

Chương 5. CƠ SỞ LÝ THUYẾT THỨ NGUYÊN

Nội dung

- I. Mở đầu
- II. Lí thuyết thứ nguyên
- III. Các tiêu chuẩn tương tự
- IV. Mô hình hoá từng phần

I. Mở đầu

- Thực tế, khó giải các bài toán bằng lý thuyết, thường phải sử dụng các phương pháp mô hình (vật lý, số, ...)
- Mô hình hoá là sự thay thế nghiên cứu bài toán trên đối tượng nguyên mẫu bằng việc nghiên cứu hiện tượng tương tự trên mô hình có quy mô bé hơn hoặc lớn hơn.
- Ý nghĩa của PP mô hình hoá: từ các kết quả thí nghiệm trên mô hình có thể kết luận về các hiện tượng trên nguyên mẫu.
- Điều kiện sử dụng những kết quả mô hình là thí nghiệm phải tuân thủ các quy luật của mô hình hoá: **các quy luật về tương tự.**
- Việc xác định các tiêu chuẩn tương tự là bài toán phức tạp, khi nghiên cứu thường chia làm 2 loại:
 - + Quá trình có thể mô tả bằng các phương trình, khi đó các tiêu chuẩn tương tự được xác định như các hệ số của phương trình khi viết nó ở dạng không thứ nguyên
 - + Quá trình chưa thể mô tả bằng các phương trình, khi đó lý thuyết duy nhất cho phép tìm các tiêu chuẩn tương tự là lý thuyết thứ nguyên

II. Lí thuyết thứ nguyên

II.1 Các đại lượng có thứ nguyên và không thứ nguyên

- Các đại lượng có thứ nguyên là các đại lượng mà giá trị bằng số của nó phụ thuộc vào hệ đơn vị đo lường được chọn: độ dài, diện tích, nhiệt độ, áp suất, vận tốc ...
- Các đại lượng không thứ nguyên là các đại lượng mà giá trị bằng số của nó không phụ thuộc vào hệ đơn vị đo lường được chọn: số pi, số Re...

II.2 Thứ nguyên

- Đơn vị cơ bản và đơn vị dẫn xuất:
- + Các đại lượng thường liên hệ với nhau bằng biểu thức. Trong cơ học thường chọn **3 đại lượng cơ bản: độ dài L , thời gian T , khối lượng M** và thiết lập cho nó một đơn vị đo lường ($SI: m, s, kg$; $CGS: cm, gam, s$; ...)
- + **Đơn vị dẫn xuất** là đơn vị biểu diễn qua các đơn vị cơ bản ($m/s, kg/m^3 \dots$)
- + Thứ nguyên là biểu thức biểu diễn đơn vị của các đại lượng, ký hiệu []

II. Lí thuyết thứ nguyên

II.3 Công thức tổng quát của thứ nguyên

+ Hai định lý cơ bản của lý thuyết thứ nguyên

a) Tỷ số giữa hai giá trị bằng số của một đại lượng dẫn xuất bất kỳ không phụ thuộc và việc chọn kích thước của hệ đơn vị cơ bản

Biểu diễn thứ nguyên của một đại lượng bất kỳ : $a = L^l T^t M^m$

b) **Định lý Pi – Buckingham:** Biểu thức bất kỳ giữa các đại lượng có thứ nguyên có thể biểu diễn như biểu thức giữa các đại lượng không thứ nguyên

- Về mặt toán học, định lý Pi phát biểu như sau: nếu đại lượng có thứ nguyên a là hàm của các đại lượng có thứ nguyên độc lập a_1, a_2, \dots, a_n . Nếu k ($\leq n$) đại lượng cơ bản (a_1, a_2, \dots, a_k) thì biểu thức sẽ là tổ hợp của $n-k+1$ các đại lượng không thứ nguyên

$$a = f(a_1, a_2, \dots, a_k, a_{k+1}, \dots, a_n)$$
$$\pi = \frac{a}{a_1^{m_1}, a_2^{m_2}, \dots, a_k^{m_k}}$$
$$\pi_1 = \frac{a_{k+1}}{a_1^{p_1}, a_2^{p_2}, \dots, a_k^{p_k}}$$
$$\pi_{n-k} = \frac{a_n}{a_1^{p_{n-k}}, a_2^{p_{n-k}}, \dots, a_k^{p_{n-k}}}$$
$$\Rightarrow \pi = f(1, 1, \dots, 1, \pi_1, \dots, \pi_{n-k})$$

**Xem ví dụ 1 (t.152
2 (t.153)**

III. Các tiêu chuẩn tương tự

Định nghĩa: Hai hiện tượng gọi là tương tự nếu dựa vào đặc trưng của hiện tượng này có thể đưa ra đặc trưng của hiện tượng kia bằng một phép biến đổi đơn gian.

III.1 Tương tự hình học

Hai hệ thống thuỷ khí động lực tương tự hình học là khi các kích thước tương ứng của chúng tỷ lệ với nhau:

$$\frac{L_n}{L_m} = k_L \quad ; \quad \frac{S_n}{S_m} = k_L^2 \quad ; \quad \dots$$

III.2 Tương tự động học

Hai hệ thống thuỷ khí động lực tương tự động học phải tương tự hình học và có thời gian di chuyển của một phần tử chất lỏng từ điểm này sang điểm khác trên các đường dòng tương ứng tỷ lệ.

+ Thời gian: $\frac{T_n}{T_m} = k_T$ tỷ lệ động học

+ Khi đó các đặc trưng động học như: Vận tốc phải tỷ lệ tương ứng:

$$\frac{V_n}{V_m} = \frac{L_n T_n^{-1}}{L_m T_m^{-1}} k_L k^{-1}_T \quad \text{và hướng phải giống nhau}$$

Hay: Tam giác vận tốc phải đồng dạng

III. Các tiêu chuẩn tương tự

III.2 Tương tự động lực học

+ Hai hệ thống thuỷ khí động lực tương tự động lực phải tương tự động học và có các khối lượng tương ứng tỷ lệ.

Mật độ: $\frac{\rho_n}{\rho_m} = k_\rho$ **tỷ lệ tương tự động lực**

Khi đó: lực $\frac{F_n}{F_m} = \frac{\rho_n L_n^3 L_n T_n^{-2}}{\rho_m L_m^3 L_m T_m^{-2}} = \frac{k_\rho k_L^4}{k_T^2} = Ne$

+ Trong thực tế hai hệ thống thuỷ khí động lực tương tự phải thoả mãn các điều kiện sau đây:

- 1- Tương tự về mặt hình học
- 2- Có tính chất giống nhau và có cùng phương trình vi phân
- 3- Chỉ có thể so sánh với nhau giữa các đại lượng đồng nhất tại toạ độ giống nhau và thời gian giống nhau
- 4- Các hằng số tương tự của hai hiện tượng có mối liên hệ chặt chẽ với nhau, việc chọn bất kỳ một trong các đại lượng nào đó sẽ tạo nên sự phụ thuộc sự phụ thuộc xác định đối với những đại lượng còn lại

IV. Tương tự của hai chuyển động phẳng

- Xét chuyển động phẳng: Phương trình N-S dạng không thứ nguyên:

$$\frac{l_0}{v_0 t_0} \frac{\partial u}{\partial t} + \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{gl_0}{v_0^2} X - \frac{p_0}{\rho_0 v_0^2} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{v_0}{v_0 l} v \Delta u_x$$

$$\frac{l_0}{v_0 t_0} \frac{\partial v}{\partial t} + \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \frac{gl_0}{v_0^2} Y - \frac{p_0}{\rho_0 v_0^2} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{v_0}{v_0 l} v \Delta u_y$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

- Hai hiện tượng mô tả cùng một phương trình (cùng điều kiện biên và ĐK ban đầu) phải tương tự nhau.

Nói cách khác hai hiện tượng có cùng giá trị các đại lượng không thứ nguyên thì tương tự nhau, **mỗi đại lượng là một tiêu chuẩn tương tự**

$$\frac{l_0}{v_0 t_0} = Sh \quad \text{Số Strouhan}$$

$$\frac{v_0 l}{\nu_0} = Re \quad \text{Số Reynold}$$

$$\frac{v_0}{\sqrt{gl_0}} = Fr \quad \text{Số Froud}$$

$$\frac{p_0}{\rho_0 v_0^2} = Eu \quad \text{Số Euler}$$

IV. Mô hình hoá từng phần

+ Thực tế rất khó để mô hình hoá để tạo các mô hình thoả mãn toàn bộ các tiêu chuẩn, vì vậy chỉ xây dựng các mô hình thoả mãn các điều kiện quan trọng

+ Xác định ảnh hưởng của các tiêu chuẩn trong từng bài toán để xác định **tiêu chuẩn quyết định**, **tiêu chuẩn không quan trọng**

+ Mô hình chỉ thoả mãn một số tiêu chuẩn là các mô hình từng phần.

Ví dụ: Thí nghiệm chuyển động của tàu ngầm khi chạy ổn định thì chú ý số Re con khi lặn xuống hay nổi lên phải chú ý số Froud

Ví dụ 3: trang 157