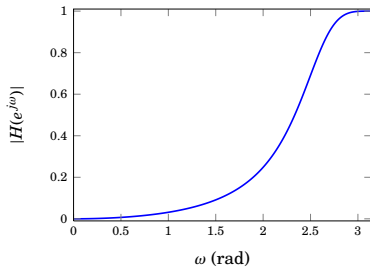
Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao



Lọc tương tự

Họ bộ lọc Butterworth

Họ bộ lọc Chebychev

Thông thấp \rightarrow thông dải

Thông thấp \rightarrow Triệt dải

Thông thấp \rightarrow thông cao

Đáp ứng tần số theo bậc

Phương pháp đáp ứng bất biến

Theo đáp ứng xung

Theo đáp ứng bậc thang

Phương pháp biến đổi song tuyến tính

Biến đổi song tuyến tính

Thiết kế

Thiết kế bộ lọc số thông dải

Thiết kế bộ lọc số triệt dải

Thiết kế bộ lọc số thông cao