

# Chương 3. ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT LỎNG

Nghiên cứu các đặc trưng và quy luật chuyển động của chất lỏng:

- + Các đại lượng đặc trưng cho chuyển động (Động học)
  - + Các quy luật chuyển động dưới tác dụng của các lực (Động lực học)
- 

## Nội dung

- I. Hai phương pháp nghiên cứu chuyển động chất lỏng
- II. Các đặc trưng động học
- III. Định lý Côsi - Hemhon
- IV. Phương trình liên tục
- V. Phương trình vi phân chuyển động của chất lỏng thực
- VI. Phương trình Becnuli viết cho dòng chất lỏng thực
- VII. Một số ứng dụng của phương trình Becnuli
- VIII. Các định lý Ôle

## I. Hai phương pháp nghiên cứu chuyển động chất lỏng

### I.1 Phương pháp Lagrange

- + Xét từng phần tử chất lỏng riêng biệt
- + Mô tả chuyển động qua vector bán kính  $r(a,b,c,t)$

Các thành phần:  $x=r_x(a,b,c,t)$       Vận tốc:  $\vec{u} = \frac{d\vec{r}}{dt}$   
 $y=r_y(a,b,c,t)$       Gia tốc:  $\vec{w} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$   
 $z=r_z(a,b,c,t)$

$a, b, c, t$  là các biến số Lagrange

### I.2 Phương pháp Euler

- + Khảo sát tổng quát chuyển động theo thời gian qua những điểm cố định M
- + Tại mỗi  $t$ , xác định vận tốc tại tất cả các điểm  $\Rightarrow$  có trường vận tốc  $u(x,y,z,t)$

Các thành phần vận tốc :  $u_x = u(x,y,z,t)$   
 $u_y = v(x,y,z,t)$   
 $u_z = w(x,y,z,t)$

Gia tốc: 
$$\vec{w} = \frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial z} \frac{dz}{dt} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} u_x + \frac{\partial \vec{u}}{\partial y} u_y + \frac{\partial \vec{u}}{\partial z} u_z$$

## II. Các đặc trưng động học

### II.1. Phân loại chuyển động

#### 1 – Dòng chảy dừng và không dừng:

**Dừng:** Các yếu tố không thay đổi theo thời gian,  $u=u(x,y,z)$ ,  $\frac{\partial \dots}{\partial t} = 0$

**Không dừng:** Các yếu tố thay đổi theo thời gian,  $u=u(x,y,z,t)$ ,  $\frac{\partial \dots}{\partial t} \neq 0$

#### 2 - Dòng chảy đều và không đều:

**Đều:** Vận tốc bằng nhau tại mọi mặt cắt dọc dòng chảy  $\frac{\partial u}{\partial x} = const$

**Không đều:** Vận tốc không giống nhau tại các mặt cắt,  $\frac{\partial u}{\partial x} \neq const$

#### 3 - Dòng chảy có áp và dòng chảy không áp

**Có áp:** không có mặt thoáng

**Không áp:** Có mặt thoáng

## II. Các đặc trưng động học

### II.2. Các yếu tố thủy lực

- **Mặt cắt ướ́t**: Mặt cắt vuông góc với vectơ vận tốc dòng chảy, giới hạn bởi thành và mặt thoáng,  $\omega$
- **Chu vi ướ́t**: Đoạn trong mặt cắt ướ́t tiếp xúc giữa chất lỏng và thành cứng,  $\chi$
- **Bán kính thủy lực**: Diện tích ướ́t chia cho chu vi ướ́t,  $R = \frac{\omega}{\chi}$
- **Lưu lượng**: Lượng chất lỏng chảy qua  $\omega$  trong đơn vị thời gian,  $Q = \int_{\omega} u d\omega$
- **Vận tốc trung bình**,  $v = \frac{Q}{\omega}$

## II. Các đặc trưng động học

### II.3. Đường dòng và dòng nguyên tố

- Đường dòng:** Đường cong mà trên đó vectơ vận tốc tại các điểm trùng với tiếp tuyến của đường cong
  - + Phương trình đường dòng: Từ định nghĩa  $\Rightarrow \vec{u} \wedge d\vec{r} = 0$  hay  $\frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y} = \frac{dz}{u_z}$   
Trong đó  $d\vec{r}$  là vectơ phân tố của đường dòng
  - + Đường dòng khác quỹ đạo
- Ống dòng:** Các đường dòng tựa lên một vòng kín nhỏ gọi là ống dòng.
- Dòng nguyên tố:** Chất lỏng chảy trong ống dòng gọi là dòng nguyên tố. Chất lỏng không chảy xuyên qua ống dòng.

## II. Các đặc trưng động học

### II.4. Hàm dòng và thế vận tốc

#### 1. Hàm dòng (dòng phẳng)

- Hàm  $\psi$  thoả mãn:  $u_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}$  và  $u_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$  gọi là hàm dòng

- Phương trình xác định hàm dòng:

$$\text{từ } \frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y} \Rightarrow -u_y dx + u_x dy = \frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial y} dy = d\psi = 0$$

Như vậy, trong dòng phẳng  $\psi=C$  biểu diễn họ các đường dòng

- Ý nghĩa hàm dòng:  $\Gamma_{AB} = \int_A^B u_s ds = \int_A^B u_x dx + u_y dy = \int_A^B d\psi = \psi(B) - \psi(A)$

#### 2. Thế vận tốc

- Hàm  $\phi$  thoả mãn:  $u_x = \frac{\partial \phi}{\partial x}$  và  $u_y = \frac{\partial \phi}{\partial y}$  gọi là thế vận tốc

- Ý nghĩa thế vận tốc:  $Q_{AB} = \int_A^B u_n ds = \int_A^B u_x dx - u_y dy = \int_A^B d\psi = \psi(B) - \psi(A)$

#### 3. Điều kiện trực giao của hàm dòng và hàm thế

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad - \text{Điều kiện trực giao hay điều kiện Cauchy-Riemann}$$

## II. Các đặc trưng động học

### II.5. Đường xoáy và ống xoáy

1. **Chuyển động xoáy:** Chuyển động quay của mỗi phần tử chất lỏng xung quanh một trục tức thời đi qua nó được gọi là chuyển động xoáy
2. **Vectơ vận tốc quay:**  $\vec{\Omega} = \frac{1}{2} \text{rot} \vec{u}$
3. **Chuyển động không xoáy:**  $\text{rot} \vec{u} = 0$
4. **Đường xoáy:** Đường cong tiếp xúc với vectơ vận tốc góc gọi là đường xoáy
5. **Ống xoáy:** Tập hợp các đường xoáy bao quanh một iện tích nào đó
6. **Sợi xoáy:** Chất lỏng trong ống xoáy gọi là sợi xoáy
7. **Cường độ xoáy:**  $i = \int_{\omega} \text{rot}_n \vec{u}$
8. **Phương trình đường xoáy:**  $\frac{dx}{\Omega_x} = \frac{dy}{\Omega_y} = \frac{dz}{\Omega_z}$

## III. Định lý Cosi – HemHon (Định lý HemHon 1)

- Định lý:** Vận tốc của phần tử chất lỏng là tổ hợp các thành phần vận tốc tịnh tiến, chuyển động quay quanh trục tức thời và chuyển động biến dạng

$$\vec{u} = \vec{u}_0 + \vec{\Omega} \wedge \vec{r} + \vec{u}_{bd}$$

- Chứng minh:**

- Biểu diễn tuyến tính  $u$  tại lân cận  $M$  theo  $u_0$  tại  $M_0$ :  $\vec{u} = \vec{u}_0 + grad(\vec{u}) \cdot d\vec{r}$
- Phân tích thành phần chuyển động và vận tốc của nó (mô tả trong XOY)

$$BB_1 = \frac{\partial u_x}{\partial y} dy dt \quad AA_1 = \frac{\partial u_y}{\partial x} dx dt$$

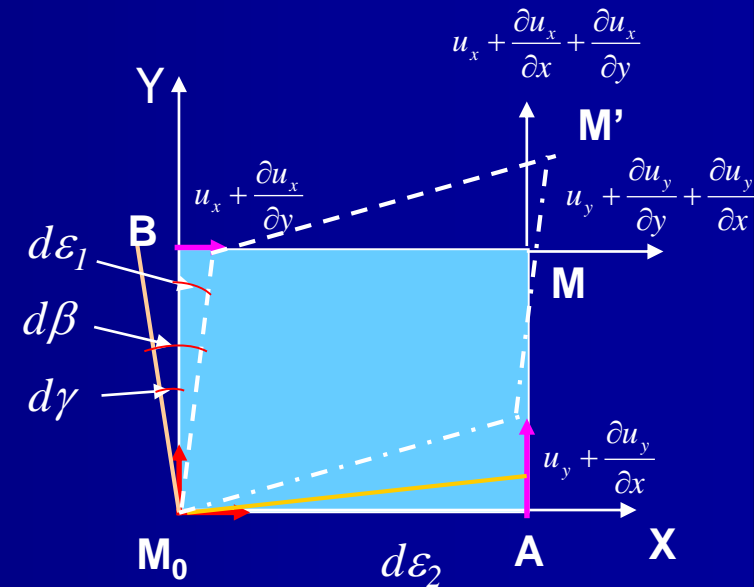
$$d\varepsilon_1 \approx tg d\varepsilon_1 = \frac{BB_1}{dy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} dt \quad \left| \quad d\varepsilon_1 = d\beta - d\gamma \right.$$

$$d\varepsilon_2 \approx tg d\varepsilon_2 = \frac{AA_1}{dx} = \frac{\partial u_y}{\partial x} dt \quad \left| \quad d\varepsilon_2 = d\beta + d\gamma \right.$$

$$2d\gamma = d\varepsilon_2 - d\varepsilon_1$$

$$2d\beta = d\varepsilon_2 + d\varepsilon_1$$

$$\Omega_z = \frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{2} \left( \frac{d\varepsilon_2}{dt} - \frac{d\varepsilon_1}{dt} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right)$$





## IV. Phương trình liên tục

Định luật bảo toàn khối lượng :  $dm/dt=0$

### 1. Dạng tổng quát

- Xét đơn vị thể tích hình hộp  $\Delta V$  chất lỏng tại điểm quan sát M, thời gian dt

- Lượng chảy vào theo trục x:  $-\rho \frac{\partial u_x}{\partial x} dx dy dz dt$

- Lượng chảy vào theo trục y:  $-\rho \frac{\partial u_y}{\partial y} dx dy dz dt$

- Lượng chảy vào theo trục z:  $-\rho \frac{\partial u_z}{\partial z} dx dy dz dt$

- Lượng chất lỏng thay đổi trong  $\Delta V$ :  $d\rho \Delta V$

**PT liên tục:**  $\frac{d\rho}{dt} + \rho \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = 0$  hay  $\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div}(\vec{u}) = 0$  hay  $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{u}) = 0$

- Không nén được:  $\operatorname{div}(\vec{u}) = 0$

- Chuyển động dừng  $\operatorname{div}(\rho \vec{u}) = 0$

### IV. Phương trình liên tục

#### 2. Đối với dòng nguyên tố

Bài tập về nhà:

- Thu nhận phương trình liên tục đối với dòng nguyên tố (dòng bao quanh 1 ống dòng, hoặc dòng chảy đầy các đường ống...)
- Đọc hiểu ví dụ trang 41

## IV. Phương trình vi phân chuyển động của chất lỏng thực

### 1. Dạng chung (ứng suất)

- Khảo sát phân tố đại diện hình hộp  $dV = dx dy dz$

- Vận tốc chuyển động  $\vec{u}$

- Các lực gồm: **Ứng suất**  $\vec{P}$ ; **Lực khối**  $\vec{F}$ ;

**Lực quán tính:**  $\vec{F}_{qt}$

- Theo nguyên lý D'Alembert:

$$\vec{F} + \vec{P} + \vec{F}_{qt} = 0$$

- Xét biểu thức các lực trong hệ tọa độ Oxyz:

+ **Ứng suất:** \* Ứng suất pháp  $P_{xx}, P_{yy}, P_{zz}$

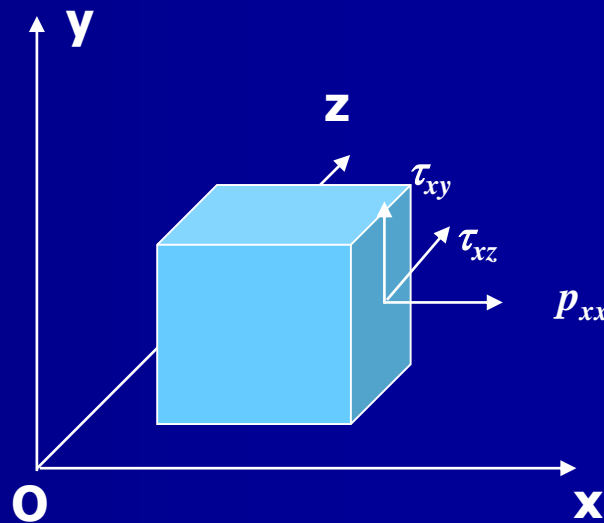
\* Ứng suất tiếp  $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yx}, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{zy}$

+ **Lực khối:**  $F_x = \rho dx dy dz X, F_y = \rho dx dy dz Y, F_z = \rho dx dy dz Z$

+ **Lực quán tính:**  $F_{qt,x}, F_{qt,y}, F_{qt,z}$

- Phương trình theo trục Ox

$$X + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) = \frac{du_x}{dt}$$



## IV. Phương trình vi phân chuyển động của chất lỏng thực

### 2. Dạng phương trình Navier-Stokes

- **Áp suất thủy động:** 
$$p = -\frac{1}{3}(p_{xx} + p_{yy} + p_{zz})$$

- **Ứng suất pháp:**

$$\begin{aligned} p_{xx} &= -p + \sigma_{xx} \\ p_{yy} &= -p + \sigma_{yy} \\ p_{zz} &= -p + \sigma_{zz} \end{aligned} \quad \text{với}$$

- **Ứng suất tiếp:**

$$\tau_{xy} = \mu \left( \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right)$$

$$\tau_{xz} = \mu \left( \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right)$$

$$\tau_{yz} = \mu \left( \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right)$$

$$\sigma_{xx} = 2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu \operatorname{div}(\vec{u})$$

$$\sigma_{yy} = 2\mu \frac{\partial u_y}{\partial y} - \frac{2}{3} \mu \operatorname{div}(\vec{u})$$

$$\sigma_{zz} = 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{2}{3} \mu \operatorname{div}(\vec{u})$$

- **Phương trình Navier-Stokes**

$$\frac{du_x}{dt} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \Delta u_x + \frac{1}{3} \nu \frac{\partial}{\partial x} \operatorname{div} \vec{u}$$

$$\frac{du_y}{dt} = Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \Delta u_y + \frac{1}{3} \nu \frac{\partial}{\partial y} \operatorname{div} \vec{u}$$

$$\frac{du_z}{dt} = Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \Delta u_z + \frac{1}{3} \nu \frac{\partial}{\partial z} \operatorname{div} \vec{u}$$

## IV. Phương trình vi phân chuyển động của chất lỏng thực

### 2. Dạng phương trình Navier-Stokes

- Phương trình Navier-Stokes dạng vectơ chất lỏng thực, nén được

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad}p + \nu \Delta \vec{u} + \frac{1}{3} \nu \text{grad}(\text{div} \vec{u}) \quad \nu = \mu/\rho - \text{độ nhớt động học}$$

- Trường hợp chất lỏng thực, không nén được:  $\rho = \text{const} \Rightarrow \text{div} \vec{v} = 0$

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad}p + \nu \Delta \vec{u}$$

- Trường hợp chất lỏng lý tưởng (không nhớt, không nén được)

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad}p$$

- Trường hợp chất lỏng đứng yên

$$\vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad}p = 0 \quad \text{Chính là phương trình Euler lĩnh}$$

## V. Phương trình vi phân chuyển động của chất lỏng LT

### 1. Dạng Euler

$$\vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad} p = \frac{d\vec{u}}{dt}$$

### 2. Dạng Lambr-Grômeca

$$\vec{F} - \text{grad}\left(P + \frac{\vec{u}^2}{2}\right) - \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = 2\vec{\Omega}\Lambda\vec{u} \quad \left| \begin{array}{l} \text{với } P = \int \frac{dp}{\rho} \\ \text{hay } \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}; \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}; \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \end{array} \right.$$

\* Thu nhận dạng 2 từ dạng 1: (xem sách giáo trình)

### 3. Lực khối có thế

- Chọn hàm thế: U sao cho  $X = -\frac{\partial U}{\partial x}$  ;  $Y = -\frac{\partial U}{\partial y}$  ;  $Z = -\frac{\partial U}{\partial z}$

$$- \text{grad}\left(U + P + \frac{\vec{u}^2}{2}\right) - \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = 2\vec{\Omega}\Lambda\vec{u}$$

## V. Tích phân PT vi phân chuyển động của chất lỏng LT

### 1. Tích phân Cauchy-Lagrange

- **Chuyển động có thế và không dừng:**  $\Omega = 0; \frac{\partial}{\partial t} \neq 0 \Rightarrow \exists \varphi; \text{grad} \varphi = \vec{u}$   
$$- \text{grad} \left( U + P + \frac{\vec{u}^2}{2} + \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) = 0$$

Nói cách khác, biểu thức trong dấu ngoặc không phụ thuộc không gian, thu được tích phân Cauchy-Lagrange

$$U + P + \frac{\vec{u}^2}{2} + \frac{\partial \varphi}{\partial t} = C(t)$$

- **Lực khối chỉ là lực trọng trường, trục Oz hướng lên trên:**

$$X=Y=0; Z=-g; -U = -gz$$

Khi đó tích phân Cauchy-Lagrange có dạng

$$gz + P + \frac{\vec{u}^2}{2} + \frac{\partial \varphi}{\partial t} = C(t)$$

## V. Tích phân PT vi phân chuyển động của chất lỏng LT

### 2. Tích phân Bernoulli

- Xét chuyển động dừng:  $\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = 0$

\* Các phương trình thành phần của Phương trình Cauchy-Lagrange:

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left( U + P + \frac{\vec{u}^2}{2} \right) = 2(\Omega_y u_z - \Omega_z u_y)$$

$$-\frac{\partial}{\partial y} \left( U + P + \frac{\vec{u}^2}{2} \right) = 2(\Omega_z u_x - \Omega_x u_z)$$

$$-\frac{\partial}{\partial z} \left( U + P + \frac{\vec{u}^2}{2} \right) = 2(\Omega_x u_y - \Omega_y u_x)$$

- Nhân với lần lượt với  $dx, dy, dz$  rồi cộng lại

$$d \left( U + P + \frac{\vec{u}^2}{2} \right) = 2 \det \begin{pmatrix} dx & dy & dz \\ u_x & u_y & u_z \\ \Omega_x & \Omega_y & \Omega_z \end{pmatrix} \Rightarrow \text{vế phải bằng 0:}$$

a) dọc đường/ống dòng

b) dọc đường/ống xoáy

c) c/động xoắn dính vít

d) c/động có thể

$$U + P + \frac{\vec{u}^2}{2} = \text{const}$$



## V. Tích phân PT vi phân chuyển động của chất lỏng LT

### 3. Phương trình Bernoulli cho dòng nguyên tố, CL không nén được

a. Chuyển động dừng  $gz + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} = const = C$

hay  $z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g}$

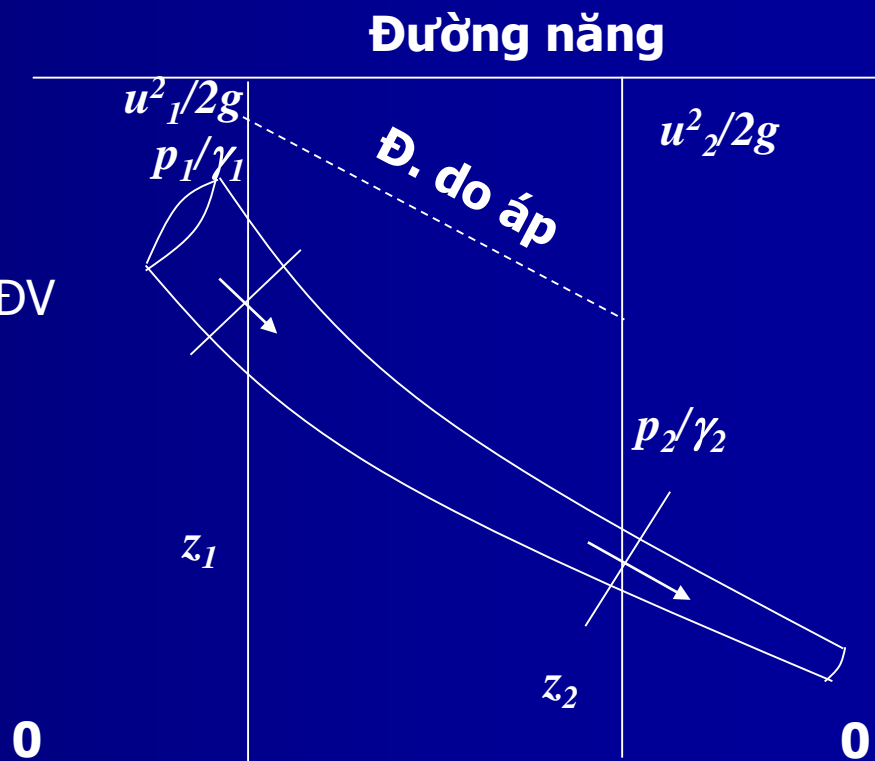
- Ý nghĩa :

$z_1$  - độ cao hình học => vị năng ĐV

$p_2/\gamma_2$  - độ cao đo áp => áp năng ĐV

$u^2/2g$  - cột cao vận tốc => động năng ĐV

**Năng lượng đơn vị (cột cao thủy động toàn phần) tại các mặt cắt dọc theo dòng nguyên tố của một đơn vị trọng lượng chất lỏng lý tưởng không nén được trong chuyển động dừng là không đổi.**



## V. Tích phân PT vi phân chuyển động của chất lỏng LT

### 3. Các dạng phương trình Bernoulli 1 chiều cho CL LT, không nén được

a. Chuyển động không dừng  $\frac{\partial}{\partial t} = 0$

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} + \frac{1}{g} \int_0^l \frac{\partial u}{\partial t} dl = \text{const} \quad ; l \text{ là khoảng cách giữa 2 mặt cắt tích phân}$$

cột áp quán tính:  $h_{qt} = \frac{1}{g} \int_0^l \frac{\partial u}{\partial t} dl$

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} + h_{qt}$$

## VI. Phương trình Bernoulli cho CL thực

### 1. Dòng nguyên tố, không nén được, dừng, chỉ lực trọng trường

- Đưa vào tổn thất dòng chảy do ma sát:  $h'_{w1-2}$

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} + h'_{w1-2}$$

- Thu nhận từ PT N-S

+ Sử dụng hàm lực ma sát:  $\vec{R}_{ms} = v\Delta\vec{u}$  ; Công ma sát:  $L$

+ Nhân các PT thành phần với  $dx, dy, dz$  rồi cộng lại:

+ Nhóm và viết các biểu thức vi phân riêng phân thành toàn phần

+ Thu được dạng trên với :  $h'_{w1-2} = \frac{L}{g}$

Gọi là tổn thất năng lượng đơn vị trọng lượng chất lỏng

## VI. Phương trình Bernoulli cho CL thực

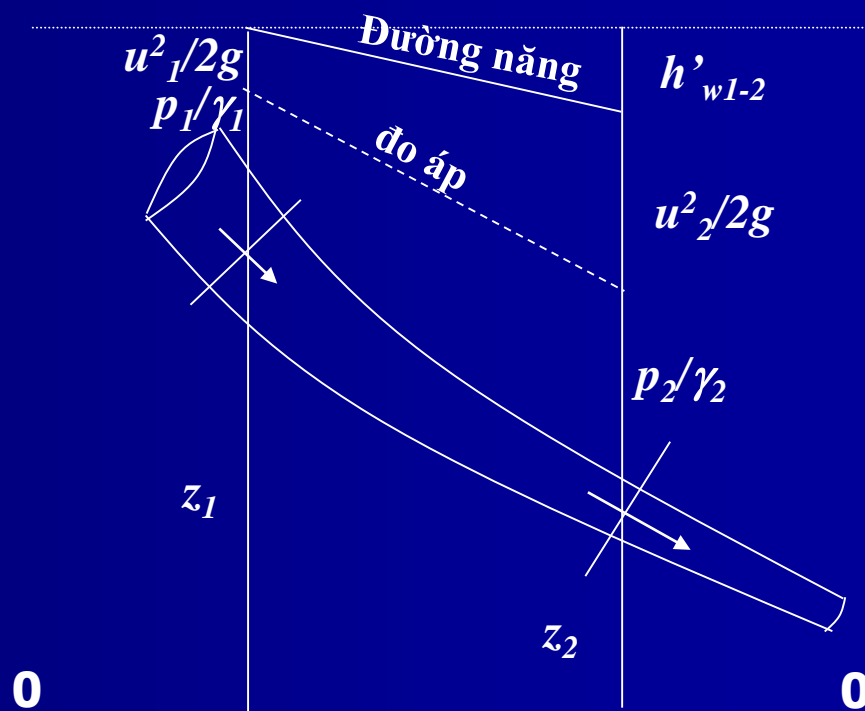
### 2. Ý nghĩa phương trình Bernoulli cho chất lỏng thực, k nén được

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} + h'_{w1-2}$$

**Đường năng luôn dốc xuống, phụ thuộc vào chất lỏng**

**- Độ dốc thuỷ lực hay hệ số tổn thất đơn vị**

$$J = \frac{dh'_w}{dL} ; J_{tb} = \frac{h'_w}{L}$$



## VI. Phương trình Bernoulli cho CL thực

### 3. Phương trình Bernoulli cho toàn dòng (dòng không nén được)

- Từ PT cho dòng phân tố

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} + h'_{w1-2}$$

- Tích phân toàn dòng tại 2 mặt cắt bất kỳ

$$\int_Q (z_1 + \frac{p_1}{\gamma}) \gamma dQ + \int_Q \frac{u_1^2}{2g} \gamma dQ = \int_Q (z_2 + \frac{p_2}{\gamma}) \gamma dQ + \int_Q \frac{u_2^2}{2g} \gamma dQ + \int_Q h'_{w1-2} \gamma dQ$$

- Tính tích phân cho từng số hạng:

$$\int_Q (z_1 + \frac{p_1}{\gamma}) \gamma dQ = (z_1 + \frac{p_1}{\gamma}) \gamma Q$$

$$T_{tb} = \frac{1}{2} m \bar{u}^2 = \frac{1}{2g} \gamma \bar{u}^2 Q$$

$$T_u = \int_Q \frac{u_1^2}{2g} \gamma dQ = \alpha T_{tb}$$

**Hệ số hiệu chỉnh  
động năng**

$$\alpha = \frac{\int_Q \frac{u_1^2}{2g} \gamma dQ}{\bar{u}^2 Q}$$

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 \bar{u}_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 \bar{u}_2^2}{2g} + h_{w1-2}$$

**với**

$$h_{w1-2} = \frac{1}{Q} \int_Q h'_{w1-2} dQ$$

## VII. Ứng dụng của phương trình Bernoulli

### 1. Điều kiện áp dụng

- Tại thời điểm đang xét, lưu lượng dòng chảy không đổi trên đoạn nằm giữa hai tiết diện viết phương trình
- Tại các tiết diện viết phương trình, dòng chảy đều hoặc biến đổi chậm
- Chất lỏng không nén được và lực khối chỉ là lực trọng trường

### 2. Xác định độ cao đặt bơm

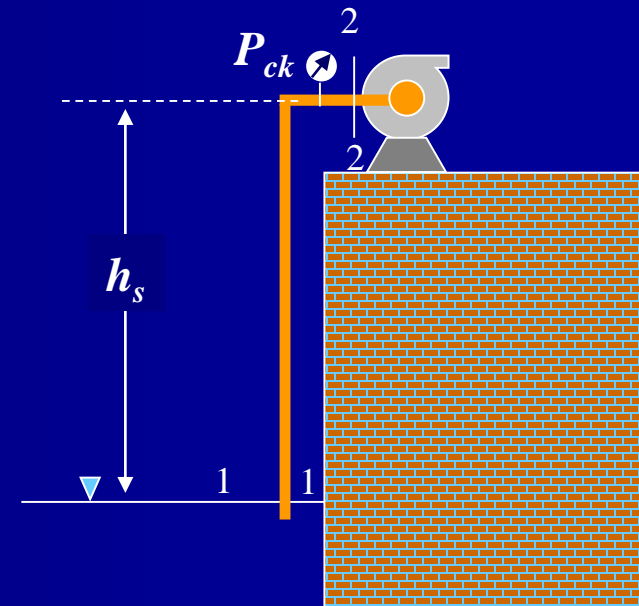
A) Cho thông số bơm  $(Q, P_{ck})$ , xác định độ cao đặt bơm

$$h_s = \frac{P_{ck}}{\gamma} - \frac{u_2^2}{2g} - h_{w1-2} ; u_2 = \frac{4Q}{\pi d^2}$$

B) Biết độ cao cần hút nước, nhu cầu nước  
=> chọn đường ống để đảm lưu lượng

$$d = \sqrt[4]{\frac{16Q^2 \gamma}{2\pi g (P_{ck} - \gamma h_{w1-2} - \gamma h_s)}}$$

C) Tính thiết kế bơm cho cụm chi tiết máy



## VII. Ứng dụng của phương trình Bernoulli

### 2. Tính dòng chảy qua vòi

- Cho  $H$  - chiều cao nước bể,  $d$  - đường kính vòi

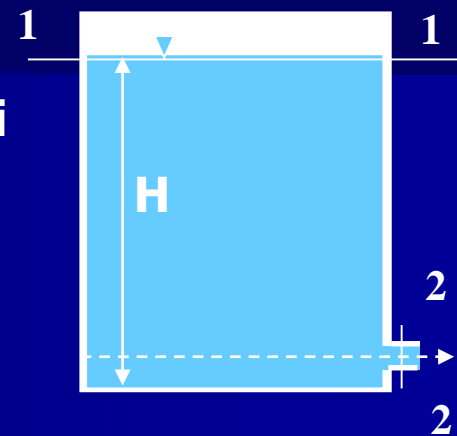
\* Tính  $u$  - vận tốc qua vòi

Viết phương trình Bernoulli cho dòng chảy giữa mặt cắt 1-1 và 2-2:

$$H+0+0=0+0+u^2/2g \Rightarrow u = \sqrt{2gH} \quad ; \quad Q = \omega u$$

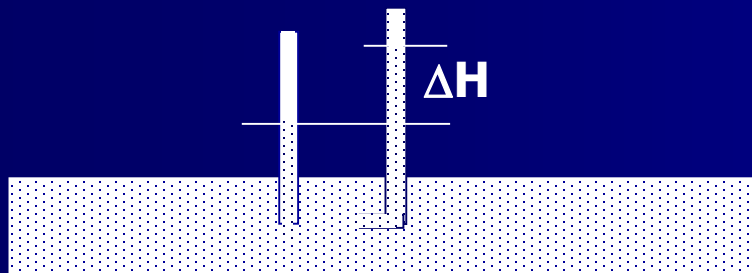
Thực tế:  $Q = \mu \omega \sqrt{2gH}$

$\mu$ : hệ số lưu lượng, hiệu chỉnh tổn thất do hình dạng vòi và hệ số co hẹp diện tích chảy

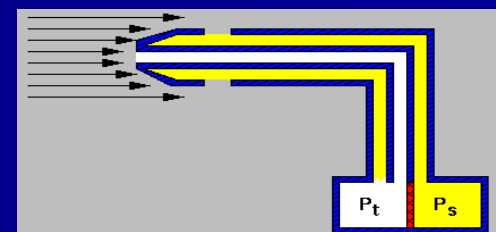


### 3. Dụng cụ đo vận tốc, ống Pito-Prandtl

- Nguyên lý:  $u = \sqrt{2g\Delta H}$



- Chế tạo

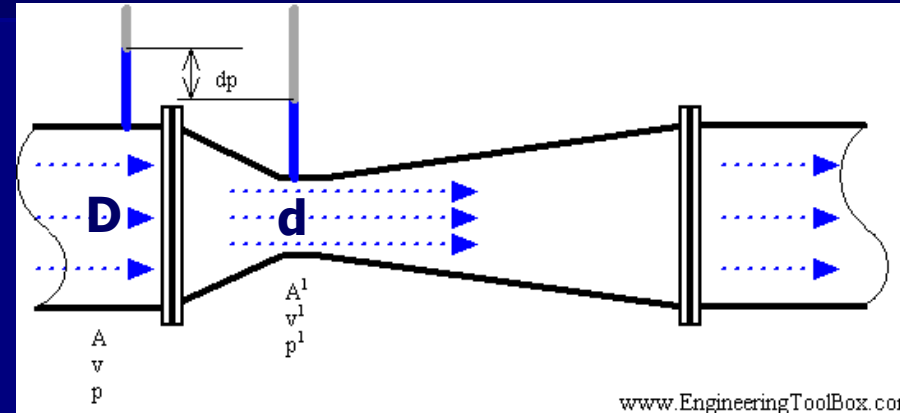


## VII. Ứng dụng của phương trình Bernoulli

### 4. Lưu lượng kế venturi

- Nguyên lý:

$$Q = \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{2g\Delta p}{\frac{1}{d^4} - \frac{1}{D^4}}}$$



www.EngineeringToolBox.com

### 5. Các bước áp dụng phương trình Bernoulli

1. Chọn 2 mặt cắt dọc dòng chảy, tại các mặt cắt chuyển động đều
2. Lưu lượng qua các mặt cắt không đổi
3. Mặt chuẩn chọn thuận tiện cho tính toán
4. Áp suất có thể là tuyệt đối, dư, nhưng phải thống nhất



## VII. Các định lý Euler

### 1. Định lý Euler 1 – hay phương trình động lượng

- Phương trình động lượng chung:  $\frac{d}{dt}(m\vec{u}) = \vec{R}_s + \vec{R}_m$

- Viết cho dòng nguyên tố chất lỏng giữa hai mặt cắt:

$$\vec{R}_s + \vec{R}_m + \rho Q \vec{u}_1 - \rho Q \vec{u}_2 = 0$$

- Ứng dụng: \* Một số bài toán không giải được bằng tích phân Bernoulli,  
\* Tính toán các dòng chảy phân luồng,

- Ví dụ: Xác định lực tác dụng của tia phun vào vật rắn

### 2. Định lý Euler 2 – hay phương trình mô men động lượng

- Định lý mô men động lượng:  $\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum \vec{M}$

$$\rho Q(u_2 r_2 \cos \alpha_2 - u_1 r_1 \cos \alpha_1) = \sum \vec{M}$$

**Bài tập 4.1 – 4.13**